

Einführung in die Verfahrenstechnik und Naturstofftechnik 1-1

Mechanische Verfahrenstechnik

Folien zur Vorlesung

NUR ZUM PERSÖNLICHEN GEBRAUCH!

PD Dr.-Ing. habil. Frank Babick, 1. Oktober 2020

4. Sedimentation

Lernziele zu Kapitel 4

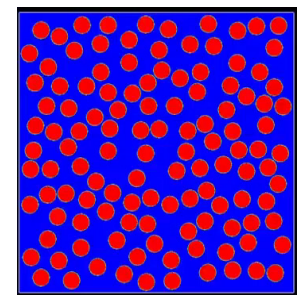
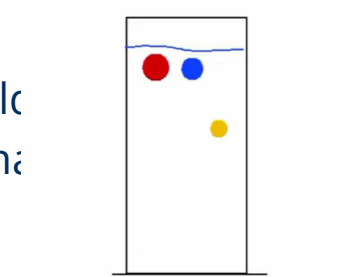
- Wissen:
 - Was verstehen wir unter Sedimentation?
 - Unterschied zwischen Schwarm- und Zonensedimentation?
 - Welche Sedimentationsapparate für technische Trennprozesse?
 - Wie lässt sich die Effektivität von Sedimentationsprozessen beeinflussen?
- Fähigkeiten:
 - Berechnung der Sinkgeschwindigkeit von Einzelpartikeln und Partikelschwärmen
 - Ermittlung der Partikelgröße bei bekannter Sinkgeschwindigkeit
 - Auslegung eines Sedimentationsapparates bzgl. der Klärfläche

4. Sedimentation

– *Grundlagen* –

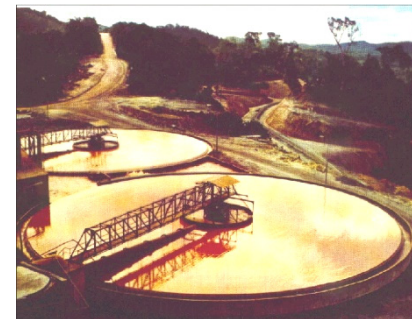
Sedimentation

- Umgangssprache: „Absetzen von Partikeln“
- Mikroprozess:
 - gerichtete Partikelbewegung im Schwerfeld oder in Zentrifugalfeld
 - Voraussetzung: Dichtedifferenz zw. Partikel und kontinuierlicher Phase
- Makroprozess:
 - Entmischung eines dispersen System im Schwerfeld oder Zentrifugalfeld
 - infolge eines gerichteten Stofftransports der gesamten dispersen Phase
 - partikelfreie kontinuierliche Phase (*Überstand*)
 - Schicht mit abgelagerten Partikeln (*Sediment* oder *Rahmschicht*)
- Formen
 - Schwerkraftsedimentation und Zentrifugation
 - Einzelpartikel-, Schwarm-, Strähnen-, Zonensedimentation



Relevanz der Sedimentation in Natur und Technik

- Erfahrungen aus Natur und Alltag:
 - Staub auf Regalen
 - Sedimente in Gewässern
 - Saharastaub und Blütenpollen auf Autos
 - ...
- Ziele einer technischen Nutzung:
 - Klären → partikelfreie kontinuierliche Phase ($\varphi_{V,\text{solid}} \rightarrow 0$)
 - Eindicken → Schlamm mit geringer Feuchte ($\varphi_{V,\text{solid}} \rightarrow 1$)
 - Klassieren/Sortieren → Trennung der dispersen Phase nach Partikelgröße oder Material
- Beispiele
 - Schlammteiche, Klärbecken, Ölabscheider
 - Zentrifugen
 - Hydrozyklone



Physikalischer Hintergrund der Sedimentation

- aus Sicht des Einzelpartikel:
 - Partikelbewegung \leftarrow äußere Kraft
 - Modellierung über Bewegungsgleichung

$$\textit{Masse} \times \textit{Beschleunigung} = \textit{Summe der angreifenden Kräfte}$$

- aus makroskopischer Sicht
 - Massenfluss \leftarrow Differenz der Energiepotenziale
 - Modellierung über Triebkraftgleichung

$$\textit{Flussdichte} = \textit{Transportkoeffizient} \times \textit{Potenzialdifferenz}$$

