

Folien zur Lehrveranstaltung

**Grundlagen der Mechanischen
Verfahrenstechnik**

– nur zum persönlichen Gebrauch –

PD Dr.-Ing. habil. Frank Babick
Dr.-Ing. Benno Wessely

Dresden, Frühjahr 2021

2. Kennzeichnung disperser Systeme

Lernziele zu Kapitel 3

- Wissen:
 - Welche Parameter kennzeichnen die Zusammensetzung einer trockenen Schüttung?
 - Wie lässt sich die Größe eines nicht-kugelförmigen Partikels quantifizieren?
 - Auf welche Weisen wird die Häufigkeit unterschiedlich großer Partikel, d.h. die Partikelgrößenverteilung (PGV), erfasst?
- Fähigkeiten:
 - Berechnung geometrischer Äquivalentdurchmesser
 - Grafische Darstellung von PGVen und Bestimmung charakteristischer Kennzahlen (wie Modal- und Medianwert)

2. Kennzeichnung disperser Systeme – *Eigenschaften von Schüttungen* –

Schüttungsparameter

- trockene Schüttungen

- Porosität

$$\varepsilon = \frac{\text{Porenvolumen}}{\text{Gesamtvolumen}} = \frac{V_{\text{por}}}{V_{\text{ges}}}$$

- Packungsdichte

$$\varphi_{V,s} = \frac{\text{Feststoffvolumen}}{\text{Gesamtvolumen}} = \frac{V_s}{V_{\text{ges}}} = 1 - \varepsilon$$

- Schüttdichte

$$\rho_{\text{Sch}} = (1 - \varepsilon) \cdot \rho_s + \varepsilon \cdot \rho_g \approx (1 - \varepsilon) \cdot \rho_s$$

- feuchte Schüttungen

- Sättigungsgrad

$$\sigma = \frac{\text{Flüssigkeitsvolumen}}{\text{Porenvolumen}} = \frac{V_l}{V_{\text{por}}}$$

- Schüttdichte

$$\rho_{\text{Sch}} = (1 - \varepsilon) \cdot \rho_s + \sigma \cdot \varepsilon \cdot \rho_l + (1 - \sigma) \cdot \varepsilon \cdot \rho_g$$

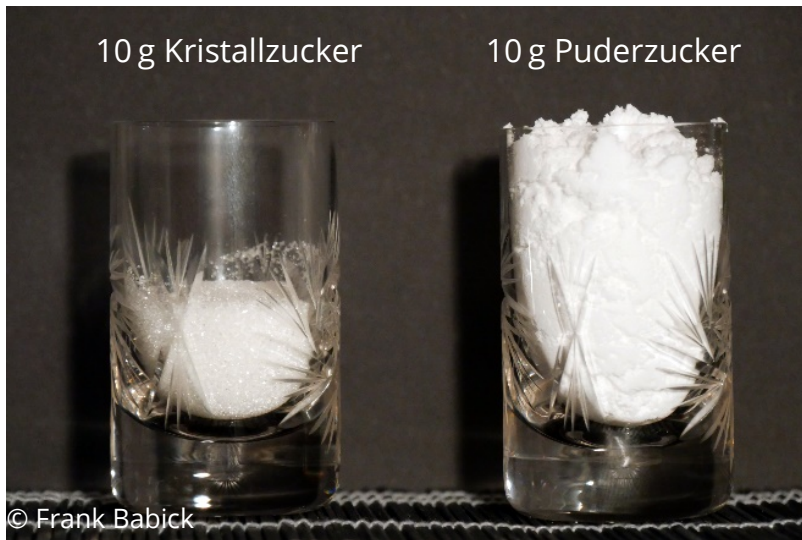
- volumen- und massenspezifische Oberfläche der dispersen Phase:

$$S_V = \frac{S_{\text{dispersePhase}}}{V_{\text{dispersePhase}}} = S_m \cdot \rho_{\text{disp}} \quad S_m = \frac{S_{\text{dispersePhase}}}{m_{\text{dispersePhase}}} = \frac{S_V}{\rho_{\text{disp}}}$$

Nie vergessen:

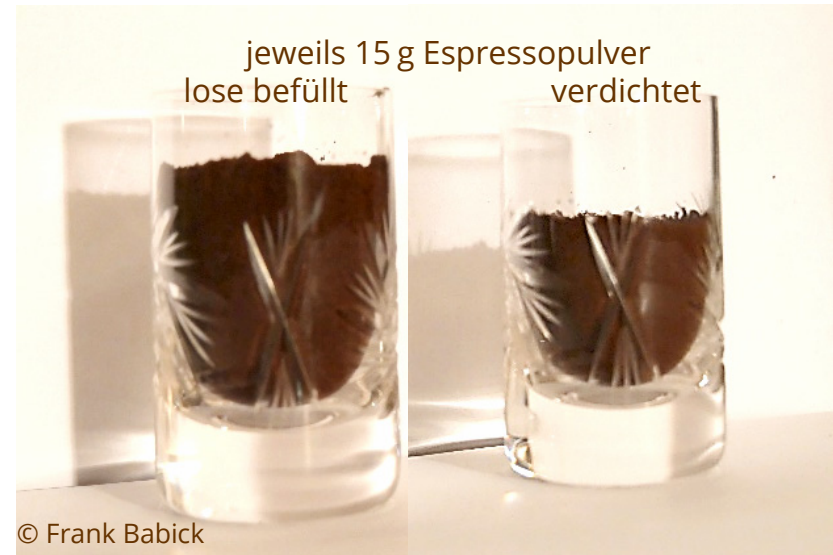
Schüttdichte und Porosität sind keine Materialeigenschaften

Einfluss von Partikelgröße & Kohäsivität



- je kohäsiver das Pulver desto poröser die Schüttung
- je feiner die Partikel, desto kohäsiver das Pulver
- ¡Beachte innere Porosität von Partikeln!

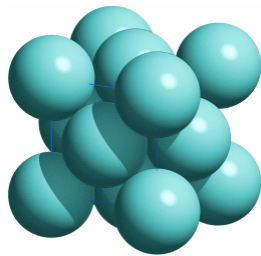
Pulver sind verdichtbar



- Schüttdichte ist prozessabhängig
- notwendige Unterscheidung zw.
 - Rieseldichte,
 - Klopf- und Stampfdichte,
 - Kompaktionsdichte

Grenzfälle maximaler und minimaler Packungsdichte

Kugeln mit einheitlicher
Größe

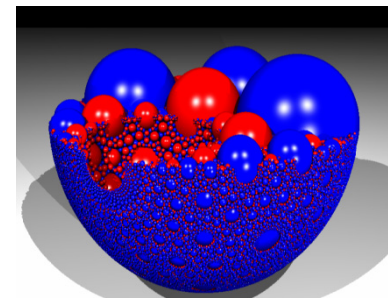


z.B. hexagonal dicht-gepackt

Porosität = 34% ... 26 %

Packungsdichte = 66% ... 74%

unterschiedlich große und/oder
nicht-kugelige Partikel



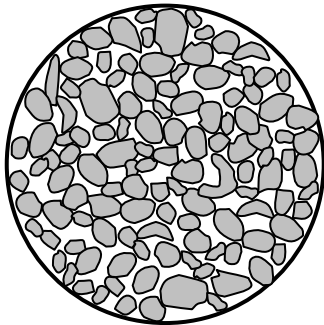
z.B. theoretisch dichteste Kugelschüttung
 $\varepsilon \rightarrow 0$

verdichtete grobdisperse Pulver: $\varphi_{V,S} = \dots 100\%$

unverdichtete kohäsive Pulver: $\varepsilon = \dots 100\%$

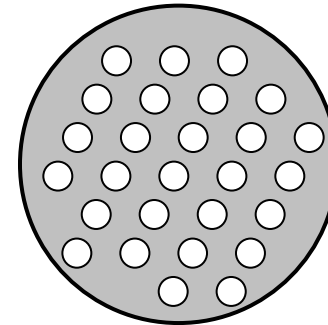
Hydraulischer Durchmesser von Schüttungen

reale Schüttung



*Draufsicht
in Strömungsrichtung*

Modellschüttung



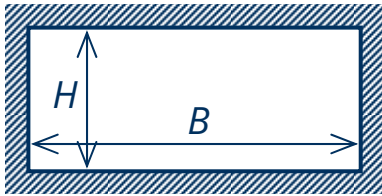
hydraulischer Durchmesser =

Durchmesser eines zylindrischen Rohres dessen Verhältnis von umströmter Oberfläche zu durchströmten Volumen dem der realen Schüttung gleicht

Hydraulischer Durchmesser

$$d_h = 4 \cdot \frac{\text{durchströmtes Volumen}}{\text{umströmte Oberfläche}} = 4 \cdot \frac{V_{\text{Fluid}}}{S_{\text{Wand}}}$$

Rechteckkanal



B = Breite

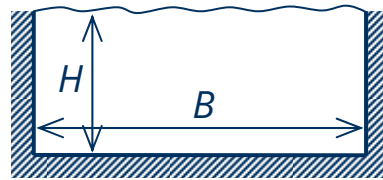
H = Höhe

$$d_h = \frac{4 \cdot B \cdot H}{2B + 2H}$$

gerade
Kanäle

$$d_h = \frac{4 \cdot V_{\text{Fluid}}}{S_{\text{Wand}}} = \frac{4 \cdot A_{Q,\text{Fluid}}}{U_{\text{Wand}}}$$

offenes Gerinne

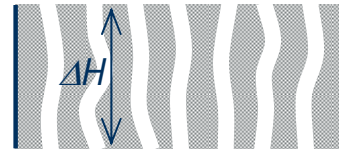


B = Breite

H = Höhe

$$d_h = \frac{4 \cdot B \cdot H}{B + 2H}$$

Kapillarbündel



d_{Kap} = Kapillardurchm.

