

05 Gradienten- und Newton-Verfahren

Nichtlineare Optimierung

WS 2020/21

Quizfrage

Auf Basis welcher Ersatzmodelle der Zielfunktion f erzeugen die meisten Abstiegsverfahren die Suchrichtung?

- Umfrage $x_k = \text{aktuelle Iterierte}$
- Modell-Alternativen
(Unterschiedsverfahren)
- 9 A $f(x_k) + f'(x_k) d + \frac{1}{2} d^T H_k d$ B $f(x_k) + f'(x_k) d$
- 2 C $f'(x_k) d + \frac{1}{2} d^T H_k d$ D $f(x_k) + \frac{1}{2} d^T H_k d$

Konstante (spielt für die Erzeugung der Suchrichtung keine Rolle)

Quizfrage

Warum verwenden Liniensuchverfahren in der Regel **symmetrisch positiv definite** Modell-Hessematrizen H_k in ihren Ersatzmodellen?

→ Umfrage $0 < d_k^T H_k d_k = -d_k^T \nabla f(x_k) \equiv f'(x_k) d_k$

↓

- 0 A spd Matrizen sind einfacher zu bestimmen
- 5 C damit die Lösung von $H_k d_k = -\nabla f(x_k)$ eindeutig ist
- 2 B damit die Lösung von $H_k d_k = -\nabla f(x_k)$ eine Abstiegsrichtung ist
- 3 D damit $\{x_k\}$ gegen ein Minimum konvergiert

Quizfrage

Bei welcher Wahl der Modellhessematrix H_k spricht man vom Gradientenverfahren?

→ Umfrage

↙ „Nokonditionierung“

7 A $H_k \equiv M$ mit M spd

2 B $H_k = \nabla^2 f(x_k)$

2 C $H_k \equiv I$
(Einheitsmatrix)

0 D $H_k = H_{k-1} + I$

$$M dx_k = -\nabla f(x_k)$$

$$H = LL^T$$

↙

Quizfrage

Welche Bausteine muss der Anwender zur Verfügung stellen, um das Gradientenverfahren anwenden zu können?

→ Umfrage

- A Auswertung von f
- C Auswertung von f und ∇f

- B Auswertung von f , ∇f , Matrix-Vektor-Produkte mit M

- D Auswertung von f , ∇f , Matrix-Vektor-Produkte mit M^{-1}

$$M dx_k = -\nabla f(x_k)$$

$$\Leftrightarrow dx_k = -M^{-1} \nabla f(x_k)$$

Quizfrage

$$r_k = \nabla f(x_k)$$

$$\|r_k\|_{n-1}^2 = \nabla f(x_k)^T M^{-1} \nabla f(x_k) = \|\nabla_n f(x_k)\|_n^2$$

Welches ist **keine** geeignete Abbruchbedingung (für das Gradientenverfahren)?

→ Umfrage

1 A $\|r_k\|_{M^{-1}} \leq \varepsilon_{\text{rel}} \|r_0\|_{M^{-1}}$

1 C $\|x_k - x_{k-1}\|_M \leq \varepsilon_{\text{abs}}^x$

Schrittweite

günstig

Abstand zu 0
falsche Norm

7 B $\|x_k\|_{M^{-1}} \leq \varepsilon_{\text{abs}}^x$

1 D $|f(x_k) - f(x_{k-1})| \leq \varepsilon_{\text{abs}}^f$

ungünstig

Quizfrage

$f(x_k) + f'(x_k)d + \frac{1}{2}d^T H_k d$
mit $H_k = \nabla^2 f(x_k)$ ist das das Taylor-
polynom 2. Ordnung

Bei welcher Wahl der Modellhessematrix H_k spricht man vom Newton-Verfahren?

→ Umfrage

- A $H_k \equiv M$ mit M spd B $H_k = \nabla^2 f(x_k)$
 C $H_k \equiv I$ D $H_k = H_{k-1} + I$
(Einheitsmatrix)

$$\nabla^2 f(x_k) d_k = -\nabla f(x_k)$$

aufwändig zu berechnen

Quizfrage

benötigt Startwert
 x_0 in der Nähe
von x^* mit $F(x) = 0$

Welche Konvergenzeigenschaft hat das lokale
Newton-Verfahren? *Zur Lösung von $F(x) = 0$*

→ Umfrage

- A Es konvergiert lokal q-linear.
- C Es konvergiert global q-linear.

- B Es konvergiert lokal q-superlinear.
- D Es konvergiert global q-superlinear.

Quizfrage

für schnelle lokale Konvergenz:
Startschrittweite in Liniensuche
 $\alpha_0 = 1$

Wodurch gelingt eine Globalisierung des lokalen Newton-Verfahrens? Alg. 5.6

→ Umfrage

- A Verwenden der negativen Gradientenrichtung an Stelle der Newton-Richtung, falls keine gute Abstiegsrichtung
- B Starten hinreichend nah an lokalem Minimum
- C Starten hinreichend nah an globalem Minimum
- D Verwenden der negativen Gradientenrichtung in jedem zweiten Schritt

Zeit für Ihre Fragen

Was sind Ihre Fragen zu den Themen der Woche?

→ Benutzen Sie den **Chat**.

Fragen und Antworten 1

Fragen und Antworten 2