2-fach Integrale

Anwendungen

Anwendung	Bestimmtes Integral
Volumen: gerader Zylinder auf xy-Ebene, durch Graphenfläche $$y = f(x_1, x_2),\ (x_1, x_2) \in B_2$$ nach oben begrenzt	falls $f(x_1, x_2) \geq 0$ für alle $(x_1, x_2) \in B_2$: $$V = \int\int_{B_2 \subset \mathbb{R}^2} f(x_1, x_2)\, \mathrm{d}x_1 \mathrm{d}x_2$$
Flächeninhalt: eines ebenen Normalbereichs[1], begrenzt durch ▸ $y = f_{o,u}(x)$ in $x \in [a, b]$ (in *kartesischen Koord.*) ▸ $r = r_{i,a}(\varphi)$ in $\varphi \in [\varphi_1, \varphi_2]$ (in *Polarkoordinaten*)	$$A = \int_{x=a}^{b} \int_{y=f_u(x)}^{f_o(x)} 1 \mathrm{d}y \mathrm{d}x$$ $$A = \int_{\varphi=\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{r=r_i(\varphi)}^{r_a(\varphi)} r \mathrm{d}r \mathrm{d}\varphi$$

[1] entspricht Volumen mit konstanter Höhe 1

2-fach Integrale

Anwendungen

Anwendung	Bestimmtes Integral
Schwerpunkt: eines homogenen Normalbereichs, begrenzt durch ▶ $y = f_{o,u}(x)$ in $x \in [a, b]$	in kartesischen Koordinaten: $$x_s = \frac{1}{A}\int_a^b \int_{y=f_u(x)}^{f_o(x)} x \,\mathrm{d}y\mathrm{d}x$$ $$y_s = \frac{1}{A}\int_a^b \int_{y=f_u(x)}^{f_o(x)} y \,\mathrm{d}y\mathrm{d}x$$
Schwerpunkt: eines homogenen Normalbereichs[1], begrenzt durch ▶ $r = r_{i,a}(\varphi)$ in $\varphi \in [\varphi_1, \varphi_2]$	in Polarkoordinaten: $$x_s = \frac{1}{A}\int_{\varphi=\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{r=r_i(\varphi)}^{r_a(\varphi)} r^2 \cos\varphi \,\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi$$ $$y_s = \frac{1}{A}\int_{\varphi=\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{r=r_i(\varphi)}^{r_a(\varphi)} r^2 \sin\varphi \,\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi$$