Kräfte auf Partikel

- Trägheitskräfte:
 - Scheinkräfte zur Beschreibung des Beharrungsvermögens bzgl. Betrag und Richtung einer vorhandenen Geschwindigkeit (z.B. Zentrifugalkraft, Corioliskraft)
- Feldkräfte
 - Schwerkraft $\vec{F}_G = m \cdot \vec{g}$
 - elektrische Feldkraft $\vec{F}_C = Q \cdot \vec{E}$ (Coulomb-Kraft)
 - Magnetische Feldkraft $\vec{F}_M = \Phi \cdot \Delta \vec{H}$
 - Zentrifugalkraft: $\vec{F}_Z = m \cdot (-\vec{a}_r)$ mit $\vec{a}_r = -\omega^2 \cdot \vec{r}$ **!scheinbare Feldkraft!**
- Druck- und Strömungskräfte
 - Druckkraft: $\vec{F}_p = -V_p \cdot \nabla p$ z.B. Auftrieb $\vec{F}_A = -V_p \cdot \rho_F \cdot \vec{g}$
 - Strömungswiderstand: $\vec{F}_W = \vec{F}_{\text{diss}} + \vec{F}_{\text{inert}} = c_W \cdot A_p \cdot \frac{\rho_F}{2} \cdot |\vec{v}_{\text{rel}}| \cdot \vec{v}_{\text{rel}}$
Reibung an Partikeloberfläche + Verdrängung der Fluidmoleküle
- Diffusionskräfte (stochastische Kräfte infolge der Brownschen Molekularbewegung)
- Kontaktkräfte (zu anderen Partikeln oder Oberflächen, irrelevant)

Modellierung von Sedimentationsvorgängen: Zielgrößen

- stationäre Sinkgeschwindigkeit des Einzelpartikels
 - Sinkgeschwindigkeit von Kugeln
 - Einfluss der Partikelform
- effektive Sinkgeschwindigkeit einzelner Partikel im Partikelschwarm
- effektive Absetzgeschwindigkeit hoch konzentrierter oder geflockter Suspensionen
- Ermittlung des sinkgeschwindigkeitsäquivalenten Durchmessers
- Größe (Fläche und/oder Höhe) von Sedimentationsapparaten
- erforderliche Drehzahl von Zentrifugen
- optimale Prozessparameter (z.B. Volumenstrom, Temperatur, Flockungsmittelkonzentration)

4. Sedimentation

– Berechnung der Sinkgeschwindigkeit einzelner Kugeln –

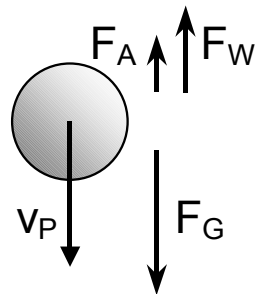
Bewegungsgleichung

- allgemeine Bewegungsgleichung für Partikel:

$$m_p \cdot \frac{d\vec{v}_p}{dt} = \sum \vec{F}_i$$

$\vec{F}_G = m_p \cdot \vec{g}$
 $\vec{F}_Z = m_p \cdot (-\vec{a}_r)$
 $\vec{F}_C = Q \cdot \vec{E}$
 $\vec{F}_W = -c_W \cdot A_{\text{Proj}} \cdot \frac{\rho_F}{2} \cdot |\vec{v}_{\text{rel}}| \cdot \vec{v}_{\text{rel}}$
 $\vec{F}_A = -V_p \cdot \rho_F \cdot \vec{g}$

- Kräftegleichgewicht im Fall der stationären Sedimentation ($\frac{d\vec{v}_p}{dt} = 0$ und $v_{\text{rel}} = v_s$)



$$F_G - F_A = F_W$$

$$g \cdot (\rho_p - \rho_f) \cdot V_p = c_w \cdot A_{\text{Proj}} \cdot \frac{\rho_f}{2} \cdot v_s^2$$

$$g \cdot \Delta\rho \cdot \frac{\pi}{6} \cdot d^3 = c_w \cdot \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot \frac{\rho_f}{2} \cdot v_s^2$$

$$g \cdot \Delta\rho \cdot d = \frac{3}{4} \cdot c_w \cdot \rho_f \cdot v_s^2$$

Widerstandsbeiwert von Kugeln

als Funktion der Partikel-Reynoldszahl Re_p

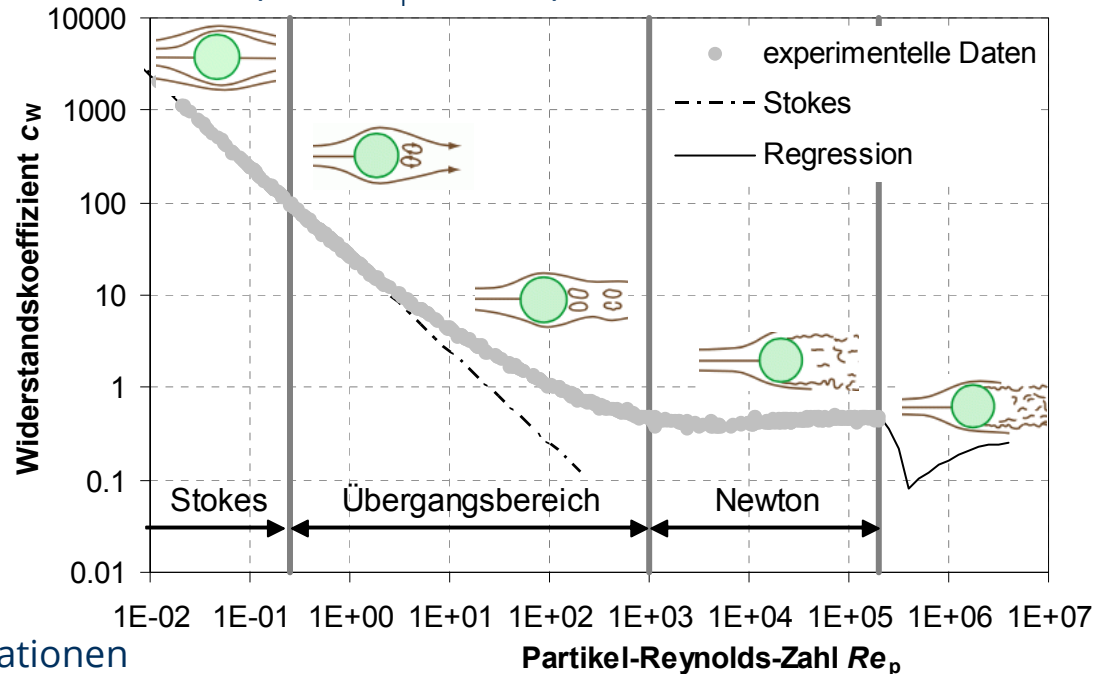
Widerstandsbeiwert: $c_W = F_W / A_Q \frac{\rho}{2} v_{rel}^2 = \text{funct.}(Re_p)$ mit: $Re_p = \frac{\rho_F \cdot x \cdot v_{rel}}{\eta_F}$

