

Prof. Dr.-Ing. habil. Leon Urbas
Professur für Prozessleittechnik & Arbeitsgruppe Systemverfahrenstechnik

Zusammenfassung und Ausblick

5. Optimierung – Dynamische Optimierung

Lehrveranstaltung Systemverfahrenstechnik, 2020

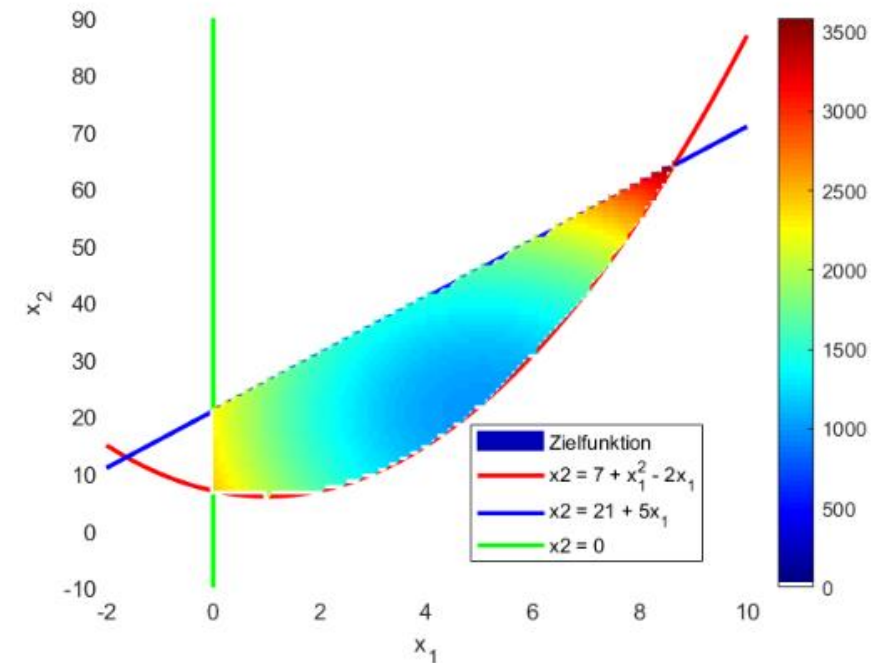
Zusammenfassung

Beschränkte Optimierung

$$\min f(\underline{x}) \quad \text{mit } \underline{x} \in X, \quad X \in R^n$$

unter Nebenbedingungen $g(\underline{x}) = 0, h(\underline{x}) \leq 0$

- **Beschränkungen** – zusätzliche Nebenbedingungen in Form von **Gleichungen** oder/und **Ungleichungen**
- **Zulässige Punkte** – Punkte, die **alle** Nebenbedingungen erfüllen
- **Zulässiger Bereich** – Alle zulässigen Punkte
- Hauptklassen von Problemen:
 - Linear – Zielfunktion und alle Beschränkungen sind linear
 - Nichtlinear – eine der Komponenten des Problems ist nicht linear

