

Strömungsprobleme der Mechanische Verfahrenstechnik

Folien zur Vorlesung

NUR ZUM PERSÖNLICHEN GEBRAUCH!

PD Dr.-Ing. habil. Frank Babick, 1. April 2022

3. Strömungseffekte in Partikelsystemen

Lernziele zu Kapitel 3

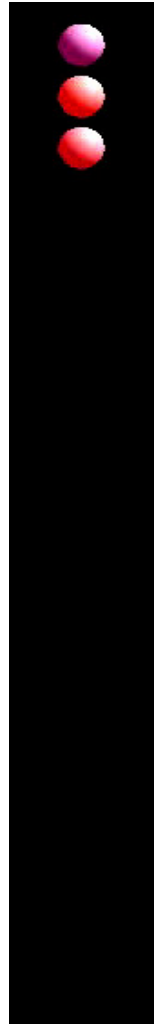
- Wissen:
 - viskose Kopplung und Schmiereffekt
 - viskose Wechselwirkung zwischen 2 Partikeln
 - viskose Wechselwirkung zwischen vielen Partikeln
 - analytische und numerische Berechnungsansätze für die Strömung von Partikelsystemen
- Fähigkeiten:
 - Abschätzung der Partikeldiffusion und -sedimentation in konzentrierten Partikelsystemen

3. Strömungseffekte in Partikelsystemen

- *Viskose Wechselwirkungen* -

Viskose Wechselwirkung

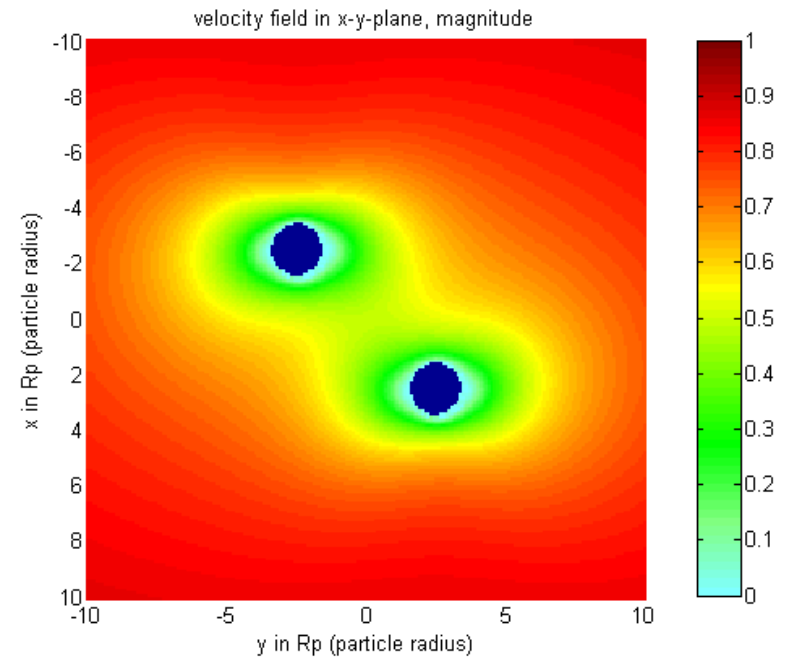
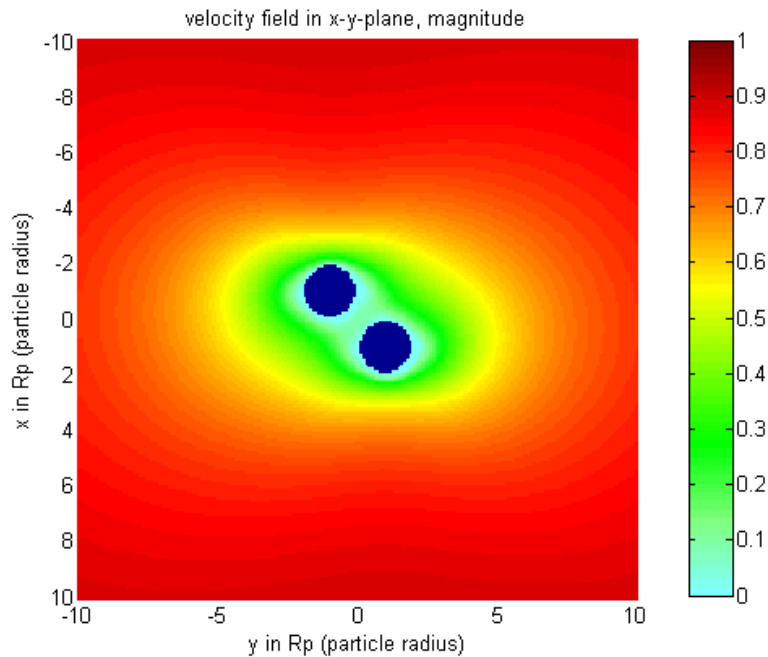
- „Windschatten“-Effekt an zwei Partikeln oder Partikelstrahlen
- Strömungsbehinderung an Partikelsystemen
- Schmiereffekt (lubrication effect)
- Rotation von Kugelpaaren in Scherströmungen
- „Windschatten“-Effekte bei Sedimentation ungleicher Partikel



M. Strauß

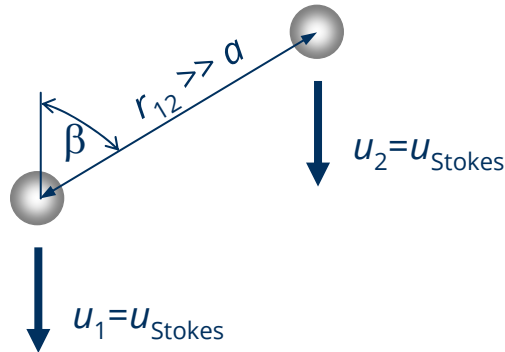
<http://www.icp.uni-stuttgart.de/movies/>