STOKES-Regime:
($Re_p < 0,5$)
 $c_W = \frac{24}{Re_p}$

NEWTON-Regime:
($10^3 < Re_p < 2 \cdot 10^5$)
 $c_W \approx 0,44$

Übergangsbereich:
($0,5 < Re_p < 10^3$)
 $c_W = \frac{24}{Re_p} + \frac{4}{\sqrt{Re_p}} + 0.4$
(Kaskas, 1964)

$c_W = \frac{B_k}{Re_p^{A_k}}$
(Mednikov, 1980)



Die Zahl wissenschaftlicher Publikationen und empirischer Berechnungsgleichungen für den Widerstandsbeiwert scheint nahezu unbegrenzt.

Widerstandsbeiwert von Kugeln

Darstellung mit Hilfe des Potenzansatzes

- Potenzansatz:
(abschnittsweise gültig) $c_W = \frac{B}{Re_p^A}$

Strömungs- regime	Stokes	Übergangsregime			Newton
	schleichende Strömung	ablösefrei	beginnende Ablösung	Wirbelschleppe	turbulente Nachlaufströmung
Re_p	$Re_p \leq 0.56$	$0.56 < Re_p \leq 10.1$	$10.1 < Re_p \leq 122$	$122 < Re_p \leq 839$	$839 < Re_p \leq 10^5$
Ar	$Ar \leq 10$	$10 < Ar \leq 325$	$325 < Ar \leq 1.07 \times 10^4$	$1.07 \times 10^4 < Ar \leq 2.2 \times 10^5$	$2.2 \times 10^5 < Ar \leq 3 \times 10^9$
Lj	$Lj \leq 0.017$	$0.017 < Lj \leq 3.18$	$3.18 < Lj \leq 172$	$172 < Lj \leq 2542$	$2542 < Lj \leq 3.3 \times 10^5$
A	1	0.8	0.6	0.4	0
B	24	27	17	6.5	0.44

Re_p ... Partikel-Reynolds-Zahl, Ar ... Archimedes-Zahl, Lj ... Ljaščenko-Zahl = Omega-Zahl Ω

H. Schubert (u.a.), *Mechanische Verfahrenstechnik*, 3. Aufl.; Dtsch. Verl. f. Grundstoffind., Leipzig, 1990.

Dimensionslose Kennzahlen

- Reynolds-Zahl, allgemein: $Re = \frac{\text{Trägheit des Fluids}}{\text{Reibung im Fluid}} = \frac{\rho_F \cdot L \cdot u}{\eta_F}$

L eine charakteristische Länge, u eine charakteristische Geschwindigkeit

- Partikel-Reynolds-Zahl: $Re_p = \frac{\rho_F \cdot x \cdot v_{\text{rel}}}{\eta_F}$ *Re_p beschreibt die Kräfteverhältnisse im Fluid beim Umströmen eines Partikels*

- Widerstandsbeiwert: $c_w = F_W / A_Q \frac{\rho}{2} v_{\text{rel}}^2$

- Archimedes-Zahl: $Ar = \frac{g \cdot \Delta\rho \cdot \rho_F \cdot x^3}{\eta_F^2} = \frac{\text{Partikelgewicht} \cdot \text{Fluidträgheit}}{\text{Fluidreibung}^2}$

- Ljaščenko-Zahl (Omega-Zahl) $Lj = \frac{\rho_F^2 \cdot v_{\text{rel}}^3}{g \cdot \Delta\rho \cdot \eta_F} = \frac{\text{Fluidträgheit}^2}{\text{Partikelgewicht} \cdot \text{Fluidreibung}}$

- für Sedimentation gilt: $Ar = \frac{3}{4} \cdot c_w \cdot Re_p^2$ $Lj = \frac{4}{3} \cdot \frac{Re_p}{c_w}$ $Ar \cdot Lj = Re_p^3$

