

**TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DRESDEN**

---

Institut für Bahnfahrzeuge und Bahntechnik Professur für Technik spurgeführter Fahrzeuge

---

# **MUSTERLÖSUNGEN DER RECHENÜBUNGEN ZUR VORLESUNG FAHRDYNAMIK/BAHNFAHRZEUGE**

**Dr.-Ing. Martin Kache**

**29. März 2019**

# INHALTSVERZEICHNIS

<b>1 Übungskomplex Grundlagen</b>	<b>4</b>
<b>2 Übungskomplex Fahrwiderstand</b>	<b>9</b>
<b>3 Übungskomplex Zugkraft</b>	<b>25</b>
<b>4 Übungskomplex Antriebstechnik</b>	<b>35</b>
<b>5 Übungskomplex Auslegung und Leistungsfähigkeit</b>	<b>44</b>
<b>6 Übungskomplex Energiebedarf</b>	<b>49</b>
<b>7 Übungskomplex Fahrzeit</b>	<b>54</b>

# HINWEISE

Dieses Lösungsheft sollte idealerweise nur dann konsultiert werden, wenn Sie bereits eigene Lösungsvorstellungen zu den gestellten Aufgaben entwickelt haben. Das alleinige Nachvollziehen der hier aufgeführten Lösungsansätze kann das selbständige Entwicklung von Lösungsansätzen für fahrdynamischer Fragestellungen nicht ersetzen.

Die in diesem Heft aufgeführten Lösungen zu den Übungsaufgaben im Fach Fahrdynamik/Bahnfahrzeuge stellen Vorschläge dar, wie bestimmte fahrdynamische Aufgabenstellungen angegangen werden können. Alternative Lösungswege sind natürlich denkbar, solange sie zu identischen oder doch zumindest vergleichbaren Ergebnissen führen.

Bei der Darstellung der Lösungen wurde weitgehend versucht, die Einheiten mit aufzuführen. Zum Teil war dies aus Platzgründen jedoch nicht möglich.

Als Hilfsmittel zur Lösung der Aufgaben stehen Ihnen neben Ihren Vorlesungsunterlagen auch die Formelsammlung, auf die in einzelnen Fällen verwiesen wird, zur Verfügung.

Sollten Sie Unstimmigkeiten oder Fehler in dieser Musterlösung finden, werden Sie gebeten, diese vorzugsweise per E-mail an den Verfasser zu übermitteln.

# 1 ÜBUNGSKOMPLEX GRUNDLAGEN

## NIVEAU 1

1.

$$\begin{aligned}\xi_Z &= \frac{\sum \xi_T \cdot m_t + \sum \xi_W \cdot m_W}{\sum m_T + \sum m_T} \\ &= \frac{2 \cdot 1,1 \cdot 84 t + 12 \cdot 1,03 \cdot 80 t + 15 \cdot 1,08 \cdot 24,5}{2 \cdot 84 t + 12 \cdot 80 t + 15 \cdot 24,5 t} \\ &= \frac{184,8 t + 988,8 t + 396,9 t}{168 t + 960 t + 367,5 t} \\ &= 1,0502 \\ \xi_Z &\approx 1,05\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}\xi_Z &= 1,03 \cdot \xi_W = \frac{m_T \xi_T + m_W \xi_W}{m_T + m_W} \\ m_T &= \frac{-0,03 \cdot \xi_W \cdot m_W}{1,03 \cdot \xi_W - \xi_T} \\ &= \frac{-0,03 \cdot 1,06 \cdot 400 t}{1,03 \cdot 1,06 - 1,15} \\ m_T &= 218,6 t\end{aligned}$$

3. (a)

$$E_{\text{kin,Z}} = \frac{1}{2} \xi_Z \cdot m_Z \cdot v^2$$

$$\xi_Z = \frac{1,16 \cdot 87 \text{ t} + 4 \cdot 1,06 \cdot 50 \text{ t} + 1,05 \cdot 55 \text{ t}}{87 \text{ t} + 4 \cdot 50 \text{ t} + 55 \text{ t}}$$

$$= 1,084$$

$$m_Z = 87 \text{ t} + 4 \cdot 50 \text{ t} + 55 \text{ t} = 342 \text{ t}$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \cdot 1,084 \cdot 342 \text{ t} \cdot \left( \frac{160 \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}} \right)^2$$

$$= 366151 \text{ kNm} = 366151 \text{ kWs} = 101,7 \text{ kWh}$$

(b) Lokomotive:

$$E_{\text{kin,T}} = \frac{1}{2} \xi_T \cdot m_T \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,16 \cdot 87 \text{ t} \cdot \left( \frac{160 \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}} \right)^2$$

$$[1 \text{ ex}] = 27,687 \text{ kWh}$$

$$\frac{E_{\text{kin,T}}}{E_{\text{kin,Z}}} = \frac{27,687}{101,7} = 0,2722 \approx 27,2 \%$$

Zwischenwagen:

$$E_{\text{kin,ZW}} = \frac{1}{2} \xi_{\text{ZW}} \cdot m_{\text{ZW}} \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,06 \cdot 200 \text{ t} \cdot \left( \frac{160 \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}} \right)^2$$

$$= 58,162 \text{ kWh}$$

$$\frac{E_{\text{kin,ZW}}}{E_{\text{kin,Z}}} = \frac{58,162}{101,7} = 0,571 \approx 57,1 \%$$

Steuerwagen:

$$E_{\text{kin,SW}} = \frac{1}{2} \xi_{\text{SW}} \cdot m_{\text{SW}} \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,05 \cdot 55 \text{ t} \cdot \left( \frac{160 \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}} \right)^2$$

$$= 15,844 \text{ kWh}$$

$$\frac{E_{\text{kin,SW}}}{E_{\text{kin,Z}}} = \frac{15,844}{101,7} = 0,156 \approx 15,6 \%$$

Hinweis: Differenz zu 100 % ergibt sich aus Rundungsfehlern

(c)

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{kin,trans}} + E_{\text{kin,rot}}$$

$$\xi = 1 + \frac{E_{\text{kin,rot}}}{E_{\text{kin,trans}}}$$

$$\begin{aligned} E_{\text{kin,trans}} &= \frac{E_{\text{kin}}}{\xi_Z} \\ &= \frac{101,7 \text{ kWh}}{1,084} \\ &= 93,8 \text{ kWh} \end{aligned}$$

$$E_{\text{kin,rot}} = 7,9 \text{ kWh}$$

(d)

$$\frac{E_{\text{kin}}(v)}{E_{\text{kin}}(160 \text{ km/h})} = \frac{1}{2} = \frac{v^2 \cdot 3,6^2}{160^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{160^2}{2 \cdot 3,6^2}}$$

$$= 31,4 \text{ m/s} = 113,1 \text{ km/h}$$

**4.**

$$F_T = \xi_Z \cdot m_Z \cdot a + F_{WF} + F_{WS}$$

$$\begin{aligned} \xi_Z &= \frac{84 \text{ t} \cdot 1,11 + 200 \text{ t} \cdot 1,06}{84 \text{ t} + 200 \text{ t}} \\ &= 1,075 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_T &= 1,075 \cdot 284 \text{ t} \cdot 0,8 \text{ m/s}^2 + 5 \text{ kN} + 21 \text{ kN} \\ &= 270,2 \text{ kN} \end{aligned}$$

**5.**

$$\begin{aligned} a &= \frac{F_T - F_{WF}}{\xi_Z \cdot m_Z} \\ &= \frac{172,8 \text{ kN} - 62,3 \text{ kN}}{815 \text{ t} \cdot 1,08} \\ &= 0,126 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

## NIVEAU 2

6. (a)

$$E_{\text{pot}} \rightarrow E_{\text{kin}}$$

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}}$$

$$\frac{1}{2}\xi \cdot m_W v^2 = m_W \cdot g \cdot \Delta h$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot \Delta h}{\xi}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 2,5 \text{ m}}{1,04}}$$

$$= 6,9 \text{ m/s} = 24,8 \text{ km/h}$$

(b)

$$\xi_{\text{leer}} = (\xi_{\text{bel}} - 1) \frac{m_{\text{bel}}}{m_{\text{leer}}} + 1$$

$$= (1,04 - 1) \frac{60}{24,5} + 1 = 1,098$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot \Delta h}{\xi}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 2,5 \text{ m}}{1,098}}$$

$$= 6,7 \text{ m/s} = 24,1 \text{ km/h}$$

7.

$$F_B = F_{B,\text{el}} + F_{B,\text{mech}}$$

$$F_B = -\xi_Z \cdot \ddot{x} \cdot m_Z - F_{WFT} - F_{WFW} - F_W S$$

$$F_{B,\text{mech}} = -\xi_Z \cdot \ddot{x} \cdot m_Z - F_{WFT} - F_{WFW} - F_W S - F_{B,\text{el}}$$

v=60 km/h:

$$F_{B,\text{mech}} = -1,03 \cdot (-0,45 \text{ m/s}^2) \cdot 1680 \text{ t} - 3,5 \text{ kN} - 28,9 \text{ kN} - (-82,4 \text{ kN}) - 150 \text{ kN}$$

$$= 778,7 \text{ kN} - 3,5 \text{ kN} - 28,9 \text{ kN} + 82,4 \text{ kN} - 150 \text{ kN}$$

$$= 678,7 \text{ kN}$$

$v=2 \text{ km/h}$ :

$$F_{B,el} = \frac{2}{5} \cdot 150 \text{ kN} = 60 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} F_{B,mech} &= -1,03 \cdot (-0,45 \text{ m/s}^2) \cdot 1680 \text{ t} - 1,5 \text{ kN} - 15,7 \text{ kN} - 0,75 \text{ kN} - 60 \text{ kN} \\ &= 778,7 \text{ kN} - 1,5 \text{ kN} - 15,7 \text{ kN} - 0,75 \text{ kN} - 60 \text{ kN} \\ &= 700,8 \text{ kN} \end{aligned}$$

## 2 ÜBUNGSKOMPLEX FAHRWIDERSTAND

### NIVEAU 1-2

8. (a)

$$\begin{aligned}F_T &= F_{WFW} = m_W \cdot g \cdot f_{WFW} \\ &= 2000 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot (0,0012 + 0,0025 \cdot 0,8^2) \\ &= 54,9 \text{ kN}\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}F_Z &= F_{WFW} + F_{WFT} = m_W \cdot g \cdot f_{WFW} + F_{WFT} \\ &= 54,9 \text{ kN} + 1,45 + 0,84 \cdot 0,8 + 2,8 \cdot 0,95^2 \\ &= 59,6 \text{ kN}\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}\sum F_{WF}(100 \text{ km/h}) &= F_{WFT}(100 \text{ km/h}) + F_{WFW}(100 \text{ km/h}) \\ &= 1,45 + 0,84 + 2,8 \cdot 1,15^2 \\ &\quad + (0,0012 + 0,0025 \cdot 1^2) \cdot 2000 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \\ &= 5,993 \text{ kN} + 72,594 \text{ kN} \\ &= 78,6 \text{ kN} \\ \frac{\sum F_{WF}(100 \text{ km/h})}{\sum F_{WF}(80 \text{ km/h})} &= \frac{78,6 \text{ kN}}{59,6 \text{ kN}} \\ &= 1,319 \rightarrow +31,9\%\end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned}P_a(80 \text{ km/h}) &= P_T - P_{WF}(80 \text{ km/h}) = P_T - \sum F_{WF}(80 \text{ km/h}) \cdot v \\&= 6400 \text{ kW} - 59,6 \text{ kN} \cdot \frac{80 \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}} \\&= 5076 \text{ kW}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P_a(100 \text{ km/h}) &= 6400 \text{ kW} - 78,6 \text{ kN} \cdot \frac{100 \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}} \\&= 4217 \text{ kW}\end{aligned}$$

(e)

$$\begin{aligned}P_T &\geq P_{WF}(80 \text{ km/h}) + P_{WS}(80 \text{ km/h}, 5 \text{ ‰}) \\&\geq \sum F_{WF} \cdot v + m_Z \cdot g \cdot i \cdot v \\6400 \text{ kW} &\geq 1324,4 \text{ kW} + 2087 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,005 \cdot \frac{80 \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}} \\&\geq 1324,4 \text{ kW} + 2274,8 \text{ kW} \\6400 \text{ kW} &\geq 3599 \text{ kW} \quad \text{w.A.}\end{aligned}$$

Antwort: Ja, eine Beförderung des Zuges mit 80 km/h in einer Steigung von 5 ‰ ist möglich.

9. (a) **Antwort:** Ein Teil der vom Dieselmotor erzeugten Leistung wird bei Reisezügen für die Versorgung des Wagenzuges mit elektrischer Leistung benötigt (Licht, Klima, Fahrgastinformation, Bordgastronomie) und steht deshalb nicht für Antriebszwecke zur Verfügung. Bei Güterzügen entfällt die Versorgung des Wagenparks mit elektrischer Leistung, sodass effektiv mehr Dieselmotorleistung für den Antrieb zur Verfügung steht.

(b)

$$P_{T, \text{erf}} = (F_{WFT} + F_{WFW}) \cdot v$$

$$F_{WFT} = 2,1 + 2,6 \cdot 0,95^2 = 4,447 \text{ kN}$$

$$F_{WFW} = 1000 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot (0,0016 + 0,0032 \cdot 0,8^2) = 35,787 \text{ kN}$$

$$P_{T, \text{erf}} = 40,2 \text{ kN} \cdot \frac{80 \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}}$$

$$= 893 \text{ kW}$$

(c)

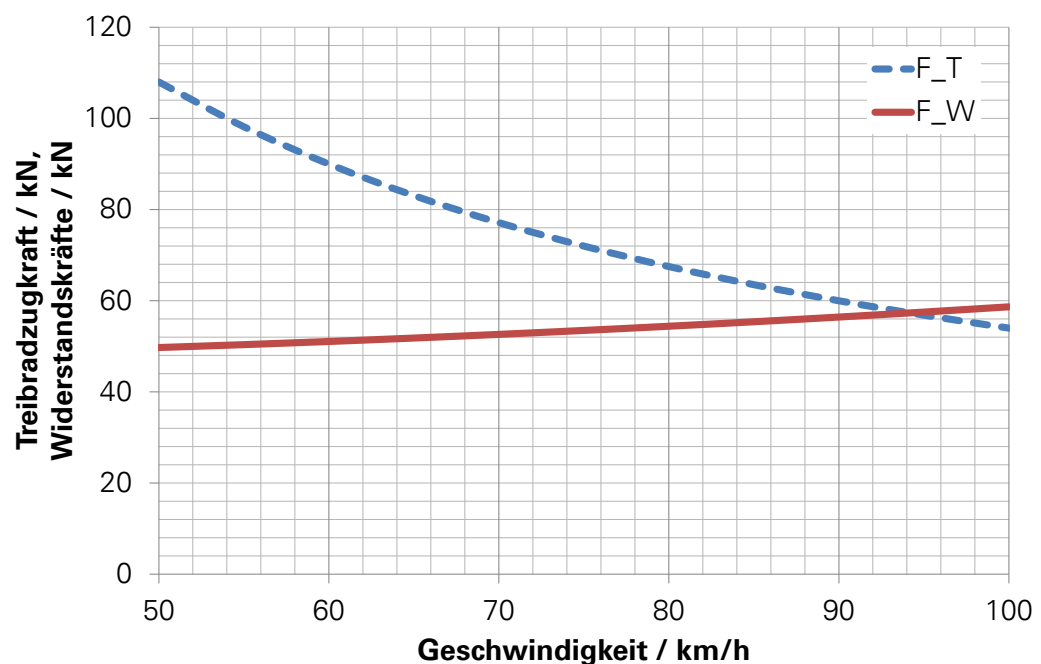
$$P_{WS} = P_T - P_{WF} = 1750 \text{ kW} - 893 \text{ kW} = 857 \text{ kW}$$

$$P_{WS} = m_Z \cdot g \cdot i \cdot v$$

$$i = \frac{P_{WS}}{m_Z \cdot g \cdot v} = \frac{857 \text{ kW}}{1084 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot \frac{80 \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}}}$$

$$= 3,626 \cdot 10^{-3} = 3,6 \text{ ‰}$$

(d) **graphische Lösung:**



**rechnerische Lösung:**

$$F_T = \frac{P_T}{v} = F_{WFT} + F_{WFW} + F_{WS}$$

$$\frac{1500 \text{ kW} \cdot 3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}}{v} = 2,1 + 2,6 \left( \frac{v + 15}{100} \right)^2$$
$$+ 320 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \left[ 0,0015 + 0,0028 \left( \frac{v}{100} \right)^2 \right]$$
$$+ (320 \text{ t} + 84 \text{ t}) \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,010$$