Wechselwirkung der Strömungsfelder

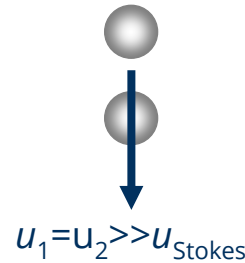


- Kugelpaar in x-y-Ebene, Anströmung in y-Richtung
- dargestellt ist der normierte Betrag der lokalen Geschwindigkeitsvektoren

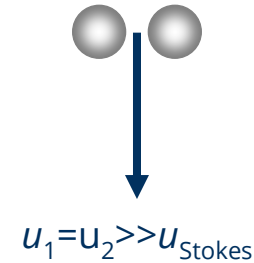
Windschatteneffekte für Partikelpaare



großer Abstand
→ unabhängiges Sinken



kleiner Abstand
→ gemeinsames Sinken



kleiner Abstand
→ gemeinsames Sinken

Sinkgeschwindigkeit des
Kugelpaares:

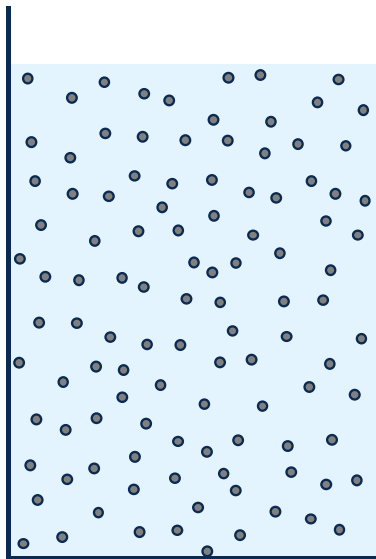
$$\frac{u_{\text{Sed}}}{u_{\text{Stokes}}} = 1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{a}{r_{12}} (1 + \cos^2 \beta)$$

- gleichartige Kugeln sinken gemeinsam als Kugelpaar
(gleichartig = gleiche Größe und gleiche Dichte)

Strömungsbehinderung: Schwarm sedimentation

Stokes-Geschwindigkeit:
(schleichende Strömung, $\varphi \rightarrow 0$)

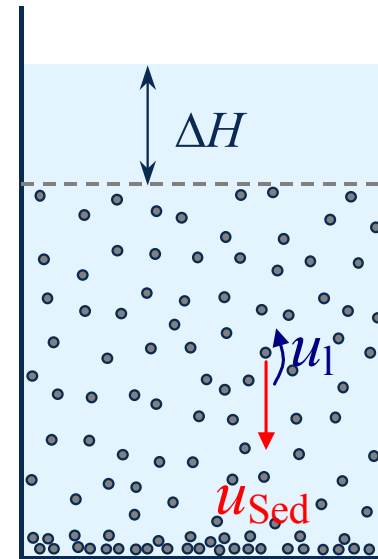
$$u_{Stokes} = \frac{g\Delta\rho}{18\eta} \cdot d^2$$



$$u_{Sed} = \frac{\Delta H}{\Delta t}$$

$$u_l = u_{Sed} \cdot \frac{\varphi}{1 - \varphi}$$

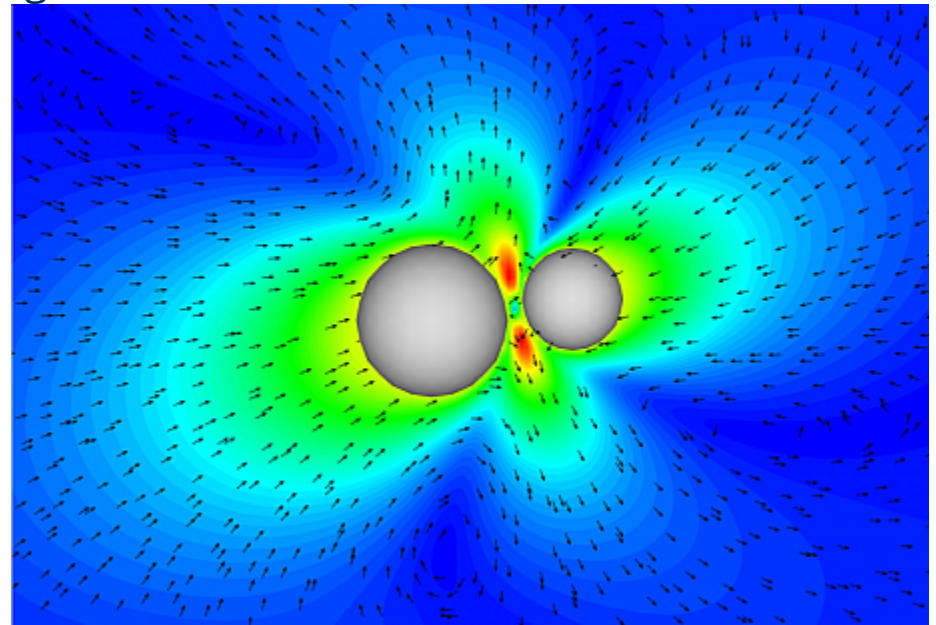
$$u_{rel} = \frac{u_{Sed}}{1 - \varphi}$$



- Konzentrationseffekte:
 - Rückströmung
 - viskose Wechselwirkung \rightarrow hydrodynamische Behinderung
 - erhöhter hydrostatischer Druck