Sinkgeschwindigkeit kugeliger Partikel

- dim.-loser Ansatz mit Ljaščenko- und Archimedes-Zahl

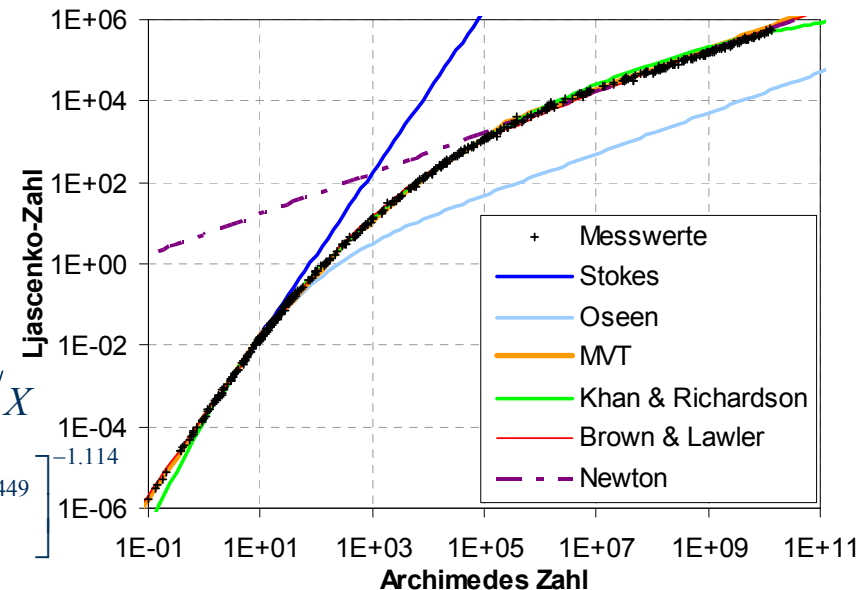
$$Lj = \text{funct.}(Ar) \quad Lj = \frac{\rho_F^2 v_S^3}{g \Delta \rho \eta_F} \quad Ar = \frac{g \Delta \rho \rho_F x^3}{\eta_F^2}$$

- dim.-loser Ansatz nach Grassmann & Reinhardt (1961)

$$V_S = \text{funct.}(X) \quad V_S = Lj^{\frac{1}{3}} \quad X = Ar^{\frac{1}{3}}$$

Beispiele:

- nach Stokes: $Lj = Ar^2 / 18^3$
- nach Oseen: $Lj = \frac{128}{81} \cdot \left(\frac{2 + \frac{1}{48} Ar}{1 + \sqrt{1 + \frac{1}{24} Ar}} - 1 \right)$
- MVT-Ansatz: $Lj = \left(\frac{4}{3} / B \right)^{\frac{3}{2-A}} \cdot Ar^{\frac{1+A}{2-A}}$
- Khan & Richardson: $V_S = \left(2.33 \cdot X^{-0.054} - 1.53 \cdot X^{0.048} \right)^{13.3} / X$
- Brown & Lawler: $V_S = \left[\left(18 / X^2 \right)^{0.898 \cdot \frac{0.936 \cdot X + 1}{X + 1}} + \left(0.317 / X \right)^{0.449} \right]^{-1.114}$
- Newton-Bereich: $Lj \approx 5.275 \cdot \sqrt{Ar}$



Sinkgeschwindigkeit für gegebenen Kugeldurchmesser

aus Funktion $Re_p(Ar)$

allgemein:

$$v_S = \frac{\eta_F}{\rho_F \cdot x} \cdot Re_p(Ar)$$

Beispiele:

- nach Stokes:

$$Re_p = \frac{Ar}{18}$$

- nach Newton:

$$Re_p = \sqrt{\frac{Ar}{0.33}}$$

- Potenzansatz:

$$Re_p = \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{Ar}{B} \right)^{\frac{1}{2-A}}$$

stückweise definiert

- Khan & Richardson (1987): für $Ar = 3 \dots 10^5$

$$Re_p = \left(2.33 \cdot Ar^{0.018} - 1.53 \cdot Ar^{-0.016} \right)^{13.3}$$

- Martin (2013):

$$Re_p = 18 \left(\sqrt{1 + \frac{1}{9} \sqrt{Ar}} - 1 \right)^2$$

etwas gröbere Näherung

aus Funktion $Lj(Ar)$

allgemein:

$$v_S = \left(\frac{g \Delta \rho \eta_F}{\rho_F^2} \cdot Lj(Ar) \right)^{1/3}$$

Beispiele:

- nach Stokes:

$$Lj = \frac{Ar^2}{18^3}$$

- nach Newton:

$$Lj = \sqrt{\frac{Ar}{0.33^3}}$$

- Potenzansatz:

$$Lj = \left(\frac{4}{3 \cdot B} \right)^{\frac{3}{2-A}} \cdot Ar^{\frac{1+A}{2-A}}$$

stückweise definiert

- nach Khan & Richardson (1987): für $Ar = 3 \dots 10^5$

$$Lj = \left(2.33 \cdot Ar^{0.018} - 1.53 \cdot Ar^{-0.016} \right)^{39.9} / Ar$$