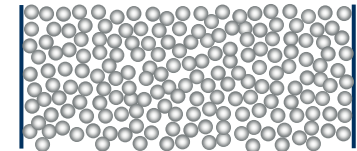
L_{Kap} = Kap.-länge $> \Delta H$

$$d_h = \frac{4 \cdot V_{\text{Kap}}}{S_{\text{Kap}}} = d_{\text{Kap}}$$

gekrümmte
Strömungsbahnen

$$d_h = \frac{4 \cdot V_{\text{Fluid}}}{S_{\text{Wand}}} < \frac{4 \cdot A_{Q,\text{Fluid}}}{U_{\text{Wand}}}$$

Schüttung



ϵ = Porosität

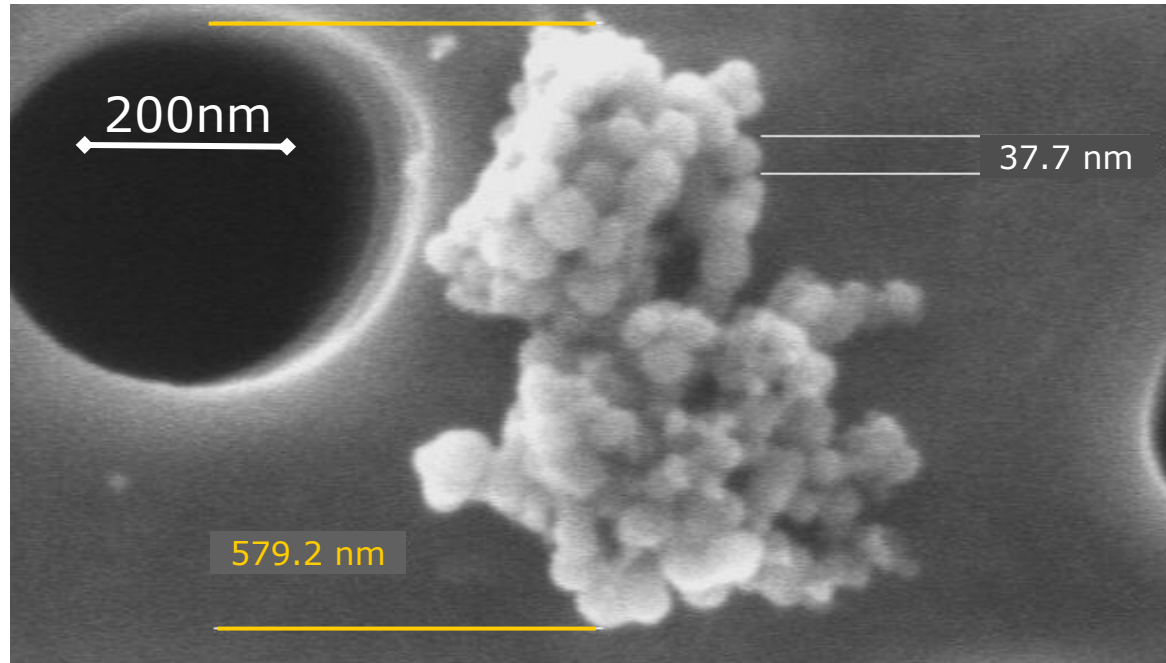
S_V = vol.-spezif. Oberfläche der Partikel

$$d_h = \frac{4\epsilon}{1-\epsilon} \cdot \frac{1}{S_V}$$

Für offene Gerinne wird auch der hydraulische Radius genutzt. **Achtung:** $d_h = 4R_h$ $R_h = \frac{A_{Q,\text{Fluid}}}{U_{\text{Wand}}}$

2. Kennzeichnung disperser Systeme – *Größe und Form von Einzelpartikeln* –

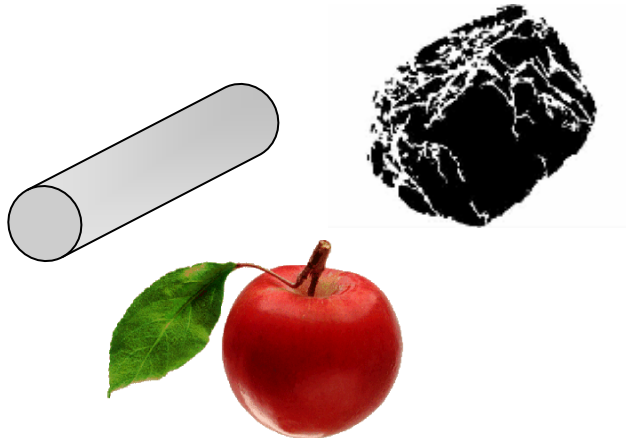
Wie „groß“ ist das abgebildet Rußagglomerat?