Viskose Schmierung (Schmiereffekt – *lubrication effect*)

- Phänomen:
sich senkrecht zu einer Oberfläche bewegend Partikel werden umso stärker gebremst, je näher sie ihr kommen
- Ursache:
Verdrängung der Flüssigkeit im Raum zwischen Partikel und Oberfläche
- Einflussfaktoren:
 - Partikelträgheit
 - Viskosität
 - Bewegungsursache
- relevant für
 - Lagerung von Wellen
 - Agglomeration von Partikeln
 - Zerkleinerung / Dispergierung in Rührwerkskugelmöhlen
 - Aufprall von Partikeln auf Oberflächen



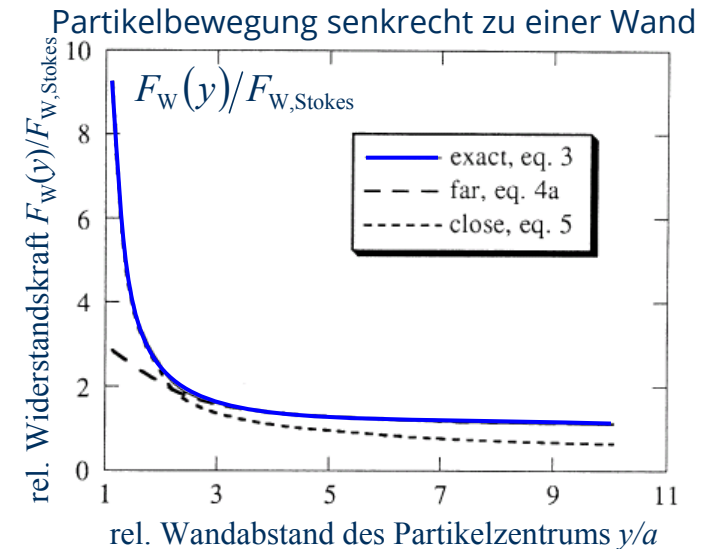
M. Sommerfeld, M. Ernst, M.-L.-Universität Halle-Wittenberg
https://www-mvt.iw.uni-halle.de/im/1295270196_1658_00_420.png

Viskose Schmierung (Schmiereffekt – *lubrication effect*)

- ¿was passiert bei Annäherung von Partikeln an Wänden oder andere Partikel?
 - Fluidverdrängung aus dem Zwischenraum (schnelle Dehnströmung)
 - innere Reibung und Fluidträgheit bremsen
 - je geringer der Abstand, desto höher die Reibungskräfte
- Folgen:
 - verlangsamte Impaktion grober Partikel (reduzierte Abrasion)
 - langsamere Agglomeration kolloidaler Partikel
- Goldman et al. (1967)

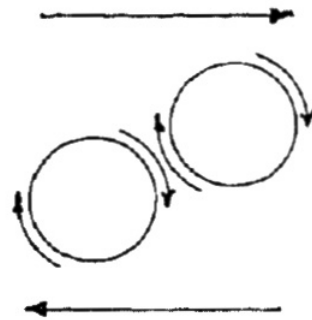
„[A sphere rolling down an inclined plane] cannot be in physical contact with the wall, and that it ‘slips’ as it rolls down the wall“
- Spielman (1970)

„Spheres in a viscous continuum cannot come into contact with one another without the aid of an external attractive force which rapidly increases as the gap narrows“



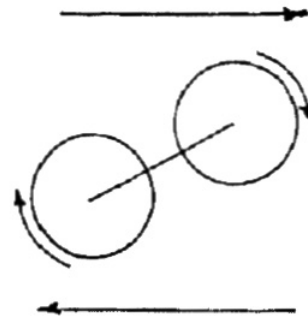
Ziskind et al., *J. Aerosol Sci.*, 29(3):323-338, **1998**;
doi: 10.1016/S0021-8502(97)10009-X

Paarrotation im Scherfeld



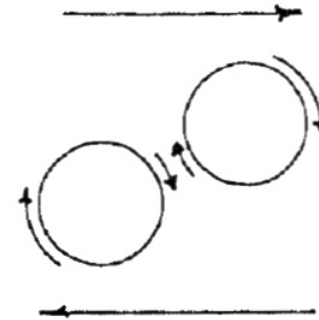
unabh. Rotation der Einzelkugeln

→ zu hohe Reibung



Rotation als fixiertes Kugelpaar

→ starke Vereinfachung



sowohl Rotation der einzelnen Kugeln als auch des Paares

→ reale Situation

- Rotation von Kugelpaaren in Scherströmungen
- nach: Krieger & Dougherty, *Trans. Soc. Rheolog.*, 3:137-152, **1959**.