- Brown & Lawler (2003): für $Ar \geq 3$

$$Lj = \left[\left(18 / Ar^{\frac{2}{3}} \right)^{0.898 \cdot \frac{0.936 \sqrt[3]{Ar+1}}{\sqrt[3]{Ar+1}}} + \left(0.317 / Ar^{\frac{1}{3}} \right)^{0.449} \right]^{-3.342}$$

Kugeldurchmesser für gegebene Sinkgeschwindigkeit

aus Funktion $Re(Lj)$

allgemein: $x = \frac{\eta_F}{\rho_F \cdot v_S} \cdot Re_p(Lj)$

Beispiele:

- nach Stokes: $Re_p = \sqrt{18 \cdot Lj}$
- nach Newton: $Re_p = 0.33 \cdot Lj$
- Potenzansatz: $Re_p = \left(\frac{3}{4} \cdot B \cdot Lj \right)^{\frac{1}{1+A}}$
stückweise definiert
- Khan & Richardson (1987): für $Ar = 3 \dots 10^5$
 $Re_p = \left(1.47 \cdot Lj^{0.14} + 0.11 \cdot Lj^{0.4} \right)^{3.56}$

aus Funktion $Ar(Lj)$

allgemein: $x = \left(\frac{\eta_F^2}{g \Delta \rho \rho_F} \cdot Ar(Lj) \right)^{1/3}$

Beispiele:

- nach Stokes: $Lj = \sqrt{18^3 \cdot Lj}$
- nach Newton: $Ar = 0.33^3 \cdot Lj^2$
- Potenzansatz: $Ar = \left(\frac{3}{4} B \right)^{\frac{3}{1+A}} \cdot Lj^{\frac{2-A}{1+A}}$
stückweise definiert
- Concha & Almedra (1979): für $Lj \geq 10^{-4}$
 $Ar = 0.0525^3 \cdot Lj^2 \cdot \left(1 + \sqrt{1 + \frac{79.1}{\sqrt{Lj}}} \right)^6$
- Whiten & Özer (2015): für $Lj \geq 0.003$
 $\ln Ar = 1.8959 \ln Lj - 12.0333 + \dots$
 $3 \cdot \sqrt{(4.6865 - 0.4879 \ln Lj)^2 + 10.0518}$

Berechnung der Sinkgeschwindigkeit

- Sinkgeschwindigkeit von Kugeln mit Durchmesser d

- Stokes-Bereich:
($Re \leq 0.5$, $Ar \leq 10$, $Lj \leq 0.017$)
$$v_{\text{Stokes}} = \frac{g \cdot \Delta\rho}{18 \cdot \eta_F} \cdot d^2$$

- Newton-Bereich:
($839 < Re \leq 0.5$, $2.2 \times 10^5 Ar \leq 3 \times 10^9$,
 $2542 < Lj \leq 3.3 \times 10^5$)
$$v_{\text{Newton}} = \sqrt{\frac{g \cdot \Delta\rho}{0,33 \cdot \rho_F}} \cdot d$$

- beliebige Re_p bzw. Ar
$$v_S = \frac{\eta_F}{\rho_F \cdot d} \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{Ar}{B} \right)^{\frac{1}{2-A}}$$

- Sinkgeschwindigkeit beliebig geformter Partikel

$$v_{S,P} = v_{S,K} \cdot k_\psi(\Psi, Ar \text{ bzw. } Re_p) \quad v_{S,K} \text{ Sinkgeschwind. der volumengleichen Kugel}$$

- effektive Sinkgeschwindigkeit des Partikelschwarms

$$v_{S,\text{eff}} = v_{S,P} \cdot k_\varphi(\varphi_V) = v_{S,P} \cdot (1 - \varphi_V)^n \quad v_{S,P} \text{ Einzelpartikelsinkgeschwindigkeit}$$