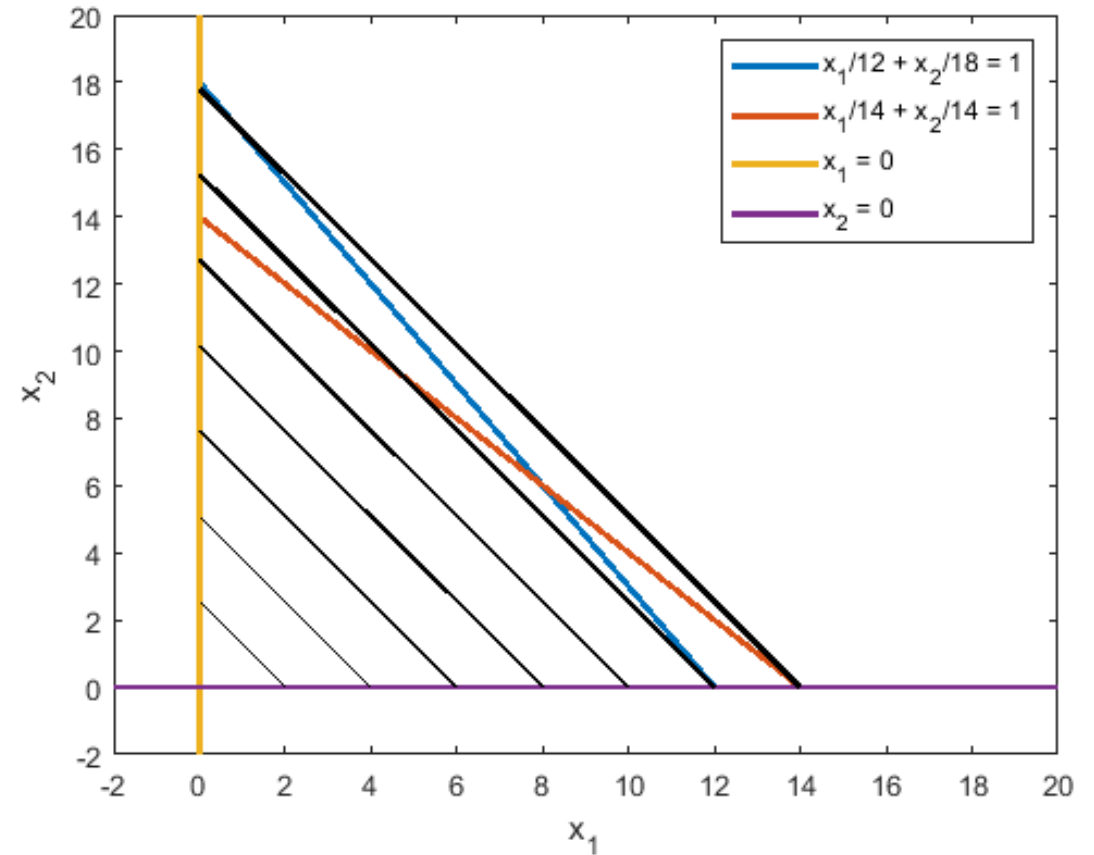


Zusammenfassung

Optimierungsmethoden:

Graphische Methode

- Graphische Findung von Nebenbedingungen, an deren Kreuzung das Optimum liegt
- Ermittlung der Koordinaten des Schnittpunkts

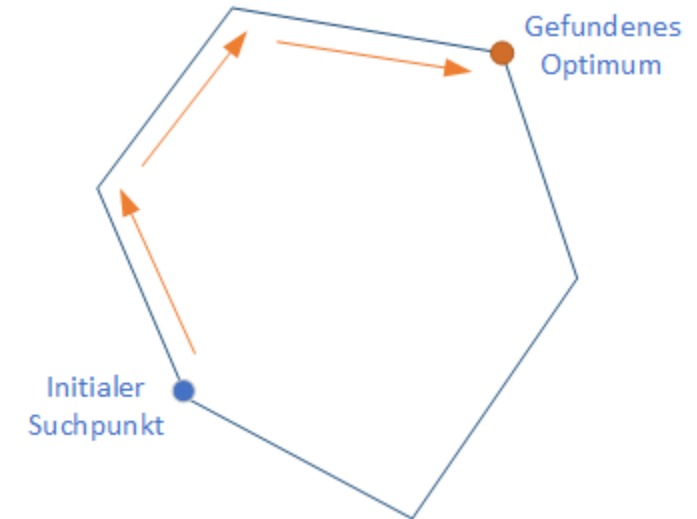


Zusammenfassung

Optimierungsmethoden für lineare Probleme:

Simplex-Verfahren

- Iterative Bewegung entlang einer der Kanten von einer Ecke des zulässigen Punktes zu einer anderen
- Der Wert der Zielfunktion muss dabei zunehmen.
- Eine Lösung ist optimal, wenn kein besseres lokales Extremum in der näheren Umgebung ("Nachbarecke") vorhanden ist.