Viskose Wechselwirkung - Mitführeffekte

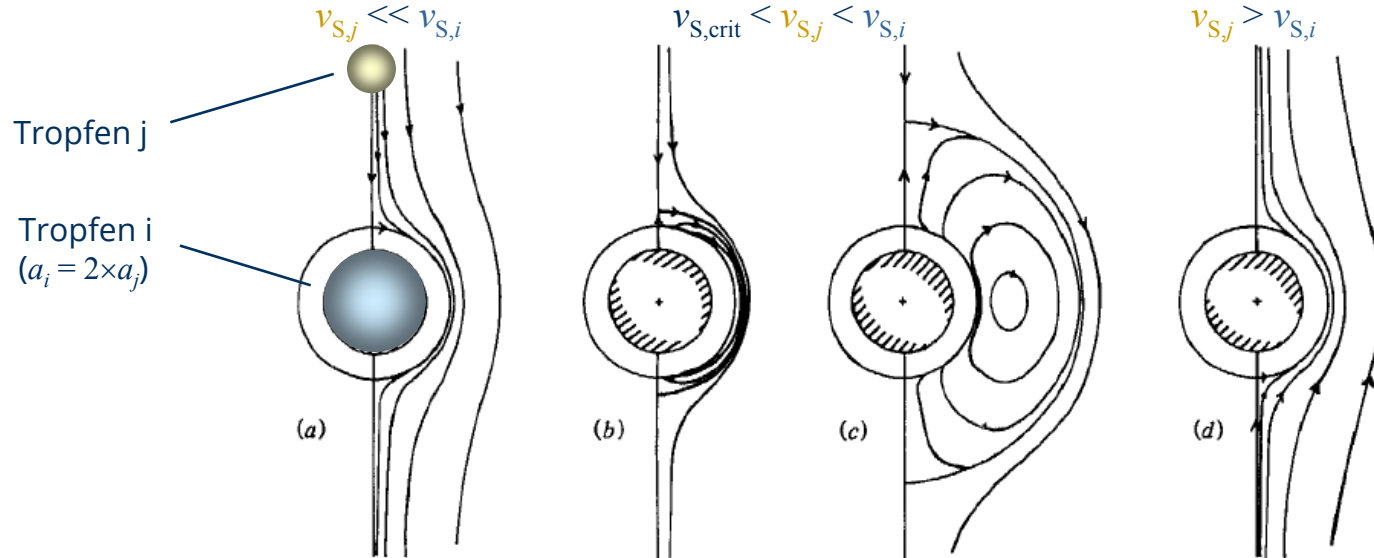


FIGURE 2. The family of trajectories of the centre of the j sphere relative to the centre of the i sphere, for $\lambda = \frac{1}{2}$; (a) $\gamma < \gamma_c$, (b) γ a little greater than γ_c , (c) γ significantly larger than γ_c but less than λ^{-2} , and (d) $\gamma > \lambda^{-2}$, where $\lambda = a_j/a_i$, $\gamma = (\rho_j - \rho)/(\rho_i - \rho)$. (From Wacholder & Sather 1974.)

- „Windschatten“-Effekte bei Sinken oder Aufrahmen ungleicher Partikel
- nach: Batchelor & Wen, *J. Fluid Mech.*, 124:495-528, **1982**.

Viskose Wechselwirkung

komplexe Zusammenhänge → Chaos oder Ordnung

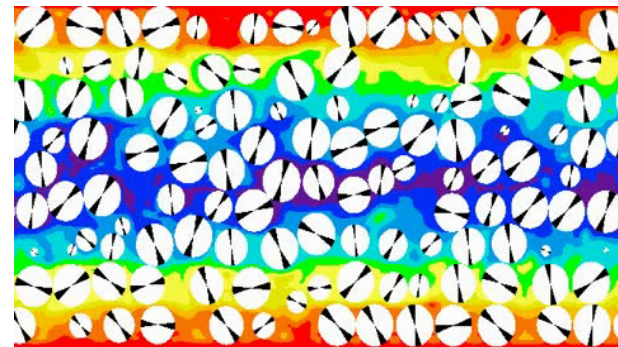
Sedimentation
roter Blutkörperchen



- Rotation der Partikel
Variation in Drehsinn + frequenz
- Seitwärtsdrift
Variation in Richtung & Geschw.
- temporäre Aufwärtsströmung
große Unterschiede
- gegenseitige Beeinflussung hoch
- **aber:** aus makroskopischer Sicht
Entmischung entlang Schwerkraft

Orest Shardt, University of Alberta
https://sites.ualberta.ca/~jos/moviegallery/rbc_settling.avi

Scherung
von konzentrierten Suspensionen
(monodisperse Partikel)



- zu Beginn: 3-dim. Partikelbewegung
- im Laufe der Zeit:
Unterdrückung vertikalen,
danach der lateralen Bewegung
- am Ende: 1-dim. Partikelbewegung in
definierten Schichten

Jos Derksen, University of Alberta
https://sites.ualberta.ca/~jos/moviegallery/hear_induced_ordering.mpg

Viskose Wechselwirkungen – wichtige Erkenntnisse

1. Die Bewegung eines Partikels durch ein viskoses Fluid beeinflusst die Fluidströmung noch in großem Abstand von der Partikeloberfläche (reziprokes Abklingen $1/r$).
2. Zugleich wird seine Bewegung durch nahegelegene Wände oder benachbarte Partikel erheblich beeinflusst.
3. Zwischen zwei Oberflächen wird die Fluidbewegung deutlich gebremst.
4. Durch kooperative Bewegung von nahe beieinander befindlichen Partikeln wird insgesamt weniger Energie dissipiert (Windschatten, Paarrotation).
5. Nachbarn in größerer Entfernung behindern jedoch die Partikelbewegung.
6. Die Bewegung eines Partikels wird von große Nachbarn viel stärker als von kleinen Nachbarn beeinflusst.
7. In Partikelsystemen ist der Gesamteffekt eine Strömungsbehinderung.
8. Entscheidend sind die Partikelabstände.