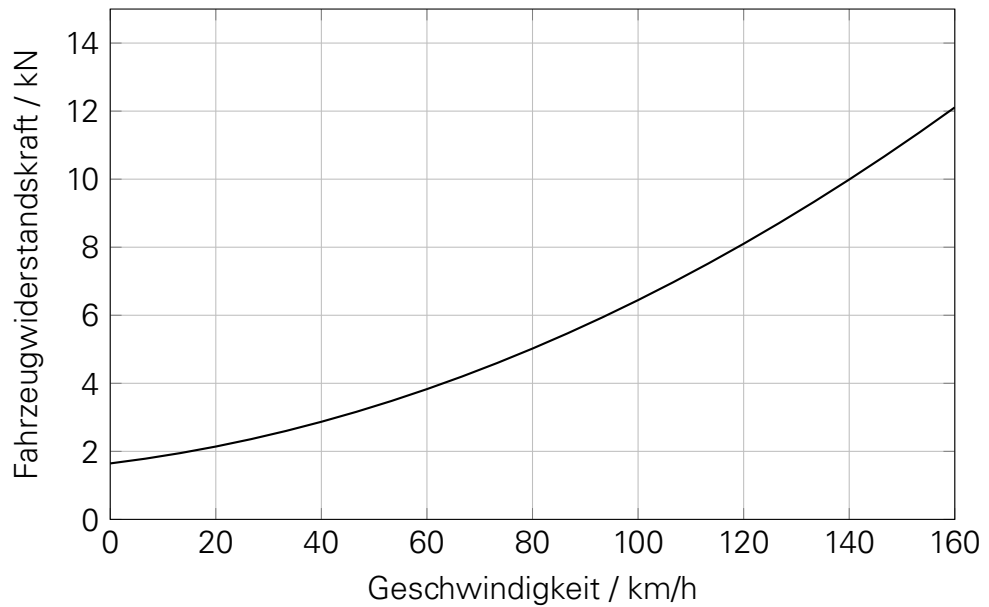
$$\frac{5400}{v} = 1,1390 \cdot 10^{-3} v^2 + 0,0078 v + 46,4997$$

$$0 = 1,1390 \cdot 10^{-3} v^3 + 0,0078 v^2 + 46,4997 v - 5400$$

$$v \approx 94 \text{ km/h}$$

## NIVEAU 2-3

10. (a)



(b)

$$1580 + 10,3v = 0,29(v + 15)^2$$

$$1580 + 10,3v = 0,29v^2 + 8,7v + 65,25$$

$$0 = v^2 - 5,5172v - 5223,2759$$

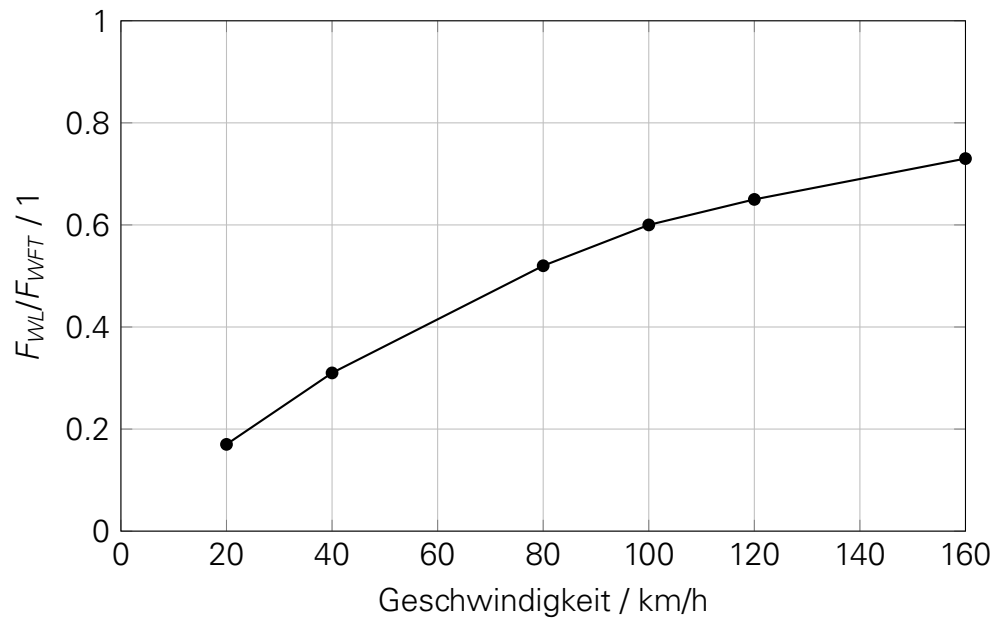
$$v_{1/2} = 2,7586 \pm \sqrt{\frac{5,5172^2}{4} + 5223,2759}$$

$$v_{1/2} = 2,8 \pm \sqrt{5230,9}$$

$$v_1 = 75,1 \text{ km/h}$$

$$v_2 = -69,6 \text{ km/h}$$

v	F <sub>WFT</sub>	F <sub>WL</sub>	F <sub>WL</sub> /F <sub>WFT</sub>
20	2,14 kN	0,36 kN	0,17
40	2,87 kN	0,88 kN	0,31
80	5,02 kN	2,62 kN	0,52
100	6,45 kN	3,84 kN	0,60
120	8,10 kN	5,29 kN	0,65
160	12,11 kN	8,88 kN	0,73



(c) Es kommen prinzipiell drei Streckenabschnitte mit starken Gefällen in-  
frage.

$\Delta s$ [km]	4,0	5,2	2,7
$i$ [‰]	-9	-20	-12
$ F_{WS} $ [kN]	8,83	19,62	11,77
$ F_{WFT} $ [kN]	8,10	5,02	5,02
$F_B$ [kN]	0,73	14,60	6,75
$P_B$ [kW]	24,30	324,40	150,00
$E_B$ [kWh]	0,81	21,09	5,06

(d) Endgeschwindigkeit  $v_1$  des betrachteten Auslaufvorganges:

$$\frac{1}{2} = \frac{E_{kin,1}}{E_{kin,0}} = \frac{0,5\xi m v_1^2}{0,5\xi m v_0^2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{v_1^2}{v_0^2}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{1}{2}} v_0$$

$$v_1 = 15,71 \text{ m/s} = 56,6 \text{ km/h}$$

$$F_{WFT}(v_0 = 80 \text{ km/h}) = 1580 + 10,3 \cdot 80 + 0,29 \cdot (80 + 15)^2$$

$$= 5021 \text{ N}$$

$$a(v_0 = 80 \text{ km/h}) = \frac{-F_{WFT}}{\xi m} = \frac{-5021 \text{ N}}{105000 \text{ kg}}$$

$$= -0,0479 \text{ m/s}^2$$

$$F_{WFT}(v_1 = 56,6 \text{ km/h}) = 1580 + 10,3 \cdot 56,6 + 0,29 \cdot (56,6 + 15)^2$$

$$= 3650 \text{ N}$$

$$a(v_1 = 56,6 \text{ km/h}) = \frac{-F_{WFT}}{\xi m} = \frac{3650 \text{ N}}{105000 \text{ kg}}$$

$$= -0,0348 \text{ m/s}^2$$

Sekante zur Linearisierung der Beschleunigungsfunktion:

$$a^*(v) = \frac{a(v_1) - a(v_0)}{v_1 - v_0} v + a_0$$

$$\frac{a(v_1) - a(v_0)}{v_1 - v_0} = \frac{-0,0348 \text{ m/s}^2 - (-0,0479 \text{ m/s}^2)}{15,72 \text{ m/s} - 22,22 \text{ m/s}}$$

$$= -0,002 \text{ s}^{-1}$$

Bestimmung von  $a_0$ :

$$a(v_1) = -0,002 v_1 + a_0$$

$$a_0 = a(v_1) + 0,002 v_1$$

$$= -0,0348 + 0,002 \cdot 15,72$$

$$= -0,00336 \text{ m/s}^2$$

Verzögerungsersatzfunktion:

$$a^*(v) = -0,002 v - 0,00336$$

$$s = \int_{v_0}^{v_1} \frac{v}{a^*(v)} dv = \int_{v_0}^{v_1} \frac{v}{-0,002 v - 0,00336} dv$$

$$\int \frac{x}{X} dx = \int \frac{v}{av + b} dv = \frac{v}{a} - \frac{b}{a^2} \ln|av + b|$$

$$s = \int_{v_0}^{v_1} \frac{v}{-0,002v - 0,00336} dv$$

$$= \frac{v_1}{-0,002} - \frac{-0,00336}{-0,002^2} \ln|a(v_1)| - \left( \frac{v_0}{-0,002} - \frac{-0,00336}{-0,002^2} \ln|a(v_0)| \right)$$

$$= -7860 - 840 \cdot 3,358 - (-11110 - 840 \cdot 3,041)$$

$$= 2984 \text{ m} \approx 3000 \text{ m}$$

11. (a)

$$F_{WFT} = 2,7 + 3,2 \frac{v}{100} + 5,35 \left( \frac{v}{100} \right)^2$$

$$\begin{aligned} F_{WFT}(300 \text{ km/h}) &= 2,7 + 3,2 \cdot 3 + 5,35 \cdot 3^2 \\ &= 60,45 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{WFT, \text{kor}}(300 \text{ km/h}) &= 1,1 \cdot F_{WFT}(300 \text{ km/h}) \\ &= 66,5 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{T, \text{max}}(300 \text{ km/h}) &= \frac{P_T \cdot 3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}}{v} = \frac{8800 \text{ kW} \cdot 3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}}{300 \text{ km/h}} \\ &= 105,6 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{WS} &= F_T(300 \text{ km/h}) - F_{WFT, \text{kor}}(300, \text{ km/h}) \\ &= 105,6 \text{ kN} - 66,5 \text{ kN} \\ &= 39,1 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i &= \frac{F_{WS}}{mg} = \frac{39,1 \text{ kN}}{424 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} \\ &= 0,0094 = 9,4 \text{ ‰} \end{aligned}$$

(b) konservative Rechnung mit um 10 % erhöhtem Fahrzeugwiderstand:

$$\begin{aligned} P_T^* &= 0,75 \cdot P_{T, \text{nenn}} = 0,75 \cdot 8800 \text{ kW} \\ &= 6600 \text{ kW} \end{aligned}$$

$$F_T^* = \frac{P_T^* \cdot 3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}}{v} = F_{WFT} + F_{WS}$$

$$\frac{23760}{v} = 1,1 \cdot \left( 2,7 + 3,2 \frac{v}{100} + 5,35 \left( \frac{v}{100} \right)^2 \right) + 424 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,0094$$

$$0 = 0,0005885v^3 + 0,0352v^2 + 42,07v - 23760$$

$$v = 262,2 \text{ km/h}$$

Rechnung mit Fahrzeug-Nennwiderstand:

$$\frac{23760}{v} = 2,7 + 3,2 \frac{v}{100} + 5,35 \left( \frac{v}{100} \right)^2 + 424 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,0094$$

$$0 = 0,000535v^3 + 0,032v^2 + 41,8v - 23760$$

$$v = 267,8 \text{ km/h}$$

Geschwindigkeit	300 km/h	267,8 km/h	262,2 km/h
Fahrzeit je km	12 s	13,4 s	13,7 s
Fahrzeitdifferenz je km	0 s	1,4 s	1,7 s

## NIVEAU 3

12. (a)

$$\begin{aligned}F_{Z,\text{erf}}(80 \text{ km/h}) &= F_{W0W} + F_{WLLW} \\&= f_{W0W} m_W g + \frac{1}{2} \rho_L c_{w,W} A_{\text{norm}} (v + \Delta v)^2 \\m_W &= 30 \cdot (20 \text{ t} + 3 \cdot 24 \text{ t}) = 2760 \text{ t} \\F_{W0W} &= 0,0015 \cdot 2760 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 40,6 \text{ kN} \\c_{w,W} &= c_{w,W1} + (n_W - 2) c_{w,Wm} + c_{w,Wn} \\&= (n_W - 1) c_{w,Wm} + 2,5 c_{w,Wm} \quad (\rightarrow \text{Aufgabenstellung}) \\&= 29 \cdot 0,218 + 2,5 \cdot 0,218 = 6,867 \\F_{WLLW} &= \frac{1}{2} \cdot 1,225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 6,867 \cdot 10 \text{ m}^2 \cdot \left( \frac{80 \text{ km/h} + 15 \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}} \right)^2 \\&= 29,3 \text{ kN} \\F_{Z,\text{erf}}(80 \text{ km/h}) &= 40,6 \text{ kN} + 29,3 \text{ kN} = 69,9 \text{ kN}\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}F_{Z,\text{erf}}(100 \text{ km/h}) &= F_{W0W} + F_{WLLW} \\&= f_{W0W} m_W g + \frac{1}{2} \rho_L c_{w,W} A_{\text{norm}} (v + \Delta v)^2 \\F_{W0W} &= 40,6 \text{ kN} \\F_{WLLW} &= \frac{1}{2} \cdot 1,225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 6,867 \cdot 10 \text{ m}^2 \cdot \left( \frac{100 \text{ km/h} + 15 \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}} \right)^2 \\&= 42,9 \text{ kN} \\F_{Z,\text{erf}}(100 \text{ km/h}) &= 83,5 \text{ kN} \\ \frac{F_{Z,\text{erf}}(100 \text{ km/h})}{F_{Z,\text{erf}}(80 \text{ km/h})} &= \frac{83,5 \text{ kN}}{69,9 \text{ kN}} = 1,1946 \rightarrow +19,5 \%\end{aligned}$$

(c) Containerzug mit 60 % Auslastung mit gruppierten Leerwagen

$$m_W = 18 \cdot (20 \text{ t} + 3 \cdot 24 \text{ t}) + 12 \cdot 20 \text{ t} = 1896 \text{ t}$$

$$F_{W0W}^* = 0,0015 \cdot 1896 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 27,9 \text{ kN}$$

$$c_{w,W} = 18 \cdot 0,218 + 11 \cdot 0,165 + 2,5 \cdot 0,165 = 6,152$$

$$F_{WLW}^* = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 6,152 \cdot 10 \text{ m}^2 \cdot \left( \frac{100 \text{ km/h} + 15 \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}} \right)^2$$

$$= 38,5 \text{ kN}$$

$$F_{Z,\text{erf}}^*(100 \text{ km/h}) = 66,4 \text{ kN}$$

$$\frac{F_{Z,\text{erf}}^*(100 \text{ km/h})}{F_{Z,\text{erf}}(100 \text{ km/h})} = \frac{66,4 \text{ kN}}{83,5 \text{ kN}} = 0,795 \rightarrow -20,5 \%$$

(d) Containerzug mit 60 % Auslastung und unregelmäßiger Verteilung der Container

$$m_W = 30 \cdot 20 \text{ t} + 54 \cdot 24 \text{ t} = 1896 \text{ t}$$

$$F_{W0W}^* = 0,0015 \cdot 1264 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 27,9 \text{ kN}$$

$$c_{w,W} = 5 \cdot 0,218 + 0,165 + 12 \cdot 0,392 + 7 \cdot 0,452$$

$$+ 4 \cdot 0,276 + 2,5 \cdot 0,165$$

$$= 10,64$$

$$F_{WLW}^* = \frac{1}{2} \cdot 1,225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10,64 \cdot 10 \text{ m}^2 \cdot \left( \frac{100 \text{ km/h} + 15 \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}} \right)^2$$

$$= 66,5 \text{ kN}$$

$$F_{Z,\text{erf}}^*(100 \text{ km/h}) = 94,4 \text{ kN}$$

$$\frac{F_{Z,\text{erf}}^*(100 \text{ km/h})}{F_{Z,\text{erf}}(100 \text{ km/h})} = \frac{94,4 \text{ kN}}{83,5 \text{ kN}} = 1,1305 \rightarrow +13,1 \%$$