Sinkgeschwindigkeit von Partikeln – Fachartikel

- P. Grassmann, A. Reinhart, Zur Ermittlung der Sinkgeschwindigkeit von Tropfen und der Steiggeschwindigkeit von Blasen. *Chem. Ing. Tech.*, 33(5):348-349, **1961**.
- F. Concha, E. R. Almendra, Settling velocities of particulate systems, 1. Settling velocities of individual spherical particles. *Int. J. Mineral Process.*, 5:349–367, **1979**.
- A. R. Khan, J. F. Richardson, The resistance to motion of a solid sphere in a fluid. *Chem. Eng. Commun.*, 62:135–150, **1987**.
- P. P. Brown, D. F. Lawler, Sphere drag and settling velocity revisited. *J. Environ. Eng.*, 129:222-231, **2003**; [doi: 10.1061/\(ASCE\)0733-9372\(2003\)129:3\(222\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9372(2003)129:3(222))
- N.-S. Cheng, Comparison of formulas for drag coefficient and settling velocity of spherical particles. *Powder Technol.*, 189:395-398, **2009**; [doi: 10.1016/j.powtec.2008.07.006](https://doi.org/10.1016/j.powtec.2008.07.006)
- G. I. Kelbaliyev, Drag coefficients of variously shaped solid particles, drops, and bubbles. *Theor. Found. Chem. Eng.*, 45(3):248-266, **2011**; [doi: 10.1134/S0040579511020084](https://doi.org/10.1134/S0040579511020084)
- H. Martin, Wärmeübergang in Wirbelschichten. In: VDI e.V. (Hrsg.), *VDI-Wärmeatlas*, Kap. M5, S. 1489-1498. Springer, **2013**; [doi: 10.1007/978-3-642-19981-3_100](https://doi.org/10.1007/978-3-642-19981-3_100).
- W. J. Whiten, C. E. Özer, New relation for the computation of settling velocities and diameters of spheres. *Miner. Process. Extr. Metall. Rev.*, 36(2):92-102, **2015**; [doi: 10.1080/08827508.2014.885904](https://doi.org/10.1080/08827508.2014.885904)
- S. Dey, S. Z. Ali, E. Padhi, Terminal fall velocity: The legacy of Stokes from the perspective of fluvial hydraulics. *Proc. R. Soc. A*, 475:20190277 (33 pp.), **2019**; [doi: 10.1098/rspa.2019.0277](https://doi.org/10.1098/rspa.2019.0277)

4. Sedimentation

– *Sinkgeschwindigkeit von beliebigen Partikelsystemen* –

Berechnung der Sinkgeschwindigkeit

- Sinkgeschwindigkeit von Kugeln mit Durchmesser d

- Stokes-Bereich:
($Re \leq 0.5$, $Ar \leq 10$, $Lj \leq 0.017$)
$$v_{\text{Stokes}} = \frac{g \cdot \Delta\rho}{18 \cdot \eta_F} \cdot d^2$$

- Newton-Bereich:
($839 < Re \leq 0.5$, $2.2 \times 10^5 Ar \leq 3 \times 10^9$,
 $2542 < Lj \leq 3.3 \times 10^5$)
$$v_{\text{Newton}} = \sqrt{\frac{g \cdot \Delta\rho}{0,33 \cdot \rho_F}} \cdot d$$

- beliebige Re_p bzw. Ar
$$v_S = \frac{\eta_F}{\rho_F \cdot d} \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{Ar}{B} \right)^{\frac{1}{2-A}}$$

- Sinkgeschwindigkeit beliebig geformter Partikel

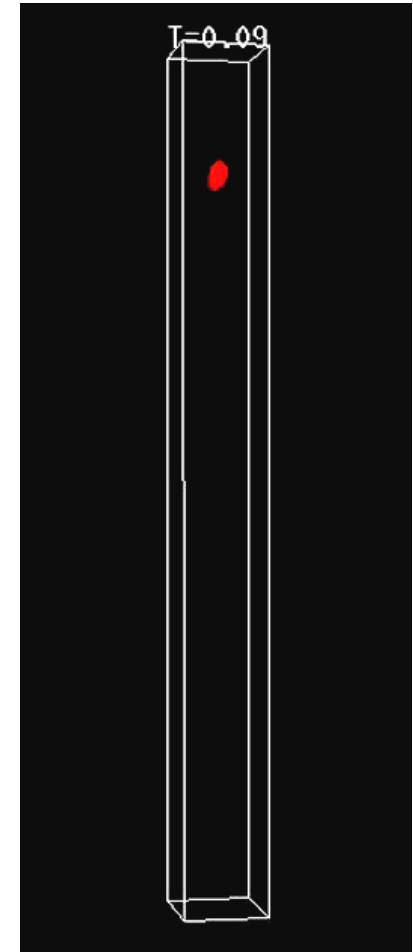
$$v_{S,P} = v_{S,K} \cdot k_\psi(\Psi, Ar \text{ bzw. } Re_p) \quad v_{S,K} \text{ Sinkgeschwind. der volumengleichen Kugel}$$

- effektive Sinkgeschwindigkeit des Partikelschwarms

$$v_{S,\text{eff}} = v_{S,P} \cdot k_\varphi(\varphi_V) = v_{S,P} \cdot (1 - \varphi_V)^n \quad v_{S,P} \text{ Einzelpartikelsinkgeschwindigkeit}$$

Sedimentation nicht-sphärischer Partikel

- Unterschied zu Kugeln
 - mindestens 2 charakteristische Längen
 - Einfluss der Partikelorientierung, wobei: bevorzugte Orientierung = $\text{funct.}(Re_p, \rho_p/\rho_F)$
 - Widerstandskraft nicht unbedingt parallel zur Relativgeschwindigkeit \rightarrow seitliche Drift
 - Rotation der Partikel
 - ggf. Taumelbewegung
 - analytische Beschreibung auch für niedrige Re_p höchst kompliziert
- empirische Berechnungsgleichungen
 - basierend auf Sedimentation der volumengleichen Kugel
 - Korrekturfunktionen für c_W oder für v_S
 - relevante Größe: x_V
 - Formparameter: Ψ (für grobe Abschätzung)