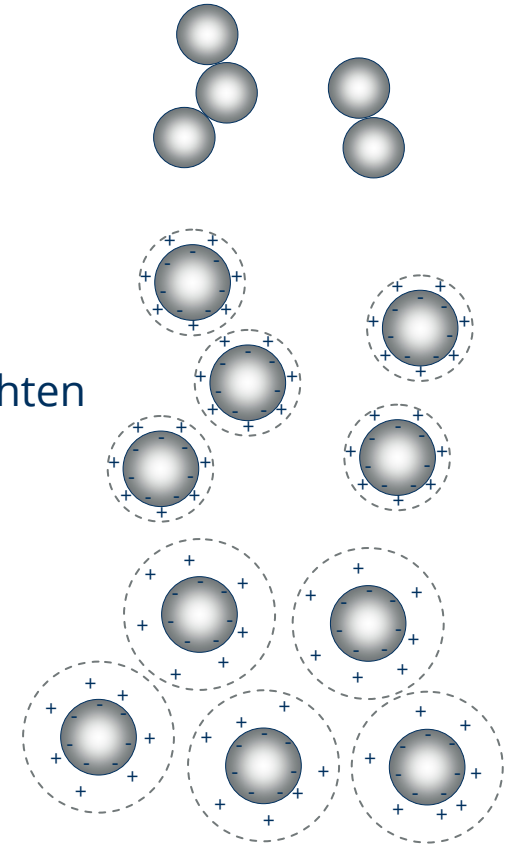
→ ¿wie groß sind die Partikelabstände in einem Partikelsystem?

3. Strömungseffekte in Partikelsystemen

- *räumliche Struktur von Partikelsystemen* -

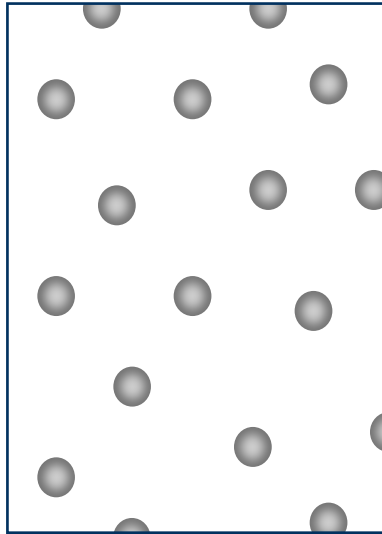
Einflussfaktoren für die Suspensionsstruktur

- Anziehung
 - begünstigt Agglomeration
 - z.B. bei geringer OF-Ladung, hydrophober WW
- Abstoßung bei kleinen Abständen
 - verhindert Agglomeration
 - z.B. bei hohen ζ -Potenzialen und dünnen Doppelschichten
 - z.B. bei Hydrationshüllen
- weit reichende Abstoßung
 - begünstigt kristallinen Zustand
 - bei hohen ζ -Potenzialen und dicker Doppelschicht

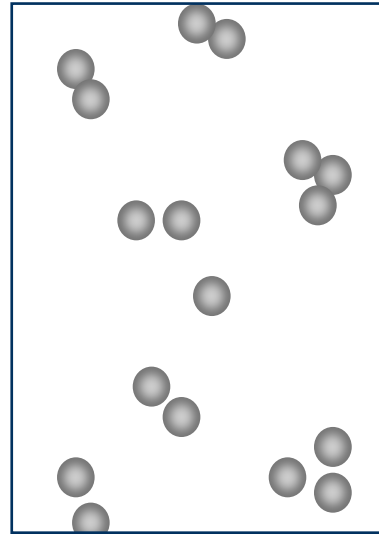


Suspensionsstruktur

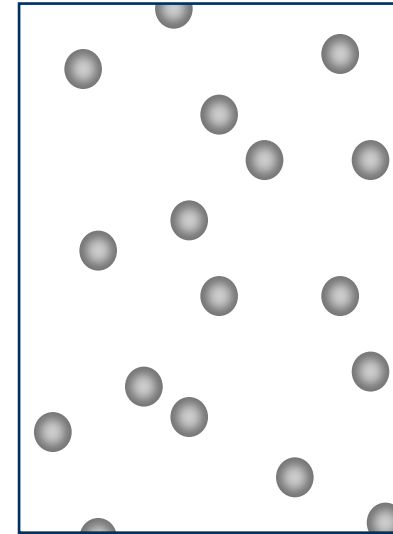
geordnet,
kristallin



geordnet,
agglomeriert

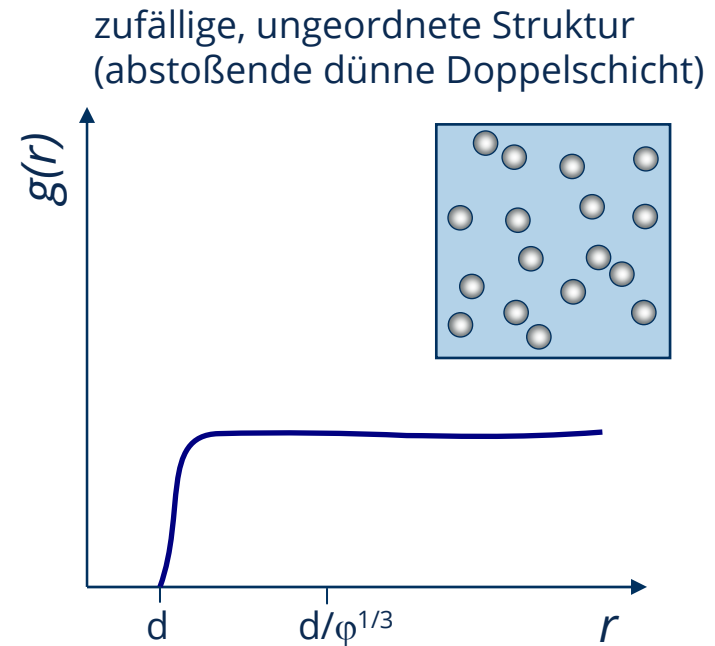
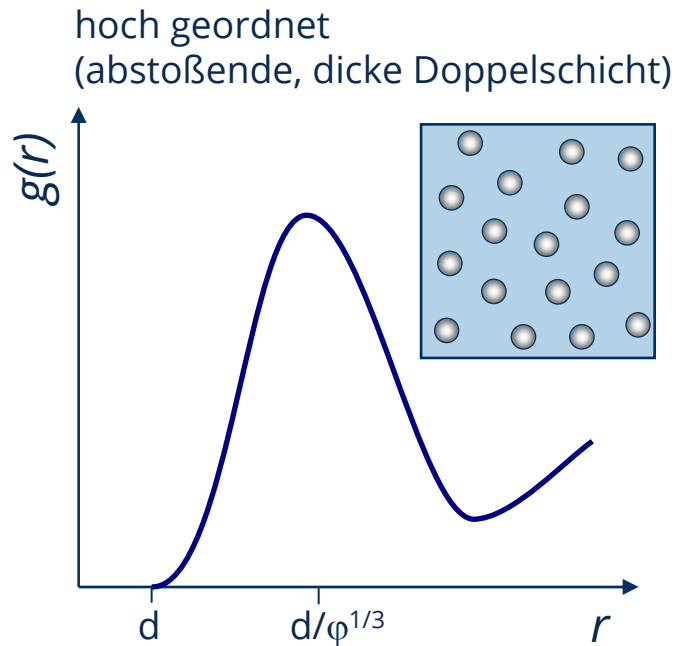