(e) homogenes Massenband:

$$\begin{aligned}i_{\text{eff}} &= \frac{\sum l_j \cdot l_{zj}}{l_z} \\&= \frac{10 \cdot 19,74 \text{ m} \cdot 0,005 - 5 \cdot 19,74 \text{ m} \cdot 0,002 - 5 \cdot 19,74 \text{ m} \cdot 0,007}{19,5 \text{ m} + 30 \cdot 19,74 \text{ m}} \\&= \frac{0,0987}{611,7} = 0,16\text{‰} \quad \text{gleich für alle Fälle wegen gleicher Längen}\end{aligned}$$

inhomogenes Massenband, Zug mit 100 % Auslastung:

$$\begin{aligned}i_{\text{eff}} &= \frac{\sum l_j \cdot m_j}{m_z} \\&= \frac{10 \cdot 92 \text{ t} \cdot 0,005 - 5 \cdot 92 \text{ t} \cdot 0,002 - 5 \cdot 92 \text{ t} \cdot 0,007}{84 \text{ t} + 30 \cdot 92 \text{ t}} \\&= \frac{0,46}{2844} = 0,16\text{‰}\end{aligned}$$

inhomogenes Massenband, Zug mit 60 % Auslastung und gruppierten Leerwagen:

$$\begin{aligned}i_{\text{eff}} &= \frac{\sum l_j \cdot m_j}{m_z} \\&= \frac{10 \cdot 92 \text{ t} \cdot 0,005 - 5 \cdot 20 \text{ t} \cdot 0,002 - 5 \cdot 20 \text{ t} \cdot 0,007}{84 \text{ t} + 18 \cdot 92 \text{ t} + 12 \cdot 20 \text{ t}} \\&= \frac{3,7}{1980} = 1,87\text{‰}\end{aligned}$$

inhomogenes Massenband, Zug mit 60 % Auslastung und unregelmäßig verteilten Containern:

$$\begin{aligned}i_{\text{eff}} &= \frac{\sum l_j \cdot m_j}{m_z} \\&= \frac{584 \text{ t} \cdot 0,005 - 292 \text{ t} \cdot 0,002 - 292 \text{ t} \cdot 0,007}{84 \text{ t} + 30 \cdot 20 \text{ t} + 54 \cdot 24 \text{ t}} \\&= \frac{0,292}{1980} = 0,15\text{‰}\end{aligned}$$

**13.** Schätzen Sie den Fahrzeugwiderstand für folgende Fahrzeuge bzw. Fahrzeugverbände ab und nutzen Sie dazu die Formelsammlung (insbesondere die Anhänge A.4 bis A.7):

(a) S-Bahn-Triebzug der BR 420 bei  $v=80$  km/h

$$F_{WFT} = 2,49 + 2,5 \cdot \frac{80}{100} + 4,10 \cdot \left( \frac{80 + 15}{100} \right)^2$$

$$= 8,2 \text{ kN}$$

(b) ICE 3 (BR 403) bei  $v=250$  km/h

$$F_{WFT} = 3,3 + 2,42 \cdot \frac{250}{100} + 5,52 \cdot \left( \frac{250 + 15}{100} \right)^2$$

$$= 48,1 \text{ kN}$$

(c) Drehstromlok BR 186 (TRAXX AC 2) mit Güterganzzug ( $m_W=1600$  t) bei  $v=80$  km/h

BR 186 = Bombardier Traxx → verwandt mit BR 145:

$$F_{WFT} = 1,42 + 0,84 \cdot \frac{v}{100} + 2,8 \cdot \left( \frac{v + 15}{100} \right)^2$$

$$= 1,42 + 0,84 \cdot \frac{80}{100} + 2,8 \cdot \left( \frac{80 + 15}{100} \right)^2$$

$$= 4,6 \text{ kN}$$

Güterganzzug mit Wagenzugmasse von 1600 t → Schätzung der Anzahl der Radsätze:  $1600 \text{ t} / 20 \text{ t}$  (Streckenklasse C4) = 80 Radsätze, Annahme: 4 Radsätze je Wagen und 20 m Fahrzeuglänge je Wagen → ca. 400 m Wagenzuglänge

- Variante 1: Gleichung von Strahl:

$$f_{WFW} = 0,0012 + 0,010 \cdot \frac{l_W}{m_W} \cdot \left( \frac{v}{100} \right)^2$$

$$= 0,0012 + 0,010 \cdot \frac{400}{1600} \cdot \left( \frac{80}{100} \right)^2$$

$$= 0,0012 + 0,0025 \cdot \left( \frac{80}{100} \right)^2 = 0,0028$$

- Variante 2: „Gleichung der DR für spezielle Güter-Ganzzüge aus voll beladenen 4- oder 6-achsigen Wagen gleicher Bauart“:

$$\begin{aligned}
 f_{WFW} &= 0,0012 + 0,0022 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \\
 &= 0,0012 + 0,0022 \cdot \left(\frac{80}{100}\right)^2 \\
 &= 0,0026
 \end{aligned}$$

- Variante 3: „Gleichung der französischen Staatsbahn SNCF für Güter-Ganzzüge“:

$$\begin{aligned}
 f_{WFW} &= 0,0012 + 0,0025 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \\
 &= 0,0012 + 0,0025 \cdot \left(\frac{80}{100}\right)^2 \\
 &= 0,0028
 \end{aligned}$$

- Variante 4: „Gleichung der italienischen Staatsbahn (FS) für Ganzzüge aus beladenen, gedeckten Güterwagen“:

$$\begin{aligned}
 f_{WFW} &= 0,0025 + 0,0021 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \\
 &= 0,0025 + 0,0021 \cdot \left(\frac{80}{100}\right)^2 \\
 &= 0,0038
 \end{aligned}$$

absoluter Wagenzugwiderstand:

$$\begin{aligned}
 F_{WFW} &= 0,0026 \dots 0,0028 \dots 0,0038 \cdot 1600 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \\
 &= 40,8 \dots 43,9 \dots 59,6 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Fahrwiderstand des Zuges:

$$\begin{aligned}
 F_{WFZ} &= F_{WFT} + F_{WFW} \\
 &= 4,6 \text{ kN} + 40,8 \dots 43,9 \dots 59,6 \text{ kN} \\
 &= 45,4 \dots 48,5 \dots 64,2 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

*Anmerkung:* Die Gleichung der FS (Variante 4) enthält einen vergleichsweise hohen Koeffizienten für den Grundwiderstand. Ob sie tatsächlich für den betrachteten Zugtyp zutreffend ist, erscheint fraglich.

(d) Doppeltraktion aus BR 232 mit gemischtem Güterzug ( $m_W=2000$  t) bei  $v=80$  km/h

$$\begin{aligned} F_{WFT} &= 2 \cdot \left( 4,56 + 3,53 \left( \frac{v+12}{100} \right)^2 \right) \\ &= 9,12 + 7,06 \left( \frac{92}{100} \right)^2 \\ &= 15,1 \text{ kN} \end{aligned}$$

- Variante 1: Gleichung von Strahl:

$$\begin{aligned} f_{WFW} &= 0,0015 + 0,0057 \left( \frac{v}{100} \right)^2 \\ &= 0,0015 + 0,0057 \cdot \left( \frac{80}{100} \right)^2 \\ &= 0,0051 \end{aligned}$$

- Variante 2: „Gleichung der DR für Güterzüge aus beladenen zwei- und mehrachsigen Güterwagen unterschiedlicher Bauart“:

$$\begin{aligned} f_{WFW} &= 0,0016 + 0,0032 \cdot \left( \frac{v}{100} \right)^2 \\ &= 0,0016 + 0,0032 \cdot \left( \frac{80}{100} \right)^2 \\ &= 0,0036 \end{aligned}$$

- Variante 3: „Gleichung der französischen Staatsbahn SNCF für Güterzüge“:

$$\begin{aligned} f_{WFW} &= 0,0015 + 0,0063 \cdot \left( \frac{v}{100} \right)^2 \\ &= 0,0015 + 0,0063 \cdot \left( \frac{80}{100} \right)^2 \\ &= 0,0055 \end{aligned}$$

- Variante 4: „Gleichung der DR für Güterzüge allgemein“:

$$\begin{aligned}
 f_{WFW} &= 0,00009 + 0,004 \cdot \frac{v}{100} \\
 &+ \left( \frac{0,025}{980} \cdot m_A^2 - 0,0012 m_A + 0,0141 \right) \left( \frac{v}{100} \right)^2 \\
 &= 0,00009 + 0,004 \cdot \frac{80}{100} \\
 &+ \left( \frac{0,025}{980} \cdot 20^2 - 0,0012 \cdot 20 + 0,0141 \right) \left( \frac{80}{100} \right)^2 \\
 &= 0,00009 + 0,004 \cdot \frac{80}{100} + 0,0003 \cdot \left( \frac{80}{100} \right)^2 \\
 &= 0,0035
 \end{aligned}$$

absoluter Wagenzugwiderstand:

$$\begin{aligned}
 F_{WFW} &= 0,0035 \dots 0,0036 \dots 0,0051 \dots 0,0055 \cdot 2000 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \\
 &= 68,7 \dots 70,6 \dots 100,1 \dots 107,9 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Fahrwiderstand des Zuges:

$$\begin{aligned}
 F_{WFZ} &= F_{WFT} + F_{WFW} \\
 &= 15,1 \text{ kN} + 68,7 \dots 70,6 \dots 100,1 \dots 107,9 \text{ kN} \\
 &= 83,8 \dots 85,7 \dots 115,2 \dots 123,0 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

*Anmerkung:* Die Kategorie „gemischter Güterzug“ weist eine maximale Unschärfe auf, da eine große Vielzahl von Wagentypen und ihre Kombination miteinander denkbar ist. Die Vermutung liegt nahe, dass für einen gemischten Güterzug mit überwiegend geschlossenen Wagen und/oder wenigen Querschnittswechseln im Zugverband eher mit Werten im unteren Spektrum der errechneten Fahrwiderstände zu rechnen ist, während sehr heterogene Züge und solche mit vielen offenen Wagen bzw. Wagen mit zerklüfteten Oberflächen (z.B. Rungenwagen, Autotransportwagen o.ä.) sich eher am oberen Rand des gezeigten Spektrums bewegen werden.

# 3 ÜBUNGSKOMPLEX ZUGKRAFT

## NIVEAU 1

14.

$$\begin{aligned} F_{T,\max} &= m \cdot g \cdot \tau \\ &= 84 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,33 \\ &= 271,9 \text{ kN} \end{aligned}$$

15.

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{F_{T,\max}}{m \cdot g} \\ &= \frac{330 \text{ kN}}{80 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} \\ &= 0,42 \end{aligned}$$

16.

$$\begin{aligned} P_T &= F_T \cdot v \\ F_T &= \frac{P_T \cdot 3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}}{v} \\ &= \frac{5600 \text{ kW} \cdot 3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}}{200 \text{ km/h}} \\ &= 100,8 \text{ kN} \end{aligned}$$

## NIVEAU 2

17. (a)

$$F_{T,\text{erf}} = F_{WFT}(60 \text{ km/h}) + f_{WFW}(60 \text{ km/h}) \cdot m_W \cdot g + (i + f_a) \cdot m_Z \cdot g$$

$$F_{WFT}(60 \text{ km/h}) = 1,5 + 3,2 \left( \frac{72}{100} \right)^2 = 3,2 \text{ kN}$$

$$f_{WFW}(60 \text{ km/h}) = 0,0012 + 0,0022 \left( \frac{60}{100} \right)^2 = 0,001992$$

$$F_{WFW}(60 \text{ km/h}) = 0,001992 \cdot 1600 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 31,3 \text{ kN}$$

$$f_a = \frac{F_a}{mg} = \frac{\ddot{x} \cdot \xi \cdot m}{mg} = \frac{\ddot{x} \cdot \xi}{g}$$

$$\ddot{x} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\frac{60 \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}} - \frac{50 \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}}}{5 \cdot 60 \text{ s}} = \frac{1,3889 \text{ m/s}}{300 \text{ s}} = 0,0046 \text{ m/s}^2$$

$$f_a = \frac{0,0046 \text{ m/s}^2 \cdot 1,03}{9,81 \text{ m/s}^2} = 0,000487$$

$$\begin{aligned} (i + f_a) \cdot m_Z \cdot g &= (0,006 + 0,000487) \cdot (1600 \text{ t} + 86 \text{ t}) \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \\ &= 107,3 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{T,\text{erf}} &= 3,2 \text{ kN} + 0,001992 \cdot 1600 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 + 107,3 \text{ kN} \\ &= 141,7 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$F_T(60 \text{ km/h}) = 105 \text{ kN} \quad \rightarrow 2 \text{ Lokomotiven ben\u00f6tigt}$$

(b)

$$F_{T,\text{erf}} = F_{WFT}(100 \text{ km/h}) + f_{WFW}(100 \text{ km/h}) \cdot m_W \cdot g + m_Z \cdot g \cdot i$$

$$\begin{aligned} F_{WFT}(100 \text{ km/h}) &= 1,5 + 3,2 \left( \frac{112}{100} \right)^2 \\ &= 5,5 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{WFW}(100 \text{ km/h}) &= 0,0016 + 0,0032 \left( \frac{100}{100} \right)^2 \\ &= 0,0048 \end{aligned}$$

$$F_{WFW}(100 \text{ km/h}) = 0,0048 \cdot 250 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 11,8 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} F_{T,\text{erf}} &= 5,5 \text{ kN} + 11,8 \text{ kN} + (250 + 86 \text{ t}) \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,010 \\ &= 50,3 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$F_T(100 \text{ km/h}) = 62 \text{ kN} \quad \rightarrow 1 \text{ Lokomotive ben\u00f6tigt}$$

Können beide Beförderungsaufträge mit den vorhandenen Triebfahrzeugen **gleichzeitig** angenommen werden?

Drei Lokomotiven werden benötigt und drei Lokomotiven sind vorhanden

→ Auftrag kann angenommen werden

## NIVEAU 2-3

18. (a)

$$F_T(v) = F_{T,\max}(v = 0 \text{ km/h}) - 0,35 \cdot v$$

$$\begin{aligned} F_{T,\max}(v = 0 \text{ km/h}) &= m_T \cdot g \cdot \tau \\ &= 6 \cdot 22 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,36 \\ &= 466 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$F_T(v) = 466 \text{ kN} - 0,35 \cdot v$$

$$\begin{aligned} P_T &= 6 \cdot 1600 \text{ kW} \\ &= 9600 \text{ kW} \end{aligned}$$

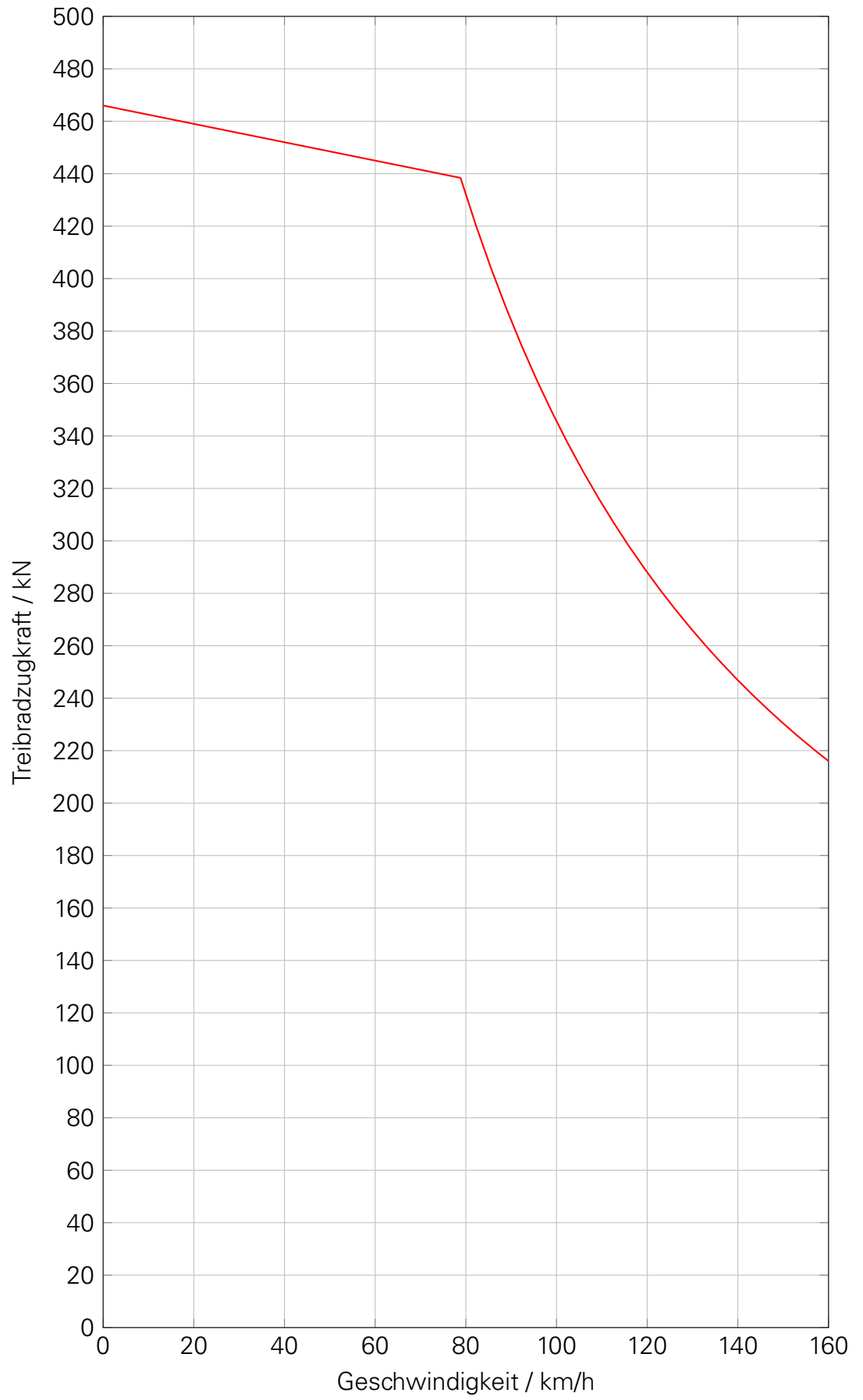
Bestimmung  $v_{\bar{u}}$  über Gleichsetzen von Zugkraft an Kraftschlussgrenze und Zugkraft an Leistungsgrenze:

$$466 \text{ kN} - 0,35 \cdot v = \frac{9600 \text{ kW} \cdot 3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}}{v}$$

$$466 \text{ kN} \cdot v - 0,35 \cdot v^2 = 34560$$

$$0 = 0,35 \cdot v^2 - 466 \text{ kN} \cdot v + 34560$$

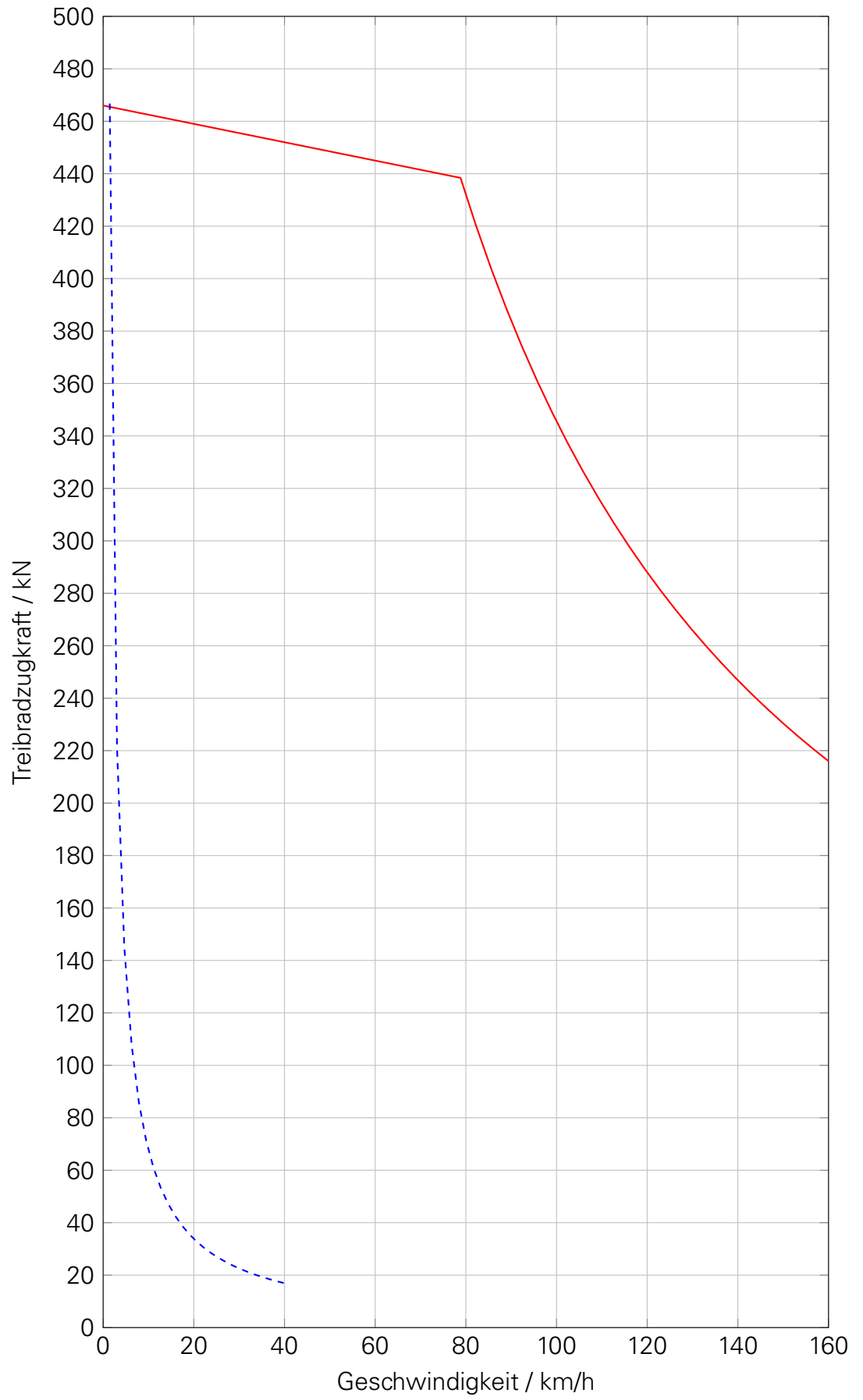
$$v = 78,8 \text{ km/h}$$



(b)

$$\begin{aligned} F_{T,de} &= \frac{P_{DM} \cdot \eta \cdot 3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}}{v} \\ &= \frac{235 \text{ kW} \cdot 0,8 \cdot 3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}}{v} \\ &= \frac{676,8}{v} \end{aligned}$$

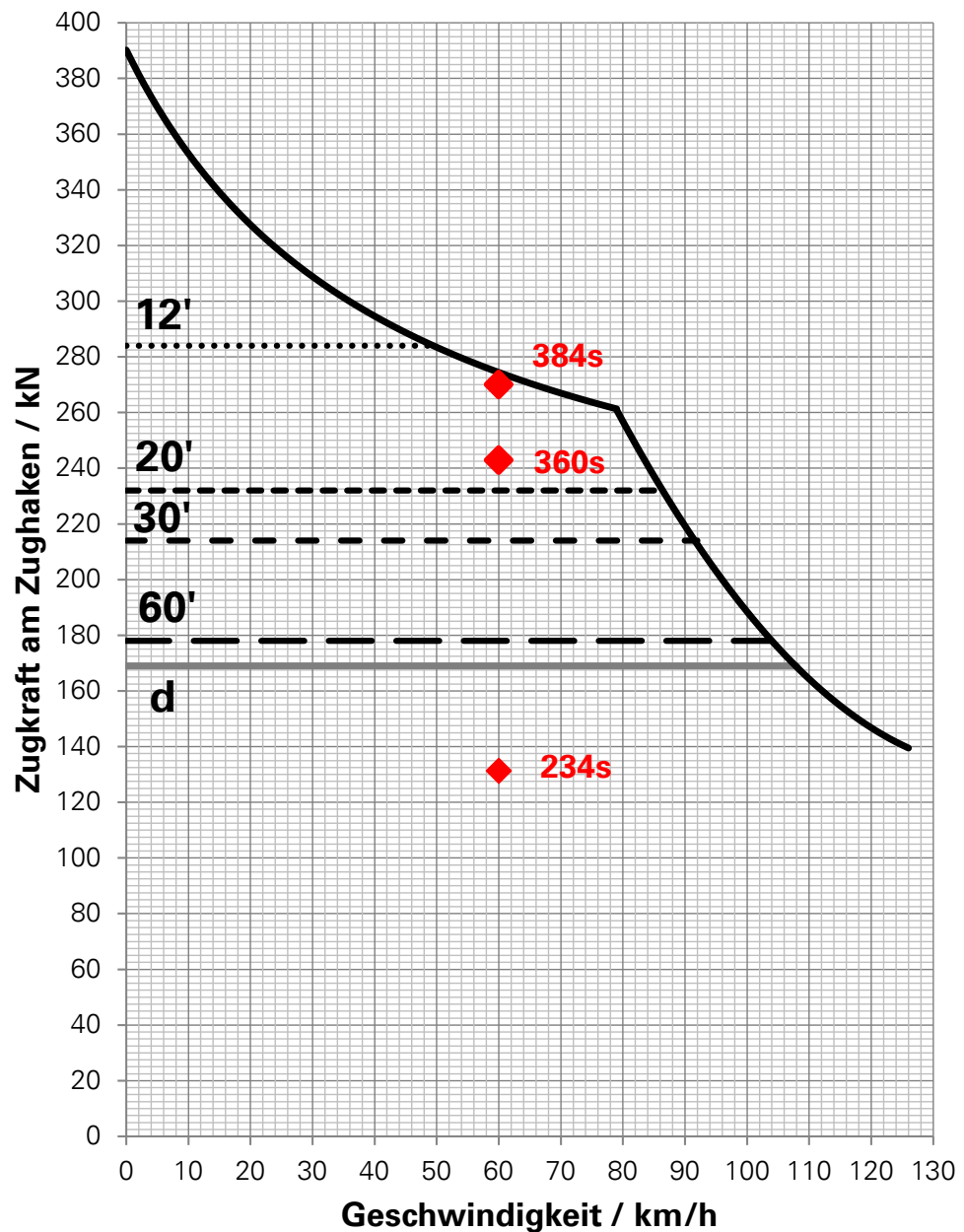
$$\begin{aligned} v_{\dot{u},de} &= 0,35 \cdot v^2 - 466 \text{ kN} \cdot v + 676,8 \\ &= 1,5 \text{ km/h} \end{aligned}$$



19. (a) Nachrechnung **Fahrt A:**

	Abs. 1 (17,5‰)	Abs. 2 (15,4‰)	Abs. 3 (6,8‰)
$F_{WFW}$ / kN	43,0	43,0	43,0
$F_{WS}$ / kN	227,1	199,9	88,3
$F_{Z,erf}$ / kN	270,1	242,9	131,3
t / s (t / min)	384 (6,4)	360 (6,0)	234 (3,9)

Das Fahrzeug wird auf den beiden steilsten Abschnitten für etwa 12 Minuten oberhalb der 20-Minuten-Zugkraft, aber deutlich unterhalb der 12-Minuten-Zugkraft belastet. Sofern nicht schon eine starke Vorerwärmung aus der Fahrt vor dem betrachteten Streckenabschnitt vorliegt, sollte die Fahrt möglich sein.



(b) Nachrechnung **Fahrt B**:

Näherung Beschleunigungsvorgang:

$$\begin{aligned}a(40 \text{ km/h}) &= \frac{F_Z(40 \text{ km/h}) - F_{WFW}(40 \text{ km/h}) - F_{WS}(15,4\text{‰})}{\xi_Z \cdot m_Z} \\&= \frac{295 \text{ kN} - 0,002512 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1200 \text{ t}}{1323 \text{ t} \cdot 1,03} \\&\quad - \frac{1323 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,0154}{1323 \text{ t} \cdot 1,03} \\&= \frac{295 \text{ kN} - 29,6 \text{ kN} - 199,9 \text{ kN}}{1362,69 \text{ t}} \\&= 0,0481 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a(60 \text{ km/h}) &= \frac{F_Z(60 \text{ km/h}) - F_{WFW}(60 \text{ km/h}) - F_{WS}(15,4\text{‰})}{\xi_Z \cdot m_Z} \\&= \frac{275 \text{ kN} - 0,003652 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1200 \text{ t}}{1323 \text{ t} \cdot 1,03} \\&\quad - \frac{1323 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,0154}{1323 \text{ t} \cdot 1,03} \\&= \frac{275 \text{ kN} - 43,0 \text{ kN} - 199,9 \text{ kN}}{1362,69 \text{ t}} \\&= 0,0236 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$

$$a_m \approx \frac{0,0481 \text{ m/s}^2 + 0,0236 \text{ m/s}^2}{2} = 0,036 \text{ m/s}^2$$

$$t_{\text{Beschl}} \approx \frac{\frac{60}{3,6} \text{ m/s} - \frac{40}{3,6} \text{ m/s}}{0,036 \text{ m/s}^2}$$

$$\approx 154 \text{ s}$$

$$s_{\text{Beschl}} \approx \frac{1}{2} a_m \cdot t_{\text{Beschl}}^2 + v_0 \cdot t_{\text{Beschl}}$$

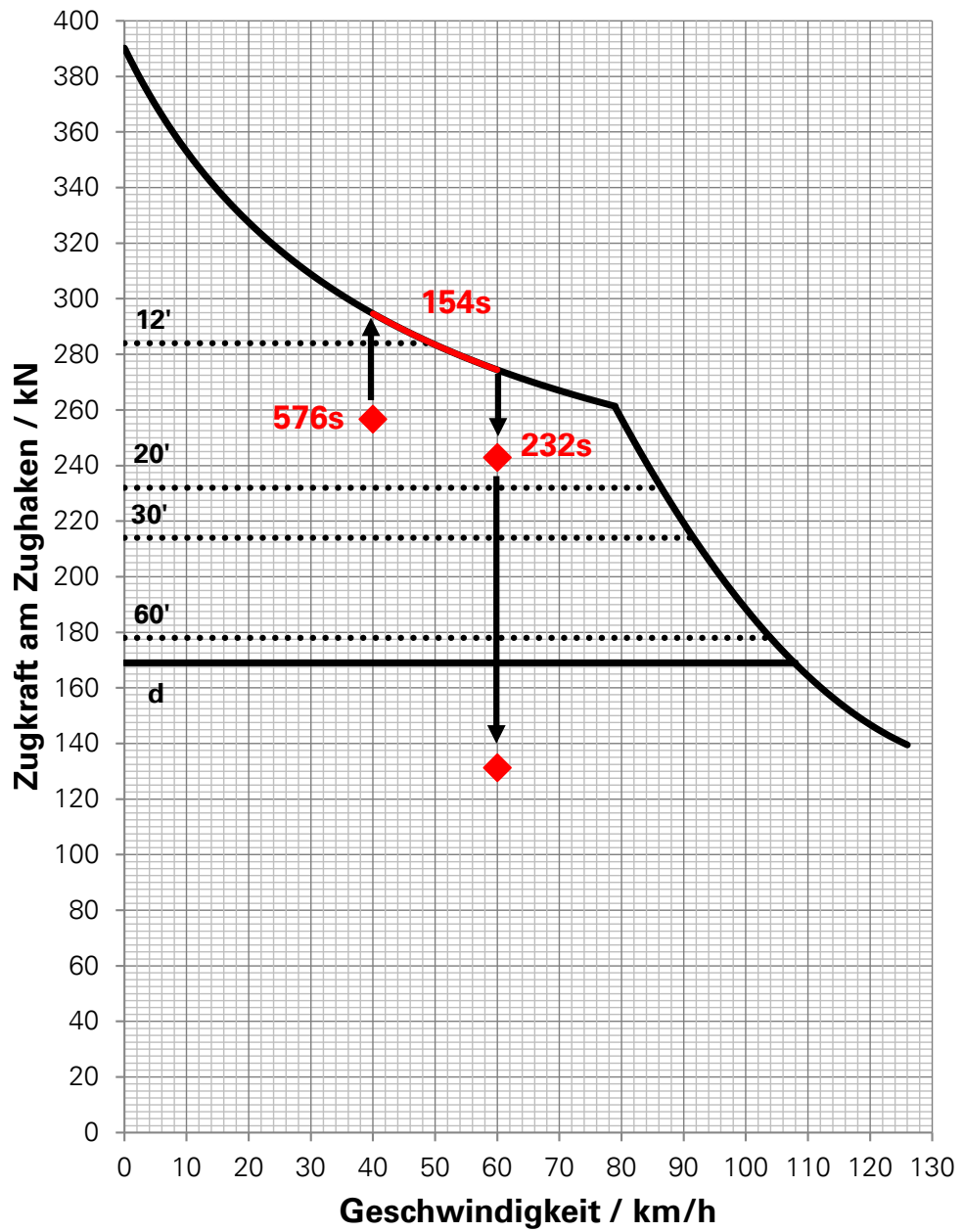
$$\approx \frac{1}{2} \cdot 0,0236 \text{ m/s}^2 \cdot 154^2 \text{ s}^2 + \frac{40}{3,6} \cdot 154 \text{ s}$$

$$\approx 2138 \text{ m}$$

	Abs. 1 (17,5 %) Beharrung	Abs. 2 (15,4 %) Beschl.	Abs. 3 (6,8 %) Beharrung	Abs. 3 (6,8 %) Beharrung
$F_{WFW}$ / kN	29,6	29,6	43,0	43,0
$F_{WS}$ / kN	227,1	199,9	199,9	88,3
$F_{Z,erf}$ / kN	256,7	295,0	242,9	131,3
t / s (t / min)	576 (9,6)	154 (2,6)	232 (3,9)	234 (3,9)

Das Fahrzeug wird bei Fahrt B mindestens 16 Minuten oberhalb der 20-Minuten-Zugkraft betrieben (siehe auch unten stehendes Diagramm). Die näherungsweise Berechnung des Beschleunigungsvorganges liefert eine tendenziell zu kurze Beschleunigungszeit („exakte“ Integration von  $a(v)$  liefert: 164 s und 2335 m), sodass noch etwas länger als berechnet Zugkräfte entlang der maximalen Zugkraftkurve und damit bei höchster thermischer Belastung erzeugt werden.