Verwendung von Simplextableau zur Formalisierung der Methode

Weitere Methoden:

- **Khachiyan's ellipsoid method**
- **Karmarkar's interior point method**

Zusammenfassung

Optimierungsmethoden für nicht lineare Probleme:

Beschränkungen in der Form von Gleichungen: $\min f(\underline{x})$ mit $\underline{x} \in X, X \in R^n, g(\underline{x}) = 0$

- **Direkte Substitution**

- Umformen und Lösung der m Variablen basierend auf den Nebenbedingungen
- Einsetzen der m bekannten Variablen in die Zielfunktion
- Auswahl und Anwendung einer der Methoden zur unbeschränkten Optimierung

- **Lagrange-Multiplikatoren**

- Einführung neuer Hilfsvariablen Lagrange-Multiplikatoren λ und Aufstellung der Lagrange-Funktion
- Aufstellung von notwendigen Bedingungen
- Auflösen des Gleichungssystems mit den notwendigen Bedingungen
- Überprüfen, ob die Lösung tatsächlich ein Minimum der Zielfunktion anhand der hinreichenden Bedingung ist

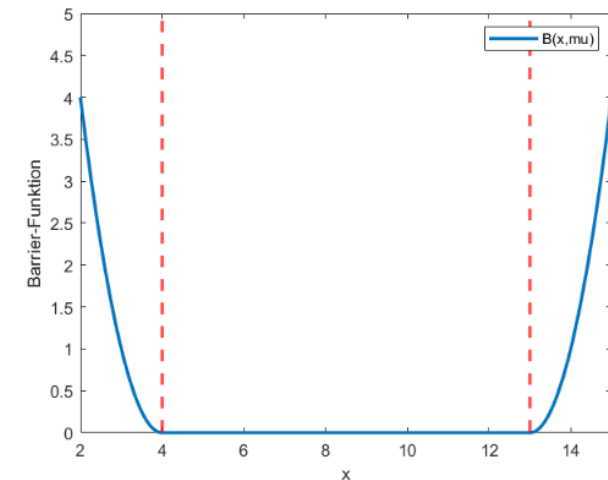
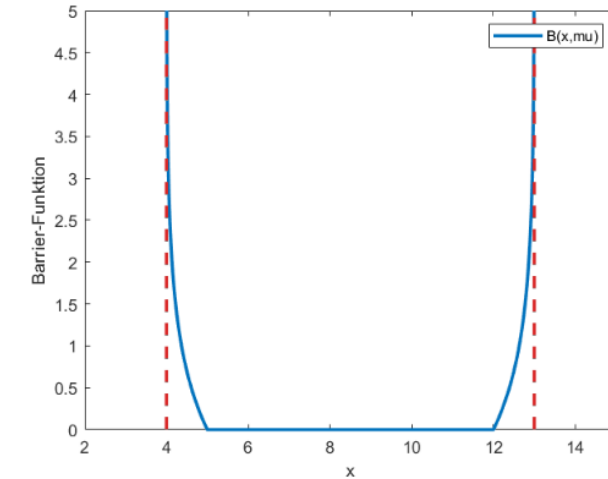
Zusammenfassung

Optimierungsmethoden für nicht lineare Probleme:

Beschränkungen in der Form von Ungleichungen:

$$\min f(\underline{x}) \quad \text{mit } \underline{x} \in X, X \in R^n \quad h(\underline{x}) \leq 0$$

- **Innere-Punkte-Verfahren und Strafverfahren**
 - Bestrafe die Verletzung von Nebenbedingungen in der Zielfunktion mit einem Strafterm
 - Dafür wird die Zielfunktion mit einer Barrier- oder Straf-Funktion ergänzt



Ausblick

Dynamische Optimierung: **Rekursive** Berechnung optimaler Lösung

Optimierungsmethode für die Lösung von **mehrstufigen Entscheidungsprozessen**, bei denen Entscheidungen aufeinander aufbauen.



PROCESS CONTROL SYSTEMS **PROCESS SYSTEMS ENGINEERING**

Prof. Dr.-Ing. habil. Leon Urbas
Email: leon.urbas@tu-dresden.de
Telefon: 0351 463 39614

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!