ungeordnet,
zufällig



- Brownsche Bewegung wirkt regelmäßiger Anordnung entgegen und bewirkt stete Veränderung der Suspensionsstruktur

Beschreibung der Suspensionsstruktur mit Hilfe der Paarkorrelationsfunktion



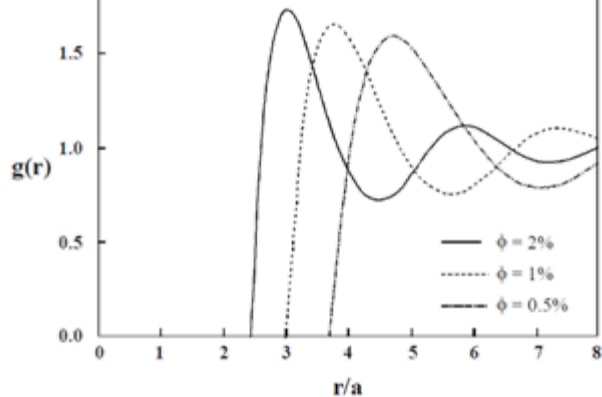
$g(r)$ = Wahrscheinlichkeit, dass sich im Mittelpunktsabstand r von einem Teilchen i ein zweites Teilchen j befindet

(H. J. Schöpe, *Physikalische Eigenschaften kolloidaler Festkörper*. Dissertation, J.-G.-Universität Mainz 2000)

Paarkorrelation und statischer Strukturfaktor

elektrostatisch stabilisiert

(Dissertatⁿ Schöpe, Mainz 2000)



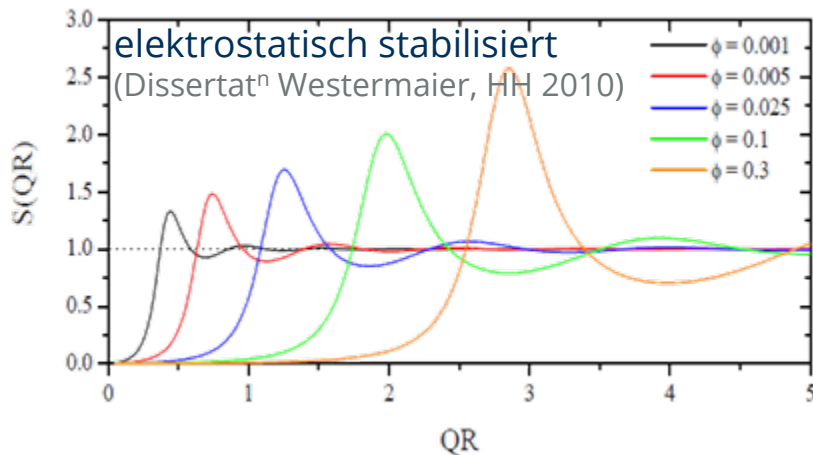
Die Paarkorrelationsfunktion können wir nicht direkt messen. Allerdings lassen sich die charakteristischen Partikelabstände anhand der winkelabhängigen Streuung von Licht oder Röntgenstrahlung erfassen. Diese Winkelabhängigkeit wird vom **statischen Strukturfaktor** beschrieben:

$$S(q) = 1 + c_N \int_0^{\infty} (g(r) - 1) \frac{\sin qr}{qr} dV$$

mit q = Betrag des Streuvektors
 $q = \text{funct.}(\text{Wellenlänge, Streuwinkel})$

elektrostatisch stabilisiert

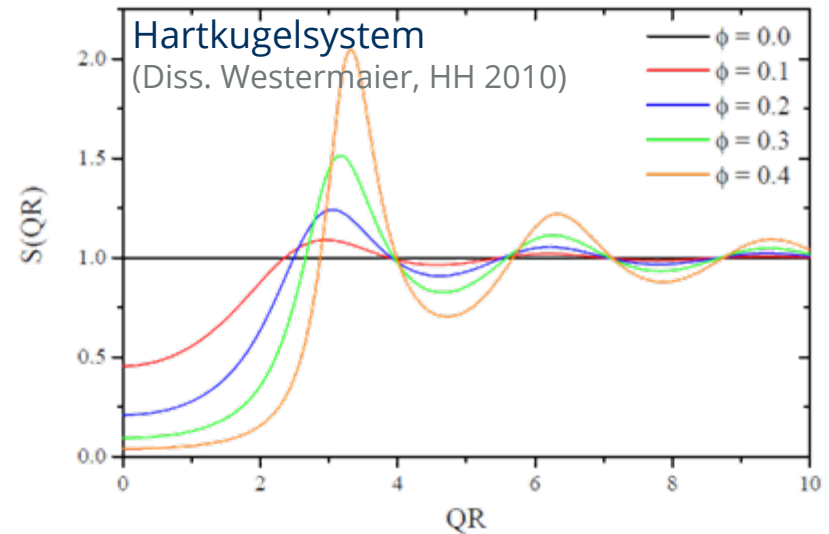
(Dissertatⁿ Westermaier, HH 2010)