Die Fahrt ist insgesamt wegen der zu befürchtenden thermischen Überlastung als kritisch anzusehen, insbesondere, weil davon ausgegangen werden muss, dass ggf. schon eine Vorerwärmung aus den vorausgegangenen Streckenabschnitten vorliegt. Eine unzulässige Erwärmung der Fahrmotoren ist im Falle der Fahrt B wahrscheinlich.



# 4 ÜBUNGSKOMPLEX ANTRIEBSTECHNIK

## NIVEAU 1

20. (a)

$$\begin{aligned}i_{SG} &= \frac{2\pi \cdot r_T}{v_{\max} \cdot i_{SG}} \cdot m_{M,\max} \\ &= \frac{2\pi \cdot 0,41 \text{ m}}{\frac{120 \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}} \cdot 3,15} \cdot \frac{2100 \text{ U/min}}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}} \\ &= 0,859\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}F_T &= \frac{1}{r_T} \cdot \eta_{\text{ges}} \cdot i_{SG} \cdot i_{RG} \cdot M_M (1 - \psi) \\ &= \frac{1}{0,41 \text{ m}} \cdot 0,92 \cdot 4,8 \cdot 3,15 \cdot 1900 \text{ Nm} (1 - 0,05) \\ &= 61240 \text{ N} = 61,2 \text{ kN}\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{F_T}{m_R \cdot g} \\ m_R &= 0,5 \cdot m_T = 0,5 \cdot 40 \text{ t} = 20 \text{ t} \\ \tau &= \frac{61,2 \text{ kN}}{20 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} \\ &= 0,31 \quad \rightarrow \text{ja, ist realistisch}\end{aligned}$$

## NIVEAU 2-3

21. (a) es gilt:  $P = M \cdot \omega = M \cdot 2\pi \cdot n$

Drehmoment Nm	Drehzahl $\text{min}^{-1}$	Leistung kW
1721	1300	234
1674	1800	<b>316</b>
1375	2030	292

Dieselmotornennleistung: 316 kW

(b) ungünstigster Zustand: abgefahrene Radsätze (Durchmesser = 710 mm)

$$i_{RG} = \frac{2\pi \cdot r_{T,\min}}{i_{SG} \cdot 1,1 \cdot v_{\max}} \cdot n_{DM}$$

$$= \frac{2\pi \cdot 0,355 \text{ m}}{0,70 \cdot 1,1 \cdot \frac{140 \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}}} \cdot \frac{2030 \text{ min}^{-1}}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}}$$

$$i_{RG} = 2,52$$

(c) Zugkraft (zwei Maschinenanlagen):

$$F_T = 2 \cdot \frac{1}{r_{T,m}} \cdot \eta_{SG} \cdot \eta_{RG} \cdot i_{SG} \cdot i_{RG} \cdot M_{DM} \cdot (1 - \psi)$$

Geschwindigkeit:

$$v = \frac{2\pi \cdot r_{T,m}}{i_{SG} \cdot i_{RG}} \cdot n_{DM}$$

Korrektur des für Traktionszwecke zur Verfügung stehenden Drehmoments um das für die Hilfsbetriebe benötigte Drehmoment je Maschinenanlage:

$$M_{DM}^* = M_{DM} - \frac{P_{Hi}}{2 \cdot 2\pi \cdot n_{DM}} = M_{DM} - \frac{18000 \text{ W}}{2\pi \cdot n_{DM}}$$

	Betriebspunkt 1	Betriebspunkt 2	Betriebspunkt 3
$n_{DM} / \text{min}^{-1}$	1300	1800	2030
$M_{DM} / \text{Nm}$	1721	1674	1375
$P_{Hi} / \text{kW}$	18	18	18
$M_{Hi} / \text{Nm}$	132,2	95,5	84,5
$M_{DM}^* / \text{Nm}$	1589	1579	1290

zugeschnittene Größengleichungen ( $v$  in km/h und  $n_{DM}$  in  $\text{min}^{-1}$  einsetzbar):

- 1. Gang:

$$\begin{aligned}
 F_{T,1} &= \frac{2}{0,37 \text{ m}} \cdot 0,92 \cdot 4,14 \cdot 2,52 \cdot M_{DM}^* \\
 &= 51,8820 \cdot M_{DM}^* \\
 v_1 &= \frac{2\pi \cdot 0,37 \text{ m}}{4,14 \cdot 2,52} \cdot \frac{n_{DM}}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}} \cdot 3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}} \\
 &= 0,013370 \cdot n_{DM}
 \end{aligned}$$

- 2. Gang:

$$\begin{aligned}
 F_{T,2} &= \frac{2}{0,37 \text{ m}} \cdot 0,92 \cdot 2,90 \cdot 2,52 \cdot M_{DM}^* \\
 &= 36,3424 \cdot M_{DM}^* \\
 v_2 &= \frac{2\pi \cdot 0,37 \text{ m}}{2,90 \cdot 2,52} \cdot \frac{n_{DM}}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}} \cdot 3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}} \\
 &= 0,019087 \cdot n_{DM}
 \end{aligned}$$

- 3. Gang:

$$\begin{aligned}
 F_{T,3} &= \frac{2}{0,37 \text{ m}} \cdot 0,92 \cdot 2,05 \cdot 2,52 \cdot M_{DM}^* \\
 &= 25,6904 \cdot M_{DM}^* \\
 v_3 &= \frac{2\pi \cdot 0,37 \text{ m}}{2,05 \cdot 2,52} \cdot \frac{n_{DM}}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}} \cdot 3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}} \\
 &= 0,027000 \cdot n_{DM}
 \end{aligned}$$

- 4. Gang:

$$\begin{aligned}
 F_{T,4} &= \frac{2}{0,37 \text{ m}} \cdot 0,92 \cdot 1,43 \cdot 2,52 \cdot M_{DM}^* \\
 &= 17,9206 \cdot M_{DM}^* \\
 v_4 &= \frac{2\pi \cdot 0,37 \text{ m}}{1,43 \cdot 2,52} \cdot \frac{n_{DM}}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}} \cdot 3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}} \\
 &= 0,038708 \cdot n_{DM}
 \end{aligned}$$

- 5. Gang:

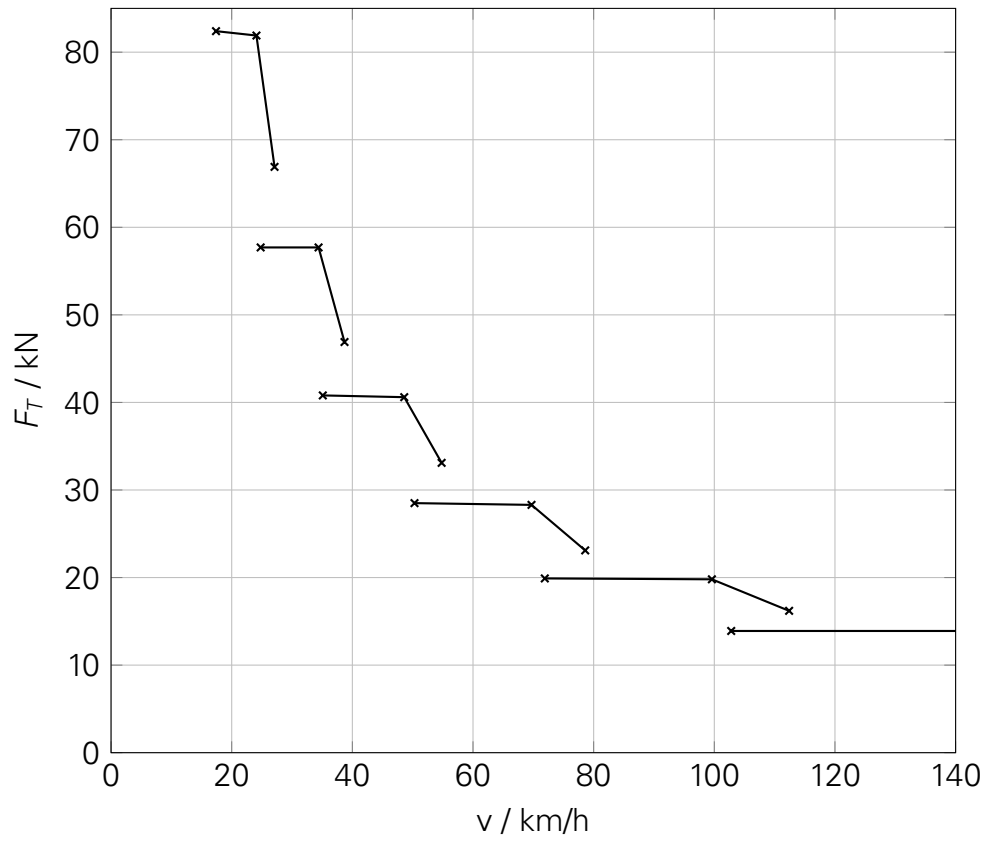
$$\begin{aligned}
 F_{T5} &= \frac{2}{0,37 \text{ m}} \cdot 0,92 \cdot 1,00 \cdot 2,52 \cdot M_{DM}^* \\
 &= 12,5318 \cdot M_{DM}^* \\
 v_5 &= \frac{2\pi \cdot 0,37 \text{ m}}{1,00 \cdot 2,52} \cdot \frac{n_{DM}}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}} \cdot 3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}} \\
 &= 0,055352 \cdot n_{DM}
 \end{aligned}$$

- 6. Gang:

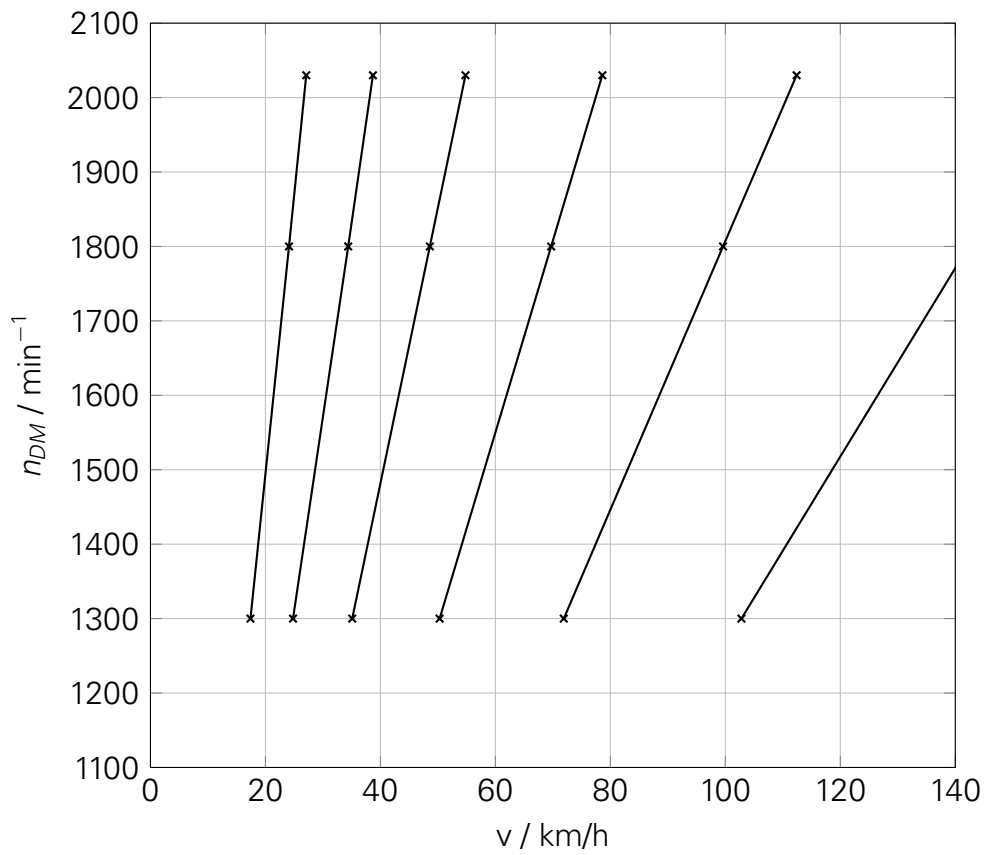
$$\begin{aligned}
 F_{T6} &= \frac{2}{0,37 \text{ m}} \cdot 0,92 \cdot 0,70 \cdot 2,52 \cdot M_{DM}^* \\
 &= 8,7724 \cdot M_{DM}^* \\
 v_6 &= \frac{2\pi \cdot 0,37 \text{ m}}{0,70 \cdot 2,52} \cdot \frac{n_{DM}}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}} \cdot 3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}} \\
 &= 0,079074 \cdot n_{DM}
 \end{aligned}$$

Stützstellen im Zugkraft-Geschwindigkeits-Diagramm:

	Betriebspunkt 2		Betriebspunkt 3		Betriebspunkt 1	
	$n_{DM}$	$M_{DM}^*$	$n_{DM}$	$M_{DM}^*$	$n_{DM}$	$M_{DM}^*$
	1300	1589	1800	1579	2030	1290
	$v / \text{km/h}$	$F_T / \text{kN}$	$v / \text{km/h}$	$F_T / \text{kN}$	$v / \text{km/h}$	$F_T / \text{kN}$
1. Gang	17,4	82,4	24,1	81,9	27,1	66,9
2. Gang	24,8	57,7	34,4	57,4	38,7	46,9
3. Gang	35,1	40,8	48,6	40,6	54,8	33,1
4. Gang	50,3	28,5	69,7	28,3	78,6	23,1
5. Gang	71,9	19,9	99,6	19,8	112,4	16,2
6. Gang	102,8	13,9	142,3	13,9	160,5	11,3



(d) Drehzahl-Geschwindigkeits-Diagramm:

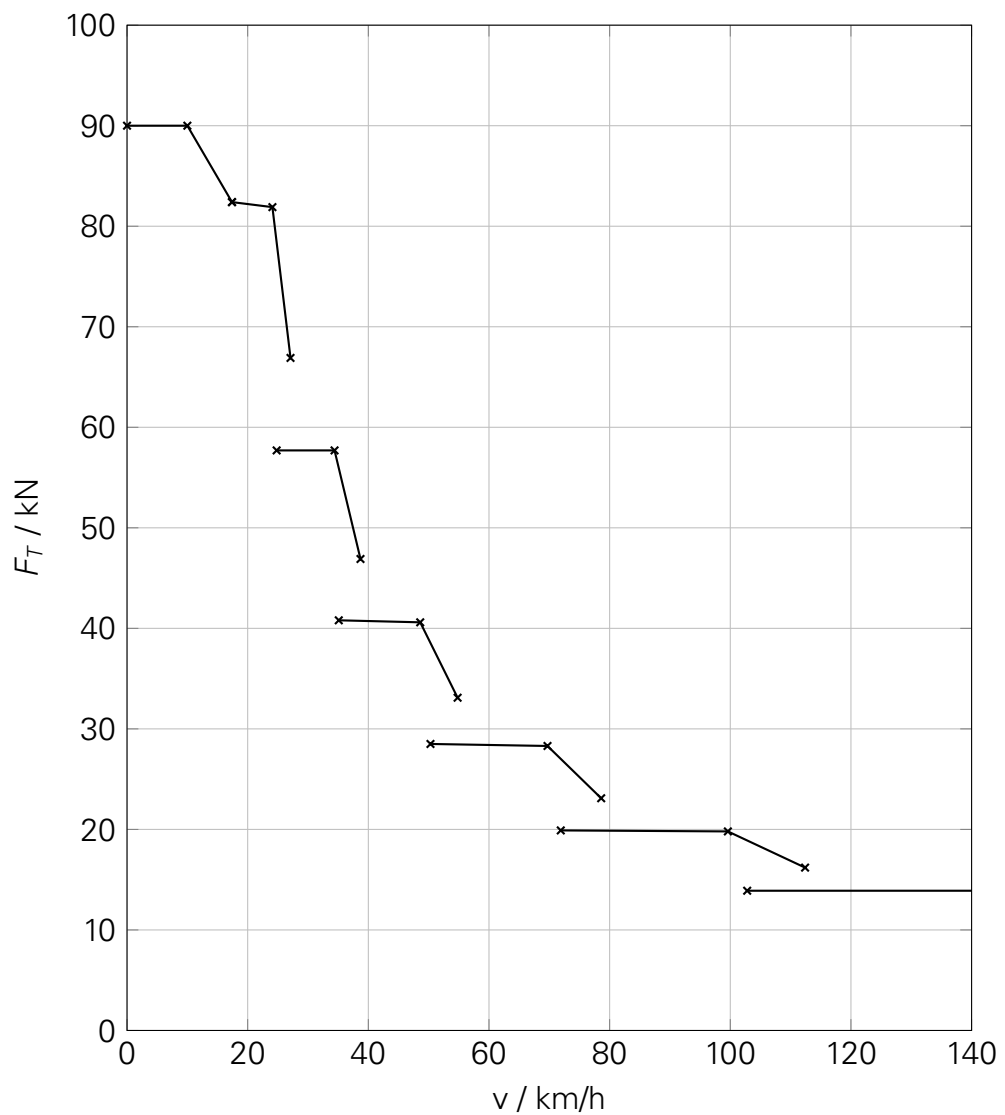


(e) Erforderliche Zugkraft:

$$\begin{aligned} F_{T,\text{erf}} &= \xi \cdot m \cdot \ddot{x} + F_{WFT}(0 \text{ km/h}) \\ &= 1,05 \cdot 56 \text{ t} \cdot 1,5 \text{ m/s}^2 + 1,8 \text{ kN} \\ &= 90 \text{ kN} \end{aligned}$$

