

# 09 Das Simplex-Verfahren

## Optimierung für Nichtmathematiker

### WS 2020/21

# Quizfrage

Jedes LP lässt sich Normalform bringen!

Welche Form einer linearen Optimierungsaufgabe heißt **Normalform**?

15 **A** *Normalform*

Minimiere  $c^T x$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$   
unter  $Ax = b$   
sowie  $x \geq 0$

5 **B**

Minimiere  $c^T x$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$   
unter  $Ax \leq b$   
sowie  $x \geq 0$

0 **C**  
Maximiere  $c^T x$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$   
unter  $Ax = b$   
sowie  $x \geq 0$

0 **D**  
Maximiere  $c^T x$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$   
unter  $Ax \leq b$   
sowie  $x \geq 0$

# Quizfrage

Warum führen wir die Normalform ein?

→ Umfrage

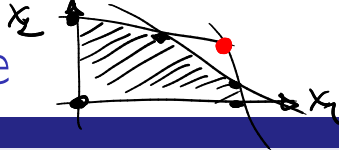
6 A linprog kann nur  
Aufgaben in  
Normalform lösen

4 B Lösung geht schneller  
9 D Erklärungen werden  
einfacher

3 C Lösung ist genauer

linprog löst : Minimize  $c^T x$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$   
(allgemeine Form) unter  $A_{eq} x = b_{eq}$   
und  $A_{ineq} x \leq b_{ineq}$   
und  $l \leq x \leq u$

# Quizfrage



$A_B = A(:, B)$   
muss invertierbar sein!

Welcher der Punkte ist eine **Ecke** der **zulässigen Menge**  $n=3, m=2$

$|N| = n - m = 1, x_N = 0$   
 $|B| = m = 2, A_B x_B = b$

$$\left\{ x \in \mathbb{R}^3 \mid \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -2 \end{bmatrix}}_A x = \underbrace{\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}}_b, x \geq 0 \right\}?$$

→ **Umfrage**

$b \ Ax = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \neq b$

4 **A**  $x = (0, 1, 0)^T$

5 **C**  $x = (-2, 0, 1)^T$

$\uparrow \ Ax = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix} \checkmark \quad x \not\geq 0 \downarrow$

$Ax = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix} \checkmark$

$x \geq 0 \checkmark$

6 **B**  $x = (2, 0, 3)^T$

1 **D**  $x = (0, 0, 2)^T$

$Ax = b \checkmark \uparrow$   
 $x \geq 0 \checkmark$

$N = \{2\}, B = \{1, 3\}$

$A_B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$  nicht invertierbar

$B$  ist keine Basis

$N = \{1\}, B = \{2, 3\}$   
 $A_B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$  invertierbar!

# Mozartproblem

$$Ax = b, x \geq 0$$

Umformulierung in Normalform

$$\begin{array}{rcll} \rightarrow 1x_1 + 1x_2 + \overbrace{x_3}^I & \leq & 6 & \text{Kaffee} \\ 2x_1 + 1x_2 + x_4 & \leq & 11 & \text{Nougat} \\ 1x_1 + 2x_2 + \underbrace{x_5}_{\text{Schokolade}} & \leq & 9 & \end{array}$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_3 \geq 0$$

$$x_4 \geq 0$$

$$x_5 \geq 0$$

Schlupfvariablen

"Was übrig bleibt"

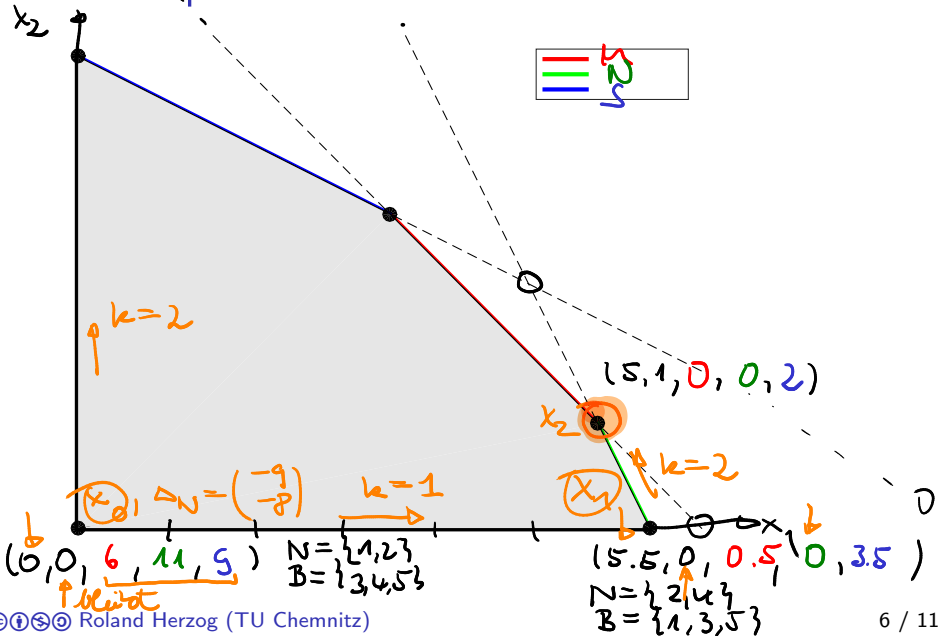
$$n = 5 \quad |N| = n - m = 2$$

$$m = 3 \quad |B| = 3$$

Eine Ecke wird also kodiert durch  
Auswahl von  $B$ !  $\boxed{A_B} x_B = b$

Anzahl Ecken  $\leq \binom{5}{3} = \frac{120}{6 \cdot 2} = 10$

# Mozartproblem



# Matlab-Demonstration

Mozartproblem\_Einzelschritt.m

# Quizfrage

Was kann ein Grund dafür sein, dass eine lineare Optimierungsaufgabe **keine** Lösung besitzt?

→ Umfrage

4  A Die Nebenbedingungen widersprechen sich.



7  C Die zulässige Menge hat keine Ecke.

(Phase I)

0  B Die Zielfunktion ist manchmal negativ.

3  D Die Zielfunktion ist nach unten unbeschränkt.

(Quotiententest)

# Zeit für Ihre Fragen

Was sind Ihre Fragen zu den Themen der Woche?

→ Benutzen Sie den **Chat**.

# Fragen und Antworten 1

# Fragen und Antworten 2