R = Kugelradius

Hartkugelsystem

(Diss. Westermaier, HH 2010)



3. Strömungseffekte in Partikelsystemen

– Suspensionsstruktur und hydrodynamisches Verhalten –

Sedimentation in Hartkugelsystemen

(Richardson & Zaki, *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, 32:35-53, 1954)

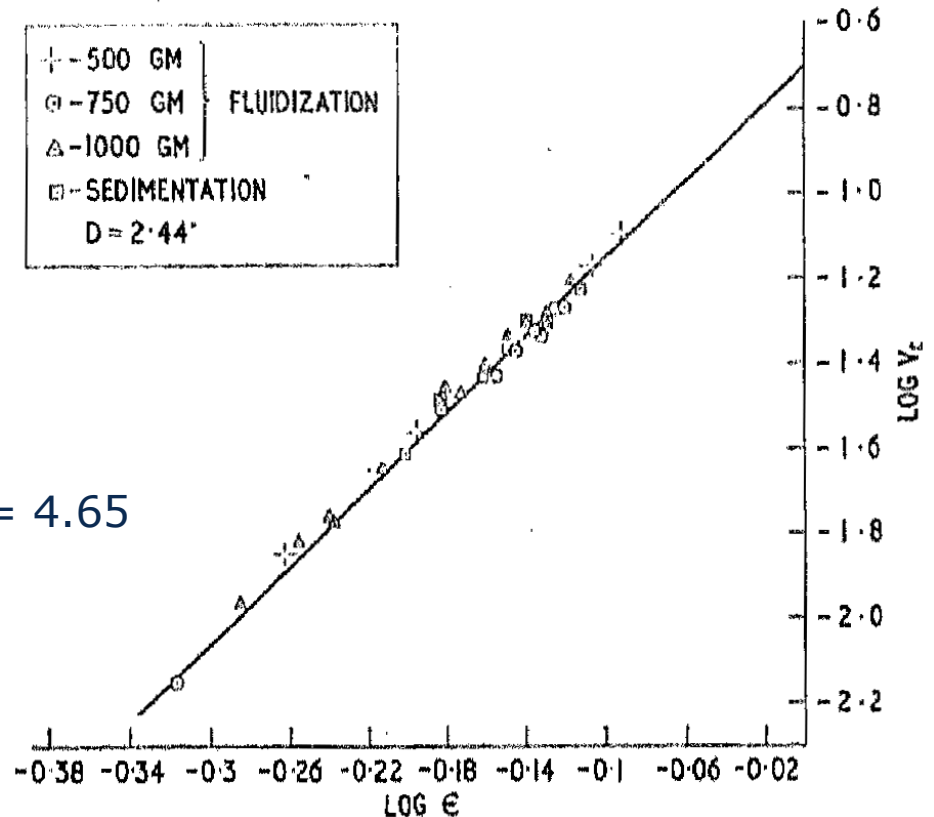
Ergebnis:

$$k_{hydr} = \frac{u_{Sed}}{u_{Stokes}} = (1 - \varphi)^n \approx 1 - n \cdot \varphi \quad \varphi \rightarrow 0$$

mit $n = \text{funct.}(Re, x/D)$

schleichende Strömung ($x/D \rightarrow 0$): $n = 4.65$

turbulent Strömung: $n = 2.39$



Sedimentation in Suspensionen

(Vorhersagen der Modelle)

- Hartkugelsysteme
 - gleichverteilte Abstände im Ruhezustand
 - hydrodynamische Nahfeldwechselwirkungen
 - Batchelor ($\phi_V \rightarrow 0$):