Nachrechnung des ausgenutzten Kraftschlusses:

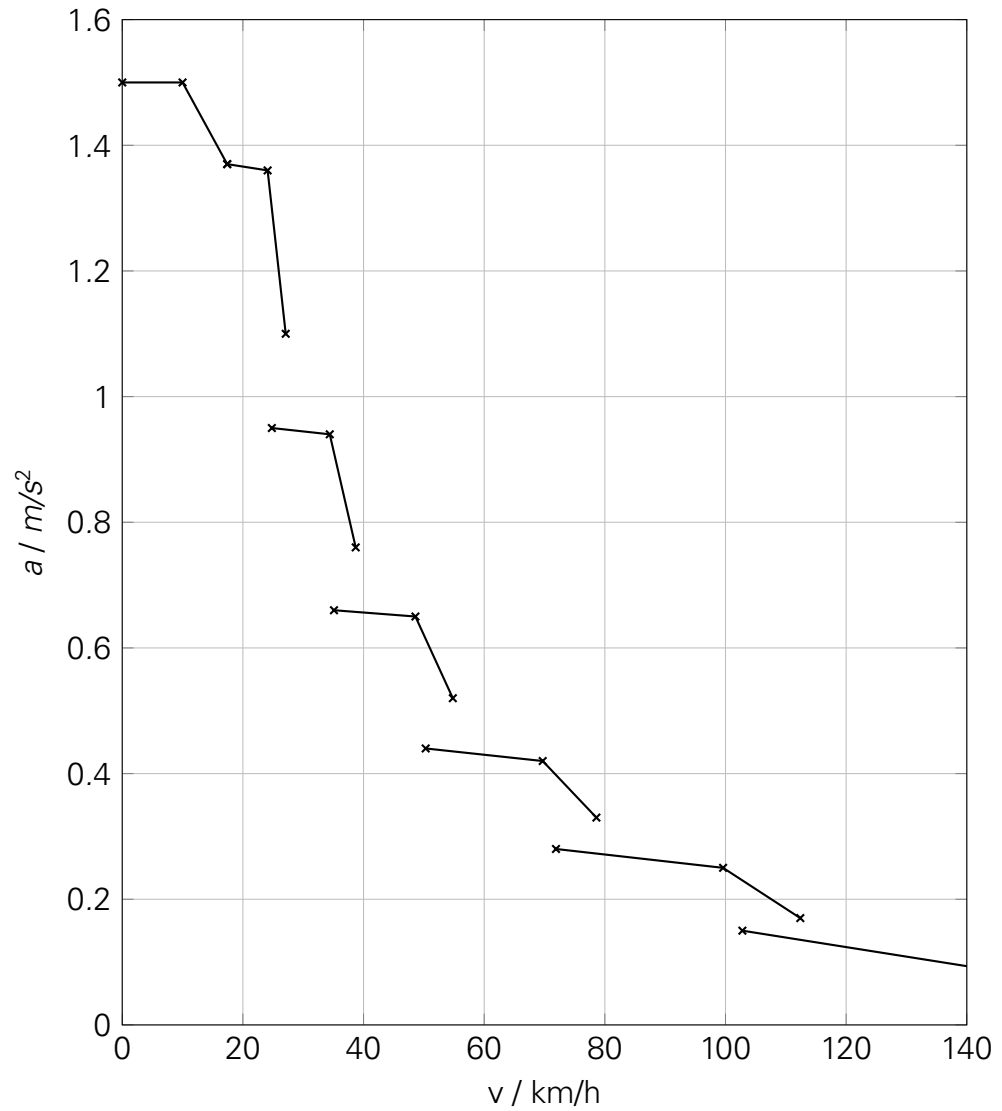
$$\begin{aligned} \tau &= \frac{F_T}{m_R \cdot g} \\ m_R &= \frac{4}{6} m = \frac{2}{3} \cdot 56 \text{ t} = 37\frac{1}{3} \text{ t} \\ \tau &= \frac{90 \text{ kN}}{37\frac{1}{3} \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} \\ &= 0,25 \quad \rightarrow \text{für Triebwagen unbedenklich} \end{aligned}$$



(f) Beschleunigung ergibt sich aus:

$$\ddot{x}(v) = \frac{F_T(v) - F_{WFT}(v)}{\xi \cdot m}$$

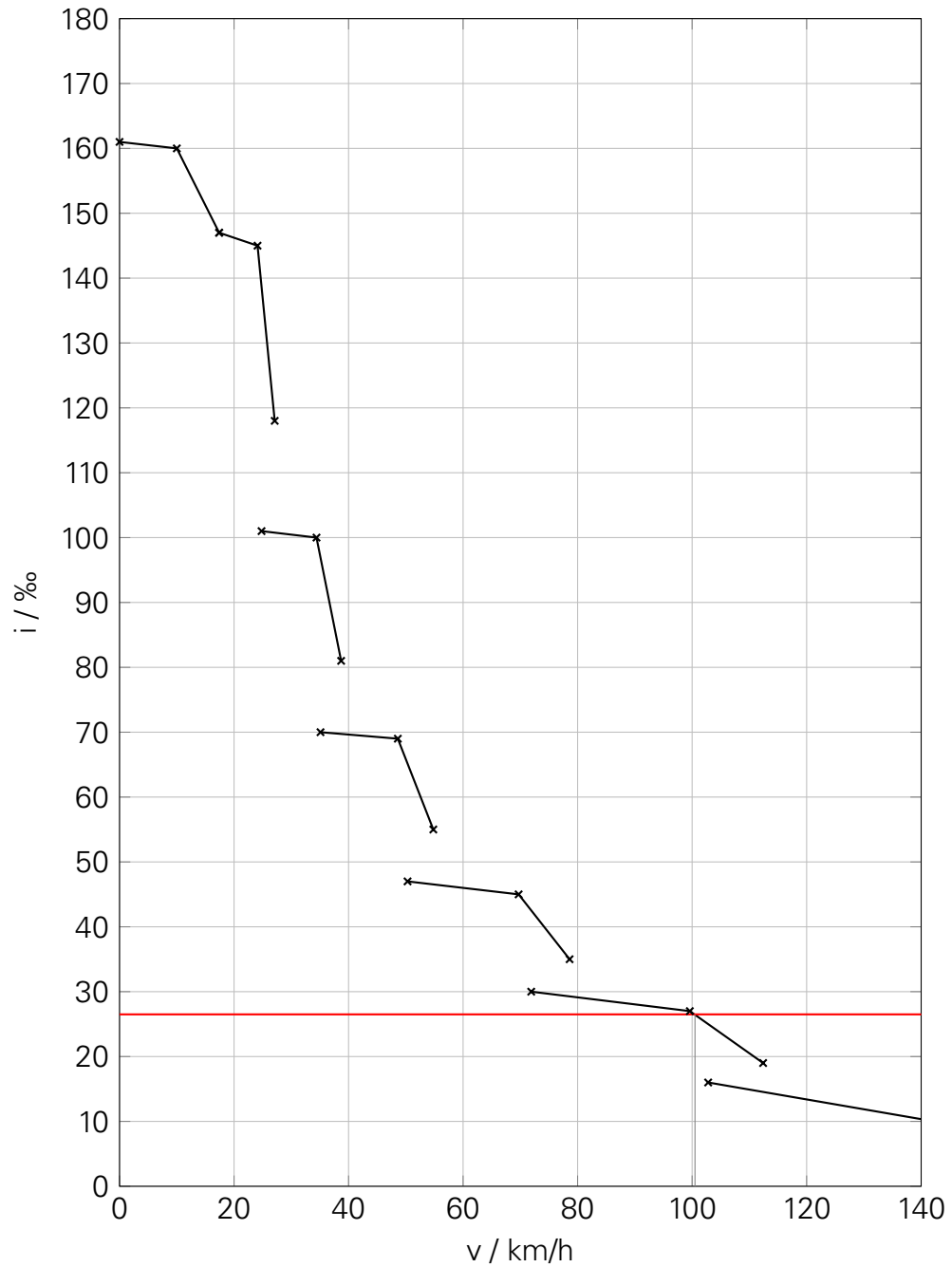
Beschleunigungs-Geschwindigkeits-Diagramm:



(g) Steigfähigkeit:

$$i = \frac{F_T(v) - F_{WFT}(v)}{m \cdot g}$$

Steigfähigkeits-Diagramm:



Das Fahrzeug würde in der genannten Steigung ca. 100 km/h erreichen.

- (h) **Zusatzfrage:** Für die Schaltvorgänge ist zwingend eine Hysterese vorzusehen (Geschwindigkeit beim Hochschalten > Geschwindigkeit beim Herunterschalten) um instabile Zustände zu vermeiden.

Möglicher Vorschlag:

Gang	v / km/h	Gang	v / km/h
1.→ 2.	27	2.→ 1.	25
2.→ 3.	38	3.→ 2.	35
3.→ 4.	54	4.→ 3.	51
4.→ 5.	78	5.→ 4.	73
5.→ 6.	111	6.→ 5.	105

Generell sollte bedacht werden, dass 40, 60, 80, 100, 120, 140 und 160 km/h „typische Eisenbahn-Fahrgeschwindigkeiten“ sind. Es wäre daher ungünstig, das Getriebe so abzustimmen, dass die Schaltpunkte in unmittelbarer Nähe dieser Geschwindigkeiten liegen. Es wird praktisch in der Regel so gefahren, dass die Strecken-Soll-Geschwindigkeit zügig erreicht wird (spätes Hochschalten günstig, da höhere Zugkräfte und damit höhere Beschleunigungen erreicht werden) und anschließend bewegt sich das Fahrzeug in einem Geschwindigkeitsband von ungefähr  $v_{\text{soll}} - 10$  km/h. Da die Geschwindigkeit in diesem Bereich pendeln kann (Wechsel von Auslauf und erneuter Beschleunigung), wäre es günstig, wenn dabei nicht jedes Mal ein Schaltvorgang stattfindet (Komfort, Verschleiß).

Im vorliegenden Fall (siehe oben stehende Tabelle) wäre es zum Beispiel wünschenswert, die Schaltgetriebeübersetzung derart anzupassen, dass der Schaltpunkt vom 2. auf den 3. Gang auf 42 km/h gelegt werden kann.

# 5 ÜBUNGSKOMPLEX AUSLEGUNG UND LEISTUNGSFÄHIGKEIT

## NIVEAU 1

22. (a) Formelsammlung (Anhang A.6) liefert für TGV PSE:

$$F_{WFT} = 2,43 + 3,06 \cdot \frac{v}{100} + 5,39 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2 \quad \text{und: } m_Z = 401 \text{ t}$$

Leistung an den Treibrädern:

$$P_T = F_T \cdot v$$

$$F_T = F_{WFT}(250 \text{ km/h}) + F_{WS}(5\%)$$

$$P_T = \frac{250 \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}} \cdot (2,43 + 3,06 \cdot 2,5 + 5,39 \cdot 2,5^2 + 401 \cdot 9,81 \cdot 0,005)$$

$$= 69,4 \text{ m/s} \cdot (43,8 \text{ kN} + 19,67 \text{ kN})$$

$$= 4407 \text{ kW}$$

- (b) Betrag Streckenwiderstand > Betrag Fahrzeugwiderstand?

$$F_{WS} = -401 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,010$$

$$= -39,3 \text{ kN}$$

→ Es ist eine Leistungsaufnahme nötig:

$$P_T = P_{WFT} + P_{WS}$$

$$= (43,8 \text{ kN} - 39,3 \text{ kN}) \cdot 69,4 \text{ m/s}$$

$$= 312,5 \text{ kW}$$

(c)

$$P_{\text{auf}} = \frac{P_T}{\eta_{\text{ges}}} = \frac{312,5 \text{ kW}}{0,6} = 520,8 \text{ kW}$$

## NIVEAU 2

23. • Beförderung von Fernreisezügen mit Zugmassen bis 500 t mit maximal 230 km/h in der Ebene:

$$P_{FM} = v \cdot \frac{F_{WFT} + m_W \cdot g \cdot f_{WFW} + (m_T + m_W) \cdot g \cdot (f_a + f_{WS})}{3,6 \cdot z_{FM} \cdot \eta_{RS}}$$

$$m_T = 4 \cdot 22 \text{ t} = 88 \text{ t}$$

$$F_{WFT} = 1,4 + 0,84 \cdot 2,3 + 2,8 \cdot 2,3^2 = 18,1 \text{ kN}$$

$$f_{WFW} = 0,0015 + 0,0022 \cdot 2,3^2 = 0,013138$$

$$f_a = 0,0025 \quad (\text{siehe Formelsammlung, Abschnitt 5})$$

$$\begin{aligned} P_{FM} &= 230 \cdot \frac{18,1 + 500 \cdot 9,81 \cdot 0,013138 + (88 + 500) \cdot 9,81 \cdot 0,0025}{3,6 \cdot 4 \cdot 0,92} \\ &= 230 \cdot \frac{96,962}{13,248} \\ &= 1683 \text{ kW} \end{aligned}$$

- Beförderung von Fernreisezügen mit Zugmassen bis 500 t mit maximal 200 km/h in Steigungen bis 5‰:

$$P_{FM} = v \cdot \frac{F_{WFT} + m_W \cdot g \cdot f_{WFW} + (m_T + m_W) \cdot g \cdot (f_a + f_{WS})}{3,6 \cdot z_{FM} \cdot \eta_{RS}}$$

$$F_{WFT} = 1,4 + 0,84 \cdot 2 + 2,8 \cdot 2^2 = 14,3 \text{ kN}$$

$$f_{WFW} = 0,0015 + 0,0022 \cdot 2^2 = 0,0103$$

$$f_a = 0,0025 \quad (\text{siehe Formelsammlung, Abschnitt 5})$$

$$\begin{aligned} P_{FM} &= 200 \cdot \frac{14,3 + 500 \cdot 9,81 \cdot 0,0103 + (88 + 500) \cdot 9,81 \cdot (0,005 + 0,0025)}{3,6 \cdot 4 \cdot 0,92} \\ &= 200 \cdot \frac{14,3 + 50,52 + 28,84 + 14,42}{13,248} \\ &= 1632 \text{ kW} \end{aligned}$$

