Drehungen des $\mathbb{R}^3$

Bemerkung 9.1

Jede räumliche Drehung lässt sich durch Hintereinanderausführung von Drehungen um die Koordinatenachsen beschreiben,

$$D = D_1(\varphi_1) \cdot D_2(\varphi_2) \cdot D_3(\varphi_3) \quad \text{mit} \quad (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3) \in \mathbb{R}^3$$

d. h. ist durch eine orthogonale Matrix darstellbar. Es gilt: $\det D = +1$.

Geometrische Größen mittels Eigenwertaufgabe. Die Drehachse a ist ER zum EW $\lambda = 1$. Der (Betrag des -) Drehwinkel φ stimmt mit dem Argument der beiden komplex konjugierten EW überein.

z. B.:

$$D = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 4 & -1 & 8 \\ -4 & -8 & 1 \\ 7 & -4 & -4 \end{pmatrix} \quad \longrightarrow \lambda_1 = 1: \; x_1 = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \mu \quad (\mu \in \mathbb{R})$$

$$\longrightarrow \lambda_{2,3} = -\frac{1}{18}(17 \pm i\sqrt{35}): \; \varphi \approx -2.806696495$$