F. Fonseca, H. Herrmann (2004):
<http://www.comphys.ethz.ch/hans/filmOblate.mpg>

Widerstandsbeiwert nicht-sphärischer Partikel

- empirische Berechnungsansätze

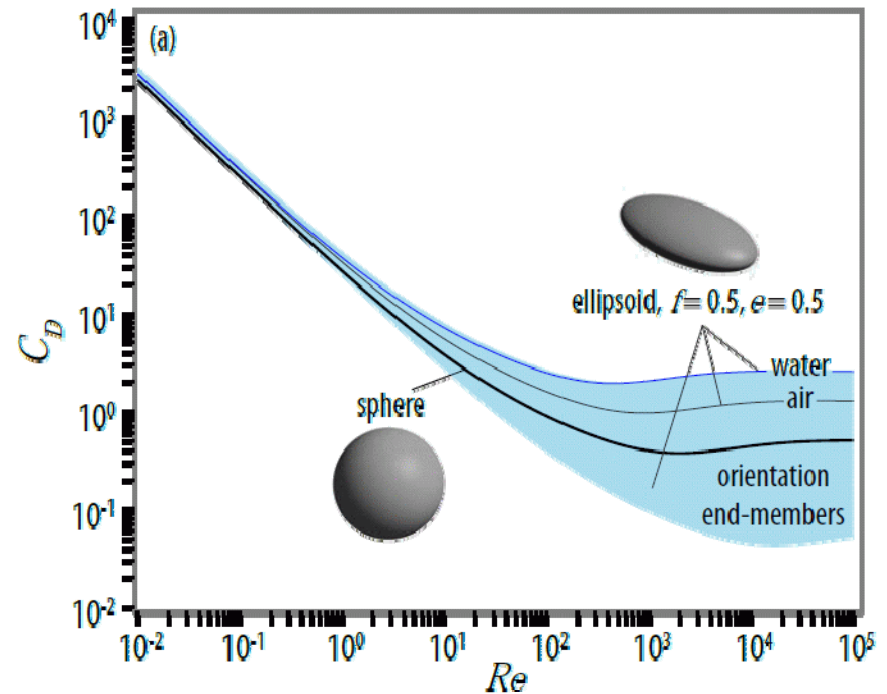
- Ansatz:
$$c_{W,P} = \frac{F_W}{A_Q(x_V) \frac{\rho}{2} v_{rel}^2} = c_{W,K}(x_V) \cdot f_{shape}(x_V, \Psi)$$

- Stokes:
$$c_{W,P} = \frac{24}{Re_P(x_V)} \cdot \frac{1}{k_{\Psi,Stokes}(\Psi)}$$

- Newton:
$$c_{W,P} = 0,44 \cdot \frac{1}{k_{\Psi,Newton}(\Psi)^2}$$

- Literatur

- Pettyjohn & Christiansen (1948)
- Haider & Levenspiel (1989)
- Ganser (1993)
- Bagheri & Bonnadonna (2016)



Bagheri & Bonnadonna, *Powder Technol.*, 301, 2016.

Formkorrektur für die Sinkgeschwindigkeit

- empirische Berechnungsansätze

- Ansatz: $v_{S,P} = v_{S,K} \cdot k_{\Psi}(Psi, Ar \text{ bzw. } Re_p)$

- Stokes: $k_{\Psi,Stokes}(Psi) = 0.843 \cdot \lg \frac{\Psi}{0.065}$ Pettyjohn & Christiansen (1948)

- Newton: $k_{\Psi,Newton}(Psi) = \sqrt{\frac{1}{1+11.1(1-\Psi)}} \quad \text{für } \Psi > 0.65$ Pettyjohn & Christiansen (1948)

$$\lg k_{\Psi,Newton}(Psi) = -0.9074 \cdot (\lg \Psi^{-1})^{0.5743} \quad \text{für } \Psi \leq 0.65 \quad \text{Ganser (1993)}$$

- Übergangsbereich:

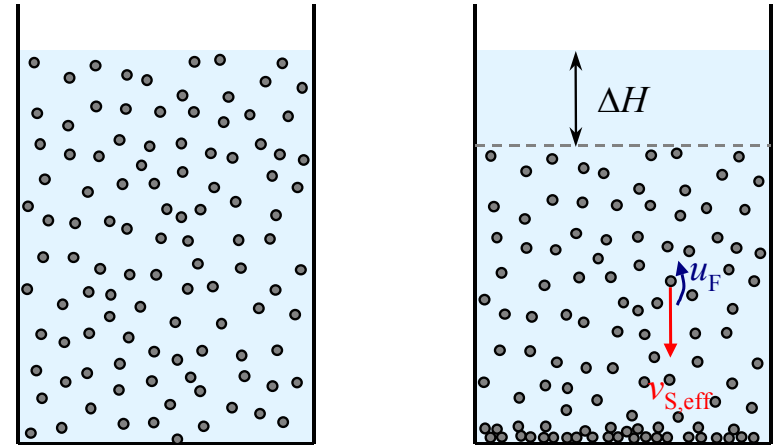
$$k_{\Psi,\ddot{U}}(Ar, \Psi) = k_{\Psi,Stokes}(Psi)^{1-\alpha(Ar)} \cdot k_{\Psi,Newton}(Psi)^{\alpha(Ar)} \quad \text{MVT Dresden (2020)}$$