- Beförderung von Nahverkehrszügen mit Zugmassen bis zu 300 t mit einer Höchstgeschwindigkeit von 160 km/h, die auch in Steigungen von bis zu 10 ‰ gehalten werden soll. Dabei ist das Fahrzeug so auszulegen, dass der Verkehr auf Strecken mit hoher Zugfolgedichte so wenig wie möglich behindert wird:

$$P_{FM} = v \cdot \frac{F_{WFT} + m_W \cdot g \cdot f_{WFW} + (m_T + m_W) \cdot g \cdot (f_a + f_{WS})}{3,6 \cdot z_{FM} \cdot \eta_{RS}}$$

$$F_{WFT} = 1,4 + 0,84 \cdot 1,6 + 2,8 \cdot 1,6^2 = 9,9 \text{ kN}$$

$$f_{WFW} = 0,0015 + 0,0028 \cdot 1,6^2 = 0,008668$$

$$f_a = 0,0045 \quad (\text{siehe Formelsammlung, Abschnitt 5})$$

$$\begin{aligned} P_{FM} &= 160 \cdot \frac{9,9 + 300 \cdot 9,81 \cdot 0,008668 + (88 + 300) \cdot 9,81 \cdot (0,01 + 0,0045)}{3,6 \cdot 4 \cdot 0,92} \\ &= 160 \cdot \frac{9,9 + 25,51 + 38,06 + 17,13}{13,248} \\ &= 1094 \text{ kW} \end{aligned}$$

Erster Fall erfordert größte Leistung: Auslegung erfolgt deshalb für diesen Fall. Fahrmotorleistung: 1683 kW → Gesamtleistung: 6732 kW

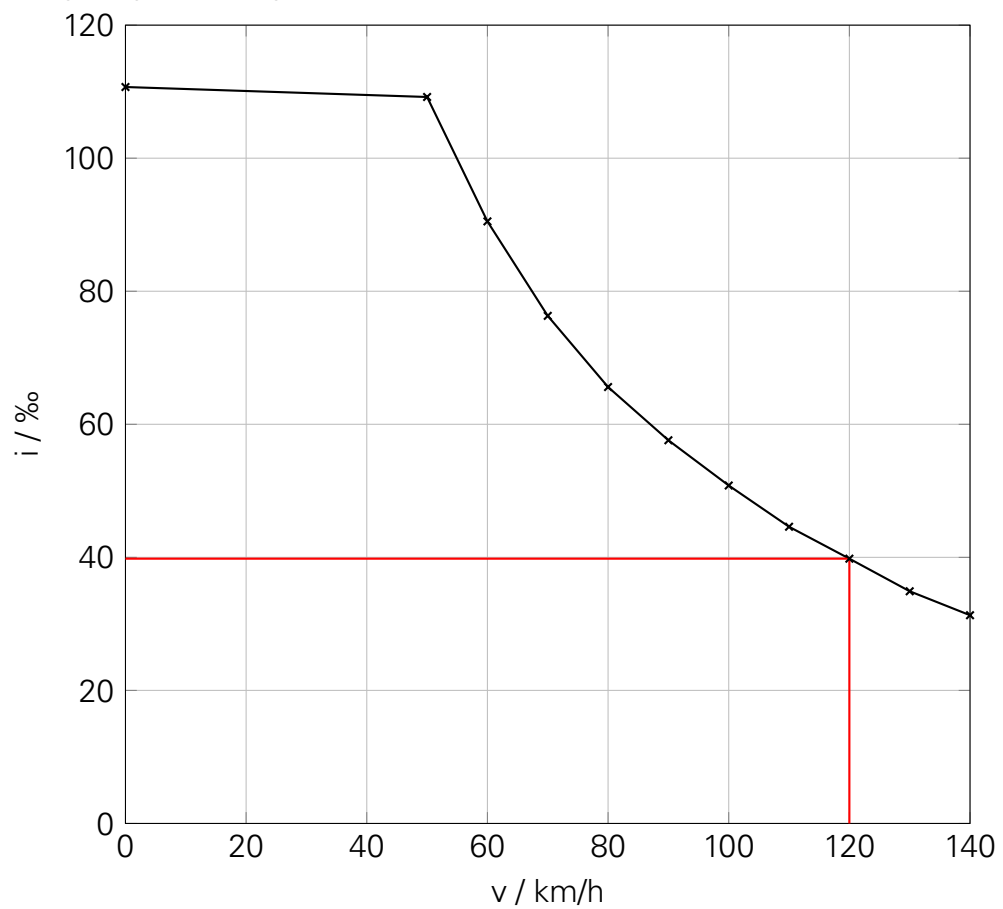
*Anmerkung:* Die Nennleistung der leistungsfähigsten Elloks in Deutschland ist derzeit auf 6,4-6,6 MW begrenzt...

24. (a) Steigfähigkeit:

$$i = \frac{F_T - F_{WFT}}{m_Z \cdot g}$$

$v / \text{km/h}$	$F_T / \text{kN}$	$F_{WFT} / \text{kN}$	$i / \text{‰}$
0	165	2,1	110,7
50	165	4,3	109,2
60	138	4,9	90,5
70	118	5,7	76,3
80	103	6,5	65,6
90	92	7,3	57,6
100	83	8,3	50,8
110	75	9,3	44,6
120	69	10,4	39,8
130	63	11,6	34,9
140	59	12,9	31,3
150	55	14,2	27,7
160	52	15,6	24,7

Steigfähigkeits-Diagramm:



(b) ca. 40 ‰

(c) ca. 38 ‰ ( $f_a = 0,0020 \hat{=} 2 \text{‰}$ )

## NIVEAU 2-3

25. (a) erforderliche Anfahrzugkraft:

$$F_{T,\text{erf}} = F_{WFT}(0 \text{ km/h}) + F_{WFA}$$

$$F_{WFT}(0 \text{ km/h}) = 0,9 + 3,8 \cdot 0,15^2 = 1 \text{ kN}$$

Anfahrwiderstandskraft für wälzgelagerte Wagen (siehe Formelsammlung, Abs. 2.3.3):

$$\begin{aligned} F_{WFA} &= m_W \cdot g \cdot f_{WFA} \\ &= 3000 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,006 \\ &= 177 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$F_{T,\text{erf}} = 178 \text{ kN} \approx 180 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} m_{T,\text{min}} &= \frac{F_{T,\text{erf}}}{g \cdot \tau} \\ &= \frac{180 \text{ kN}}{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,25} \\ &= 73,4 \text{ t} \quad \rightarrow \text{Radsatzfahrmasse mind. } 18,35 \text{ t} \end{aligned}$$

- (b) Bilanzierung der fahrdynamischen Kräfte für beide Einsatzfälle

Fall	Ganzzug	gem. Zug
$v$ in km/h	25	40
$F_{WFT}$ in kN	1,5	2,0
$f_{WFW}$	0,001338	0,002112
$F_{WFW}$ in kN	39,4	20,7
$F_{WS}$ in kN	0	105,3
$F_a$ in kN	30,2	10,5
$\sum F$ in kN	71,1	138,5
$P_{DM,T,DH}$ in kW	650	2025
$P_{DM,T,DE}$ in kW	612	1906

Leistungsbedarf bei hydrodynamischer Leistungsübertragung: 2025 kW  
 Leistungsbedarf bei hydrodynamischer Leistungsübertragung: 1906 kW

- (c) Der Leistungsbedarf für den zweiten betrachteten Einsatzfall (gemischter Güterzug) ist vergleichsweise hoch, sodass ein großer Dieselmotor mit entsprechender Peripherie (Kühlanlage u.a.) installiert werden müsste. Damit wird das Fahrzeug wahrscheinlich eine deutlich höhere Masse als die zuvor berechneten 73,4 t aufweisen. Die Installation von Aggregaten dieser Leistungsklasse ist zudem hinsichtlich des auf Rangierlokomotiven nur sehr begrenzt vorhandenen Bauraumes anspruchsvoll. Ein sinnvolles Referenzfahrzeug für die betrachtete Fahrzeugklasse wäre die Vossloh G2000.

# 6 ÜBUNGSKOMPLEX ENERGIEBEDARF

## NIVEAU 1

26. (a) Basis: Fahrwiderstandsgleichung aus Formelsammlung (Anhang A.6)

$$W_T = \sum F_W \cdot s = F_{WFT}(250 \text{ km/h}) + F_{WS}(5\text{‰})$$

$$\begin{aligned} F_{WFZ}(250 \text{ km/h}) &= 2,43 + 3,06 \cdot \frac{250}{100} + 5,39 \cdot \left(\frac{250}{100}\right)^2 \\ &= 43,8 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$F_{WS}(5\text{‰}) = 401 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,005 = 19,7 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} W_T &= (43,8 \text{ kN} + 19,7 \text{ kN}) \cdot 5000 \text{ m} = 63,5 \text{ kN} \cdot 5000 \text{ m} \\ &= 317500 \text{ kNm} = 317,5 \text{ MJ} = 88,2 \text{ kWh} \end{aligned}$$

- (b) bewältigter Höhenunterschied:

$$\begin{aligned} \Delta h &= \Delta s \cdot i \\ &= 5000 \text{ m} \cdot 0,005 \\ &= 25 \text{ m} \end{aligned}$$

Änderung der potentiellen Energie:

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{pot}} &= m \cdot g \cdot \Delta h \\ &= 401 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 25 \text{ m} \\ &= 98345 \text{ kNm} = 98,3 \text{ MJ} = 27,3 \text{ kWh} \end{aligned}$$

Verhältnis zur verrichteten Arbeit an den Treibradsätzen:

$$\frac{\Delta E_{\text{pot}}}{W_T} = \frac{27,3 \text{ kWh}}{88,2 \text{ kWh}} = 0,31$$

(c) resultierende Bremskraft:

$$\begin{aligned} F_B &= -F_{WFT}(250 \text{ km/h}) - F_{WS}(-17,5\%) \\ &= -43,8 \text{ kN} + 401 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,0175 \\ &= 25 \text{ kN} \end{aligned}$$

Bremsarbeit an den Treibradsätzen:

$$\begin{aligned} W_B &= F_B \cdot s = 25 \text{ kN} \cdot 3000 \text{ m} \\ &= 75000 \text{ kNm} = 75 \text{ MJ} = 20,83 \text{ kWh} \end{aligned}$$

zurückgespeiste Energie:

$$E_{B,\text{rück}} = W_B \cdot \eta = 20,83 \text{ kWh} \cdot 0,65 = 13,54 \text{ kWh}$$

**27.** (a)

$$W_T = F_{T,\text{erf}} \cdot s$$

$$F_{T,\text{erf}} = F_{WFT}(80 \text{ km/h}) + F_{WFW}(80 \text{ km/h}) + F_{WS}(5\%)$$

$$\begin{aligned} F_{WFT}(80 \text{ km/h}) &= 1,47 + 2,65 \\ &= 4,1 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{WFW}(80 \text{ km/h}) &= (0,0012 + 0,0022 \cdot 0,8^2) \cdot 1600 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \\ &= 40,9 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{WS}(5\%) &= 1684 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,005 \\ &= 82,6 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_T &= (4,1 \text{ kN} + 40,9 \text{ kN} + 82,6 \text{ kN}) \cdot 2200 \text{ m} \\ &= 280720 \text{ kNm} = 280,7 \text{ MJ} = 77,98 \text{ kWh} \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} W_s &= \frac{W_T}{s \cdot \eta_{Tfz}} \\ &= \frac{77,98 \text{ kWh}}{2,2 \text{ km} \cdot 0,68} \\ &= 52,1 \frac{\text{kWh}}{\text{km}} \end{aligned}$$

(c)

$$W_{B,\text{rück}} = W_B \cdot \eta = F_B \cdot s \cdot \eta$$

$$\begin{aligned} F_B &= -4,1 \text{ kN} - 40,9 \text{ kN} - (-82,6 \text{ kN}) \\ &= 37,6 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{B,\text{rück}} &= 37,6 \cdot 2200 \text{ m} \cdot 0,5 \\ &= 41360 \text{ kNm} = 41,36 \text{ MJ} = 11,49 \text{ kWh} \end{aligned}$$

## NIVEAU 2

28. (a)

$$F_{T,\text{erf}} = 15,51 \text{ kN} + 15,08 \text{ kN} = 30,6 \text{ kN}$$

$$\beta \approx 1550 \text{ kW}$$

$$\begin{aligned} t_{1\text{km}} &= \frac{s}{v} = \frac{1 \text{ km}}{160 \text{ km/h}} \\ &= 6,25 \cdot 10^{-3} \text{ h} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_S &= 1550 \text{ kW} \cdot 6,25 \cdot 10^{-3} \text{ h} \\ &= 9,7 \text{ kWh/km} \end{aligned}$$

(b)

$$F_{T,\text{erf}} = 15,51 \text{ kN} + 15,08 \text{ kN} + 28,25 \text{ kN} = 58,84 \text{ kN}$$

$$\beta \approx 2900 \text{ kW}$$

$$\begin{aligned} t_{1\text{km}} &= \frac{s}{v} = \frac{1 \text{ km}}{160 \text{ km/h}} \\ &= 6,25 \cdot 10^{-3} \text{ h} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_S &= 2900 \text{ kW} \cdot 6,25 \cdot 10^{-3} \text{ h} \\ &= 18,1 \text{ kWh/km} \end{aligned}$$

(c)

$$F_{T, \text{erf}} = 6,62 \text{ kN} + 5,62 \text{ kN} + 47,09 \text{ kN} = 59,3 \text{ kN}$$

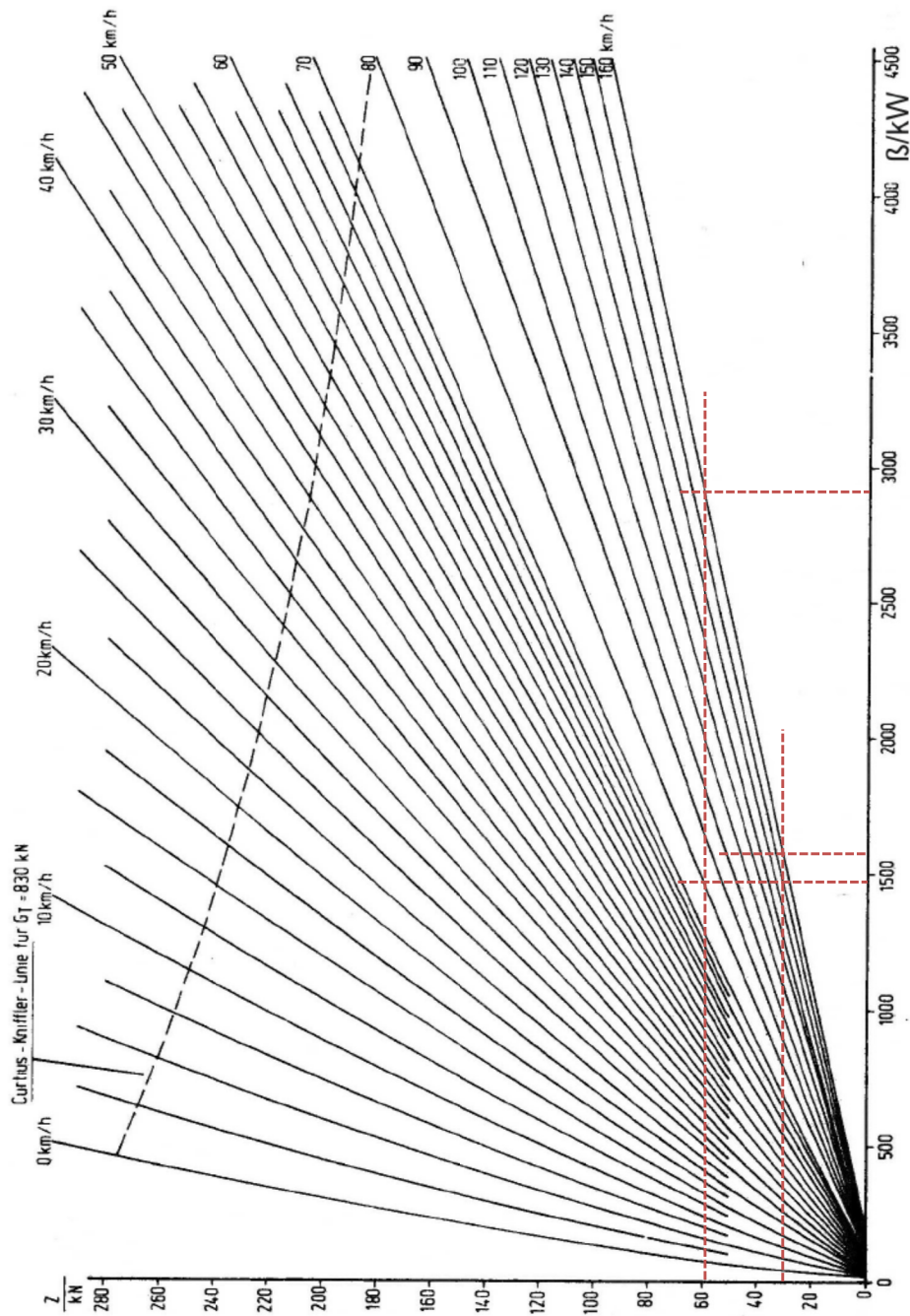
$$\beta \approx 1450 \text{ kW}$$

$$t_{1 \text{ km}} = \frac{s}{v} = \frac{1 \text{ km}}{80 \text{ km/h}}$$

$$= 0,0125 \text{ h}$$

$$W_S = 1450 \text{ kW} \cdot 0,0125 \cdot 10^{-3} \text{ h}$$

$$= 18,1 \text{ kWh/km}$$



29. (a) Ermittlung des Wagenzugwiderstandes für  $v = 80 \text{ km/h}$ :

$$F_{WFW} = (0,0016 + 0,0057 \cdot 0,8^2) \cdot 1600 \text{ t} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 82,4 \text{ kN}$$