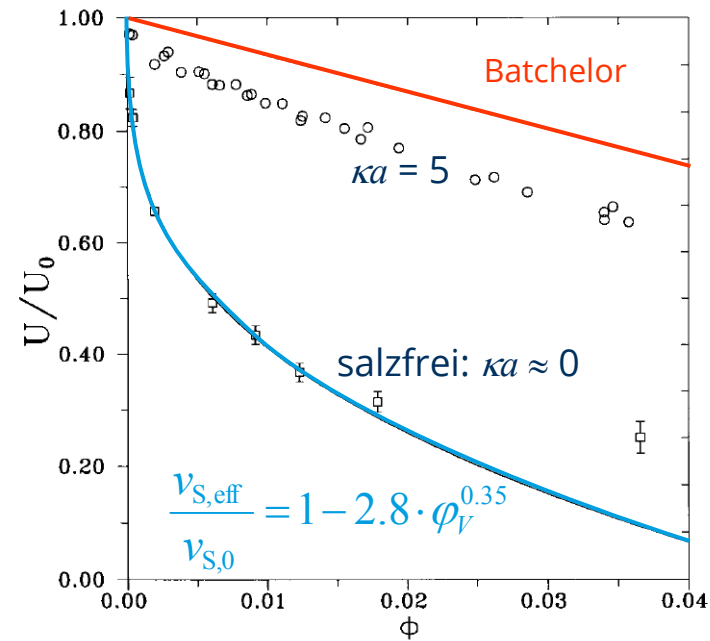
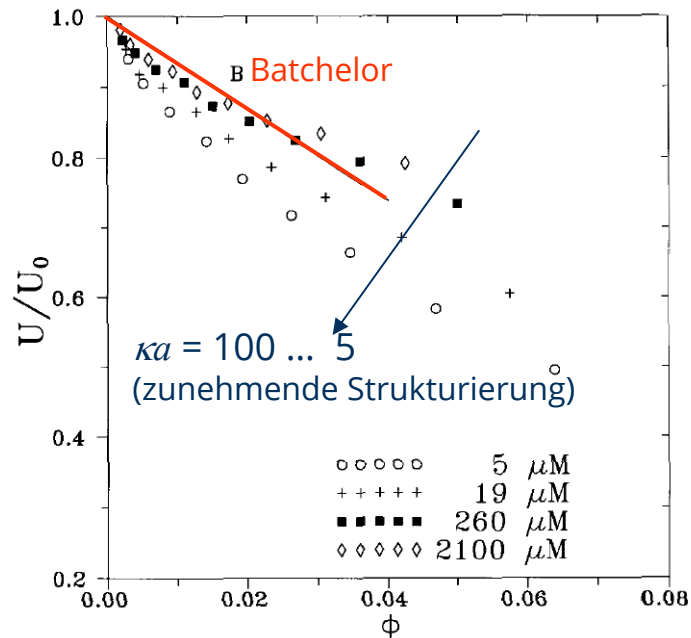
$$\frac{u_{\text{Sed}}}{u_{\text{Stokes}}} = \begin{cases} 1 - 6.55 \cdot \phi_V + O(\phi_V^2) & \text{für } Pe \ll 1 \text{ relaxierte Suspensionsstruktur} \\ 1 - 5.6 \cdot \phi_V + O(\phi_V^2) & \text{für } Pe \gg 1 \text{ deformierte Struktur} \end{cases}$$

- starke, repulsive Wechselwirkungen
 - geordnete Suspensionsstruktur
 - geringe Partikelabstände weniger wahrscheinlich
 - Zellenmodelle ($\phi \rightarrow 0$):

$$\frac{u_{\text{Sed}}}{u_{\text{Stokes}}} = 1 - p_{\text{sed}} \cdot \phi_V^{1/3}$$

Sedimentation in geordneten Suspensionen

(Thies-Weesie et al., *J. Colloid Interface Sci.*, 176:43–54, 1995)



- kolloidales Silica in Ethanol
- Ionenstärken: 5 μM ... 2000 μM
- moderate Doppelschichtdicken: $\kappa a = 5 \dots 75$

$$\kappa a = \frac{\text{Partikelradius } a}{\text{Dicke der Doppelschicht}}$$

Brownsche Bewegung in konzentrierten Suspensionen

- die Brownsche Bewegung einzelner Partikel wird durch benachbarte Partikel behindert:
 - Verlangsamung bei hohen Partikelkonzentration
- aber: die hydrodynamische Behinderung der einzelnen Partikel ist kleiner als bei Sedimentation
 - gerichtete Bewegung vieler Partikel → Rückfluss
 - zufällige Bewegung aller Partikel → kein Rückfluss

- Hartkugelsysteme:
$$\frac{D_P(\varphi_V)}{D_{P,0}} = 1 - 1.83 \cdot \varphi_V + O(\varphi_V^2)$$

- geordnete Struktur:
$$\frac{D_P(\varphi_V)}{D_{P,0}} = 1 - p_{\text{diff}} \cdot \varphi_V^{\frac{4}{3}}$$

Literatur zu Kapitel 3 – *informativ*

- J. F. Richardson, W. N. Zaki, Sedimentation and fluidisation: Part I. *Trans. Inst. Chem. Eng.*, 32:35:53, **1954**. (reprint: J. F. Richardson, W. N. Zaki, Sedimentation and fluidisation: Part I. *Chem. Eng. Res. Des.*, 75:S82-S100, **1997**; [doi:10.1016/S0263-8762\(97\)80006-8](https://doi.org/10.1016/S0263-8762(97)80006-8).)
- G. K. Batchelor, Sedimentation in a dilute dispersion of spheres. *J. Fluid Mech.*, 52(2):245-268, **1972**; [doi:10.1017/S0022112072001399](https://doi.org/10.1017/S0022112072001399)
- G. K. Batchelor, Brownian diffusion of particles with hydrodynamic interaction. *J. Fluid Mech.*, 74(1):1-29, **1976**; [doi:10.1017/S0022112076001663](https://doi.org/10.1017/S0022112076001663)
- G. K. Batchelor, C.-S. Wen, Sedimentation in a dilute polydisperse system of interacting spheres. Part 2. Numerical results. *J. Fluid Mech.*, 124:495-528, **1982**.
- X. Qiu et al., Hydrodynamic interactions in concentrated suspensions. *Phys. Rev. Lett.*, 65(4):516-519, **1990**; [doi:10.1103/PhysRevLett.65.516](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.65.516)
- L. F. Rojas et al., Particle dynamics in concentrated colloidal suspensions. *Faraday Discuss.*, 123:385-400, **2003**; [doi:10.1039/b204470f](https://doi.org/10.1039/b204470f)
- H. Schubert (Hrsg.): *Handbuch der Mechanischen Verfahrenstechnik, Bd. 1*; Wiley-VCH, Weinheim, **2003**; [doi:10.1002/3527603352](https://doi.org/10.1002/3527603352) → Abschn. 3.1.4