mit
$$\alpha(Ar) = \left(1 + \sqrt{\frac{185.5}{Ar}} \right)^{-1}$$

Sedimentation bei hohen Partikelkonzentrationen

Fall: Schwarm sedimentation

- Schwarm sedimentation
= individuelle Sedimentation der Partikel,
aber gegenseitige Beeinflussung
→ Sedimentationsbehinderung
- Ursachen für Konzentrationseinfluss
 - Rückströmung des verdrängten Fluids, $\text{funct.}(\varphi_V)$
 - gegenseitige hydrodynamische Behinderung, $\text{funct.}(\varphi_V)$
 - hydrostatischer Druck und Auftrieb werden von effektiver Dichte bestimmt, $\text{funct.}(\varphi_V)$
- entscheidender Parameter
 - Volumenanteil φ_V der dispersen Phase



einfache Vorstellung zum Einfluss der Rückströmung:

Sedimentation erfolgt in einem aufwärts strömenden Fluid (u_F), d.h. die Absetzbewegung (v_{rel}) ist für einen Beobachter reduziert ($\rightarrow v_{S,eff}$)

$$v_{Sed} = v_{S,eff} = \frac{\Delta H}{\Delta t}$$

$$u_F = v_{S,eff} \cdot \frac{\varphi_V}{1 - \varphi_V} \quad v_{rel} = \frac{v_{S,eff}}{1 - \varphi_V}$$

Konzentrationskorrektur für die Sinkgeschwindigkeit

Fall: Schwarmsedimentation

- empirische Berechnungsansätze

– Ansatz: $v_{S,\text{eff}} = v_{S,P} \cdot k_\varphi(\varphi_V, Ar \text{ bzw. } Re_p)$

populär: $v_{S,\text{eff}} = v_{S,P} \cdot (1 - \varphi_V)^n$ Richardson & Zaki (1954)

- Exponent n :

z.B.
$$n = \begin{cases} 4.65 & \text{für } Re_p \leq 0.1 \\ 4.35 \cdot Re_p^{-0.03} & \text{für } 0.1 < Re_p \leq 1.4 \\ 4.45 \cdot Re_p^{-0.1} & \text{für } 1.4 < Re_p \leq 500 \\ 2.39 & \text{für } 500 < Re_p \end{cases}$$
 Richardson & Zaki (1954)

bzw.
$$\frac{n_{\text{Stokes}} - n}{n - n_{\text{Newton}}} = 0.175 \cdot Re_p^{0.75} \quad n = \frac{4.65 + 0.418 \cdot Re_p^{0.75}}{1 + 0.175 \cdot Re_p^{0.75}}$$

z.B.
$$n = \frac{n_{\text{Stokes}}}{2 - A} = \frac{4.65}{2 - A}$$
 Maude & Whitmore (1958)

wobei $c_W = \frac{B}{Re_p^A}$ und $A = -\frac{\ln c_W}{\ln Re_p}$

Literatur zur Form- und Konzentrationskorrektur

- E. S. Pettyjohn, E. B. Christiansen. Effect of particle shape on free-settling rates of isometric particles. *Chem. Eng. Progr.*, 44:157-172, **1948**.
- J. F. Richardson, W. N. Zaki, Sedimentation and fluidisation: Part I. *Trans. Inst. Chem. Eng.*, 32:35:53, **1954** (reprint: J. F. Richardson, W. N. Zaki, Sedimentation and fluidisation: Part I. *Chem. Eng. Res. Des.*, 75:S82-S100, **1997**; [doi: 10.1016/S0263-8762\(97\)80006-8](https://doi.org/10.1016/S0263-8762(97)80006-8)).
- A. D. Maude, R. L. Whitmore, A generalized theory of sedimentation. *Br. J. Appl. Phys.*, 9(12):477-482, **1958**; [doi: 10.1088/0508-3443/9/12/304](https://doi.org/10.1088/0508-3443/9/12/304)
- A. Haider, O. Levenspiel, Drag coefficient and terminal velocity of spherical and nonspherical particles, *Powder Technol.*, 58(1):63-70, **1989**.
- G. H. Ganser, A rational approach to drag prediction of spherical and nonspherical particles. *Powder Technol.*, 77(2):143-152, **1993**; [doi: 10.1016/0032-5910\(93\)80051-B](https://doi.org/10.1016/0032-5910(93)80051-B)
- G. Bagheri, C. Bonadonna, On the drag of free falling non-spherical particles. *Powder Technol.*, 301:526-544, **2016**; [doi: 10.1016/j.powtec.2016.06.015](https://doi.org/10.1016/j.powtec.2016.06.015)