Eigenwerte und -vektoren

Definition 9.1

Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $n \geq 2$ gegeben. Dann heißt die Matrixgleichung

$$A \cdot x = \lambda \cdot x \quad \Longleftrightarrow \quad (A - \lambda \cdot E)\, x = o$$

mit n-reihiger Einheitsmatrix E und Nullvektor o, die Matrixeigenwertaufgabe zu A. Darin bezeichnen:

- λ ... Eigenwert
- x ... Eigenvektor $\left(x \in \mathbb{R}^{n \times 1}\right)$, vgl. Beispiel 9.1

zur Matrix A.

Vorgehen:

(a) Die Eigenwerte λ_i sind Lösung der charakteristischen Gleichung

$$\det (A - \lambda \cdot E) = 0.$$ [1]

(b) Setze Eigenwerte in Eigenwertaufgabe ein und löse nach Eigenvektoren x.[2]

---

[1] d.i. eine algebraische Gleichung n-ten Grades mit Lösungen $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{C}$.

[2] LGS mit k_i-dimensionalen UVR in $\mathbb{R}^n$ als Lösungsraum, $k_i = n - Rg\,(A - \lambda_i \cdot E)$.