Auslesen des Kennlinienfeldes für die ermittelten Kraft-Geschwindigkeits-Wertepaare:

Streckenlänge / m	2000	1500	1700	2300
Neigung / ‰	1,75	3,05	-0,15	-4,00
<b>F<sub>Z,erf</sub> / kN</b>	<b>110</b>	<b>130</b>	<b>80</b>	<b>20</b>
<b>W<sub>S</sub> / kWh/km</b>	<b>40</b>	-	<b>30</b>	<b>10</b>
<b>P<sub>A</sub> / kW</b>	-	≈ <b>3900</b>	-	-

$$\begin{aligned} W_{\text{ges}} &= W_{S,1} \cdot s_1 + P_{A,2} \cdot t_2 + W_{S,3} \cdot s_3 + W_{S,4} \cdot s_4 \\ &= 40 \text{ kWh/km} \cdot 2 \text{ km} + 3900 \text{ kW} \cdot \frac{1,5 \text{ km}}{80 \text{ km/h}} + 30 \cdot 1,7 + 10 \cdot 2,3 \\ &= 227 \text{ kWh} \end{aligned}$$

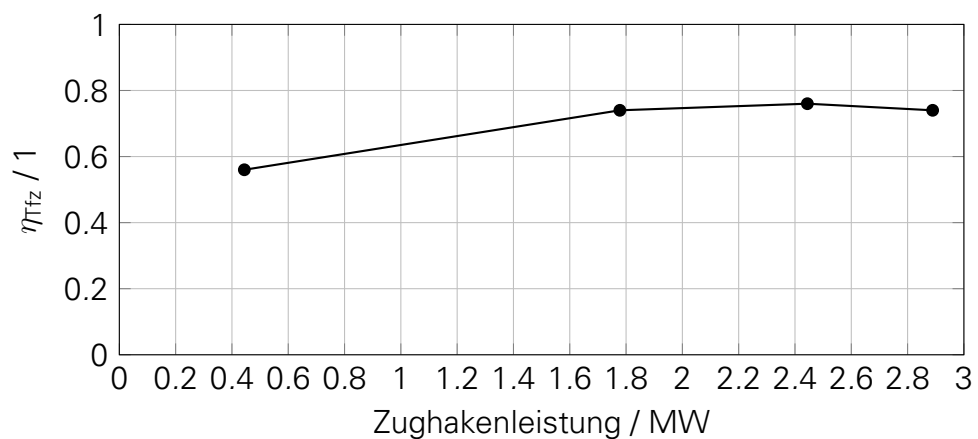
$$W_{S,\emptyset} = \frac{227 \text{ kWh}}{7,5 \text{ km}} = 30,3 \text{ kWh/km}$$

$$W_{S,m_W} = \frac{W_{S,\emptyset}}{m_W} = \frac{30,3 \text{ kWh/km}}{1600 \text{ t}} = 0,019 \text{ kWh/tkm}$$

- (b) Leistungsaufnahme am Stromabnehmer:

$$P_A = W_S \cdot v$$

Streckenlänge [m]	2000	1500	1700	2300
Neigung [‰]	1,75	3,05	-0,15	-4,00
<b>F<sub>Z,erf</sub> [kN]</b>	<b>110</b>	<b>130</b>	<b>80</b>	<b>20</b>
<b>W<sub>S</sub> [kWh/km]</b>	<b>40</b>	<b>50</b>	<b>30</b>	<b>10</b>
<b>P<sub>A</sub> [kW]</b>	<b>3200</b>	≈ <b>3900</b>	<b>2400</b>	<b>800</b>
<b>P<sub>Z</sub> [kW]</b>	<b>2444</b>	<b>2889</b>	<b>1778</b>	<b>444</b>
<b>η<sub>Tfz</sub> [-]</b>	<b>0,76</b>	<b>0,74</b>	<b>0,74</b>	<b>0,56</b>



# 7 ÜBUNGSKOMPLEX FAHRZEIT

## NIVEAU 1

30. (a) Treibradzugkraft bis  $v_{\ddot{u}}$ :

$$F_T(v) = 300 \text{ kN} - 0,3095 \cdot v$$

Kräftebilanz bei  $v=5 \text{ km/h}$ :

$$F_T(5 \text{ km/h}) = 300 \text{ kN} - 0,3095 \cdot 5 \text{ km/h} = 298,5 \text{ kN}$$

$$F_{WFT}(5 \text{ km/h}) = 1,45 + 0,84 \frac{5}{100} + 2,8 \left( \frac{20}{100} \right)^2 = 1,6 \text{ kN}$$

$$f_{WFW}(5 \text{ km/h}) = 0,0016 + 0,0032 \left( \frac{5}{100} \right)^2 = 0,001608$$

$$F_{WFW}(5 \text{ km/h}) = 0,001608 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 2000 \text{ t} = 31,5 \text{ kN}$$

$$F_{WS}(2,5\text{‰}) = 2087 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 0,0025 = 51,2 \text{ kN}$$

$$F_a(5 \text{ km/h}) = 298,5 \text{ kN} - 1,6 \text{ kN} - 31,5 \text{ kN} - 51,2 \text{ kN} = 214,2 \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} a(5 \text{ km/h}) &= \frac{F_a}{\xi_Z \cdot m_Z} = \frac{214,2 \text{ kN}}{1,04 \cdot 2087} = 0,099 \text{ m/s}^2 \\ &= 0,1 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

(b)

$$F_T(60 \text{ km/h}) = 281,4 \text{ kN}$$

$$F_T(80 \text{ km/h}) = 275,2 \text{ kN}$$

$$F_{WFT}(60 \text{ km/h}) = 3,5 \text{ kN}$$

$$F_{WFT}(80 \text{ km/h}) = 4,6 \text{ kN}$$

$$f_{WFW}(60 \text{ km/h}) = 0,002752$$

$$f_{WFW}(80 \text{ km/h}) = 0,003648$$

$$F_{WFW}(60 \text{ km/h}) = 54,0 \text{ kN}$$

$$F_{WFW}(80 \text{ km/h}) = 71,5 \text{ kN}$$

$$F_{WS}(2,5\text{‰}) = 51,2 \text{ kN}$$

$$F_a(60 \text{ km/h}) = 172,7 \text{ kN}$$

$$F_a(80 \text{ km/h}) = 147,9 \text{ kN}$$

$$a(60 \text{ km/h}) = 0,080 \text{ m/s}^2$$

$$a(80 \text{ km/h}) = 0,068 \text{ m/s}^2$$

(c)

$$\sum F_W(80 \text{ km/h}) = -127,3 \text{ kN}$$

$$\sum F_W(70 \text{ km/h}) = -4,06 \text{ kN} - 62,16 \text{ kN} - 51,2 \text{ kN} = -117,4 \text{ kN}$$

$$a_{\text{Ausl}}(80 \text{ km/h}) = \frac{-127,3 \text{ kN}}{1,04 \cdot 2087 \text{ t}} = -0,058650 \text{ m/s}^2$$

$$a_{\text{Ausl}}(70 \text{ km/h}) = \frac{-117,4 \text{ kN}}{1,04 \cdot 2087 \text{ t}} = -0,054089 \text{ m/s}^2$$

$$a_{m,\text{Ausl}} = -0,056 \text{ m/s}^2$$

(d)

$$t = \frac{\Delta v}{a_{m,\text{Ausl}}} = \frac{-2,7778 \text{ m/s}}{-0,056 \text{ m/s}^2}$$

$$= 49,6 \text{ s}$$

$$s = -\frac{a_{m,\text{Ausl}}}{2} t^2 + v_0 \cdot t$$

$$= -\frac{-0,056 \text{ m/s}^2}{2} \cdot 49,6^2 \text{ s}^2 + \frac{80 \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}} \cdot 49,6 \text{ s}$$

$$= 1033 \text{ m}$$

## NIVEAU 2-3

31. (a) mittlerer Neigungswiderstand:

$$\begin{aligned}i_m &= \frac{\sum (i_j \cdot \Delta s_j)}{\sum \Delta s_j} \\&= \frac{-0,002 \cdot 1100 \text{ m} - 0,010 \cdot 300 \text{ m} + 0,0025 \cdot 1100 \text{ m}}{3000 \text{ m}} \\&= -0,000817 = -0,82 \text{ ‰}\end{aligned}$$

Beschleunigen an der Kraftschlussgrenze (siehe Formelsammlung, Abschnitt 7.3.2):

$$v_m = 0,5 \cdot v_{\ddot{u}} = 0,5 \cdot 50 \text{ km/h} = 0,5 \cdot 13,8889 \text{ m/s} = 6,94 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned}a_m &= \frac{F_T - F_{WFT}(v_m) - F_{WS}}{m_Z \cdot \xi_Z} \\&= \frac{165 - [2,1 + 2,5 \cdot 0,25 + 3,7 \cdot 0,25^2] + 150 \cdot 9,81 \cdot 8,2 \cdot 10^{-4}}{150 \cdot 1,06} \\&= \frac{165 - 2,96 + 1,2}{159} = 1,027 \text{ m/s}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}t(0 \rightarrow 50 \text{ km/h}) &= \frac{\Delta v}{a_m} = \frac{13,8889 \text{ m/s}}{1,027 \text{ m/s}^2} \\&= 13,5 \text{ s}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s(0 \rightarrow 50 \text{ km/h}) &= \frac{a_m}{2} \cdot t^2 = \frac{1,027 \text{ m/s}^2}{2} \cdot 13,5^2 \text{ s}^2 \\&= 93,6 \text{ m}\end{aligned}$$

Beschleunigen an der Leistungsgrenze:

$$a_m = \frac{p_a(v_A) + p_a(v_E)}{\frac{\xi_Z \cdot (v_A + v_E)}{3,6}}$$

$$v_A = 50 \text{ km/h}$$

$$v_E = 120 \text{ km/h}$$

$$p_a(v_A) = \frac{P_T}{m_Z} - g \cdot (f_{WFT}(v_A) + f_{WS}) \cdot \frac{v_A}{3,6}$$

$$f_{WFT}(v_A) = \frac{2,1 + 2,5 \cdot 0,5 + 3,7 \cdot 0,5^2}{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 150 \text{ t}}$$

$$= 0,002905$$

$$p_a(v_A) = \frac{2300}{150} - 9,81 \cdot (0,002905 - 0,00082) \cdot \frac{50}{3,6}$$

$$= 15,049 \frac{\text{kW}}{\text{t}} = 15,049 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^3}$$

$$p_a(v_E) = \frac{P_T}{m_Z} - g \cdot (f_{WFT}(v_E) + f_{WS}) \cdot \frac{v_E}{3,6}$$

$$f_{WFT}(v_E) = \frac{2,1 + 2,5 \cdot 1,2 + 3,7 \cdot 1,2^2}{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 150 \text{ t}}$$

$$= 0,007087$$

$$p_a(v_E) = \frac{2300}{150} - 9,81 \cdot (0,007087 - 0,00082) \cdot \frac{120}{3,6}$$

$$= 13,284 \frac{\text{kW}}{\text{t}} = 13,284 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^3}$$

$$a_m = \frac{15,049 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^3} + 13,284 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^3}}{\frac{1,06 \cdot (50+120) \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}}}$$

$$= 0,566 \text{ m/s}^2$$

$$t(50 \rightarrow 120 \text{ km/h}) = \frac{19,4444 \text{ m/s}}{0,566 \text{ m/s}^2} = 34,4 \text{ s}$$

$$s(50 \rightarrow 120 \text{ km/h}) = \frac{0,566 \text{ m/s}^2}{2} \cdot 34,4^2 + \frac{50 \text{ km/h}}{3,6 \frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}} \cdot 34,4 \text{ s}$$

$$= 812,6 \text{ m}$$

gesamte Beschleunigungszeit: 47,9 s

gesamter Beschleunigungsweg: 906,2 m

Restweg: 2093,8 m

Bremsweg und Bremszeit:

$$t_B = \frac{33,3333 \text{ m/s}^2}{0,6 \text{ m/s}^2} = 55,6 \text{ s}$$

$$s_B = \frac{-0,6 \text{ m/s}^2}{2} \cdot 55,6^2 \text{ s}^2 + 33,3333 \text{ m/s} \cdot 55,6 \text{ s} \\ = 925,9 \text{ m}$$

Streckenlänge in Beharrungsfahrt: 1167,9 m Fahrzeit in Beharrung:

$$t_{\text{Beh}} = \frac{s}{v} = \frac{1167,9 \text{ m}}{33,3333 \text{ m/s}} = 35,0 \text{ s}$$

**Gesamtfahrzeit: 138,5 s**  $\approx$  2 min 19 s

(b) mittlere Verzögerung im Fahrzeugauslauf (siehe Formelsammlung, Abschnitt 7.3.2):

$$a_m = -\frac{F_{WFT}(v_m) + F_{WS,m}}{\xi_Z \cdot m_Z}$$

$$v_m = \frac{120 \text{ km/h} + 113 \text{ km/h}}{2} = 116,5 \text{ km/h} = 32,36 \text{ m/s}$$

$$F_{WFT}(v_m) = 2,1 + 2,5 \cdot 1,165 + 3,7 \cdot 1,165^2 = 10 \text{ kN}$$

$$a_m = -\frac{10 \text{ kN} - 0,00082 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 150 \text{ t}}{1,06 \cdot 150 \text{ t}} \\ = -0,0553 \text{ m/s}^2$$

$$t_{\text{Ausl}} = \frac{-1,944 \text{ m/s}}{-0,0553 \text{ m/s}^2} = 35,2 \text{ s}$$

$$s_{\text{Ausl}} = \frac{-0,0553 \text{ m/s}^2}{2} \cdot 35,2^2 \text{ s}^2 + 33,3333 \text{ m/s} \cdot 35,2 \text{ s} \\ = 1140 \text{ m}$$

Neuberechnung von Bremsweg und -zeit aus 113 km/h:

$$t_B = \frac{31,3889 \text{ m/s}^2}{0,6 \text{ m/s}^2} = 52,3 \text{ s}$$

$$s_B = \frac{-0,6 \text{ m/s}^2}{2} \cdot 52,3^2 \text{ s}^2 + 31,3889 \text{ m/s} \cdot 52,3 \text{ s} \\ = 821,1 \text{ m}$$

Streckenlänge in Beharrungsfahrt: 132,7 m Fahrzeit in Beharrung:

$$t_{\text{Beh}} = \frac{s}{v} = \frac{132,7 \text{ m}}{33,3333 \text{ m/s}} = 4 \text{ s}$$

**Gesamtfahrzeit: 139,4 s**  $\approx$  2 min 20 s

relative Fahrzeitverlängerung: 0,65 %

(c) Es ist mit einer Verringerung der berechneten Fahrzeit zu rechnen.

Begründung:

Durch Mittlung des Streckenwiderstandes über die gesamte Fahrstrecke wird das Gefälle im Beschleunigungsabschnitt etwas geringer angesetzt, als es tatsächlich ist (-0,82 ‰ statt -2,00 ‰). Demzufolge wird die exakt berechnete Beschleunigung zu Beginn der Fahrt größer sein als die angenäherte Beschleunigung, wodurch sich die Fahrzeit bis zur Erreichung der Höchstgeschwindigkeit verkürzen wird.

Andererseits wird sich ein Teil des Auslaufvorganges in einem deutlichen Gefälle von 10 ‰ abspielen, wodurch die mittlere Verzögerung im Fahrzeugauslauf etwas geringer ausfallen dürfte. Damit wird auch in diesem Fall weniger Fahrzeit benötigt als bei der Annäherung angenommen.

*zur Info:*

simulierte Fahrzeit unter Zugrundelegung des mittleren Streckenwiderstandes: 136,2 s

simulierte Fahrzeit mit Berücksichtigung der tatsächlichen Neigungsverhältnisse: 134,8 s