Normalprojektion eines Vektors

Beispiel 8.29

Gegeben: Vektor $x = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 2 & \frac{3}{4} \end{pmatrix}^\top \in \mathbb{R}^3$, kanonische Basis $\{e_1, e_2, e_3\} \subset \mathbb{R}^3$

Gesucht: Richtungskosinus von x bezüglich e_1, e_2 und e_3

1. Die Projektion von x auf den durch e_i aufgespannten Untervektorraum:

$$\frac{x \cdot e_i}{\|e_i\|^2} e_i = \|x\| \cdot \cos\varphi_i \cdot e_i = \begin{cases} \frac{3}{2} \cdot e_1 \\ 2 \cdot e_2 \\ \frac{3}{4} \cdot e_3 \end{cases}$$

   mit $\varphi_i = \measuredangle(x, e_i)$.

2. $\cos\varphi_i$ heißen Richtungskosinus von $x = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix}^\top$ bezüglich der Basisvektoren e_i. Es gilt:

$$(\cos\varphi_1)^2 + (\cos\varphi_2)^2 + (\cos\varphi_3)^2 = \frac{x_1^2}{\|x\|^2} + \frac{x_2^2}{\|x\|^2} + \frac{x_3^2}{\|x\|^2} = 1$$

   d. h. φ_1, φ_2 und φ_3 sind nicht unabhängig voneinander.