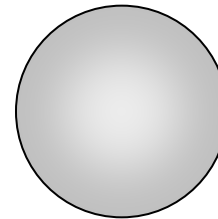
- „Partikelgröße“: mehrere richtige Werte für ein Partikel möglich
- Gegenfrage: wofür wird dieser Wert gebraucht?
(Sinkverhalten, katalytische Aktivität, Farbstärke)

Äquivalentdurchmesser

reale Partikel



Modellpartikel
(Kugel)

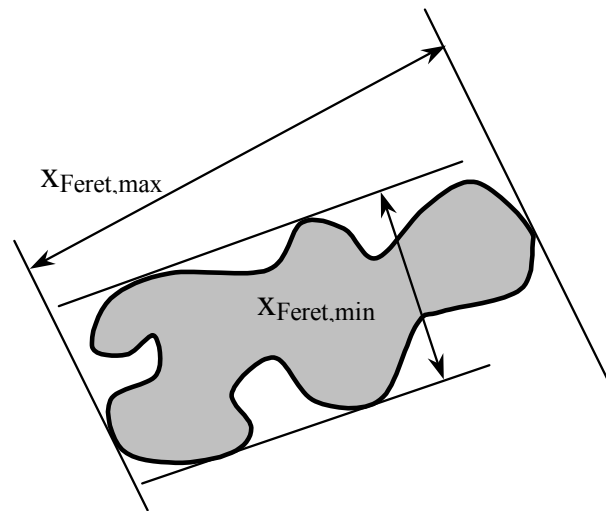


Äquivalentdurchmesser =

Durchmesser einer Kugel die in einem bestimmten geometrischem oder physikalischem Merkmal (z.B. Volumen, Sinkgeschwindigkeit) dem zu beschreibenden Partikel gleicht

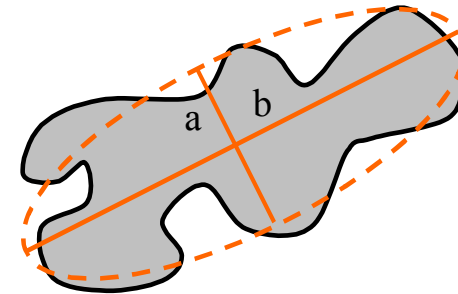
Charakteristische Länge am Projektionsbild

Feret-Durchmesser:



Abstand paralleler Tangenten

Achsen der Legendre-Ellipse:

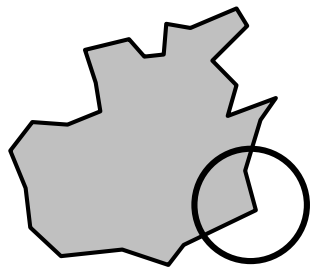


Ellipse mit identischer Projektionsfläche und Trägheitsmoment

Partikelform – Einfluss der Betrachtungsebene

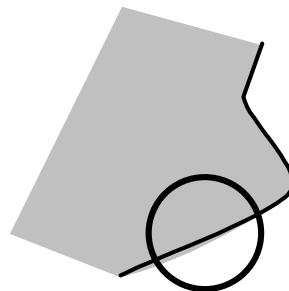
makroskopisch:

Verhältnis der Partikelproportionen
(Kompaktheit)



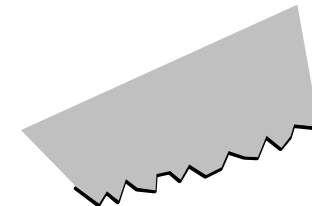
mesoskopisch:

Strukturen nicht sehr viel kleiner als Partikelabmessungen (Rundheit von Ecken, Konkavitäten)



mikroskopisch:

Strukturen, die viel kleiner als Partikelabmessungen (Rauigkeiten)

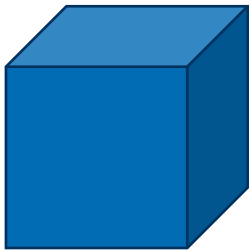


Sphärizität und Zirkularität

Sphärizität (nach Wadell)

$$\Psi = \left(\frac{x_V}{x_S} \right)^2$$

z.B.: Würfel



$$\frac{\pi}{6} x_V^3 = a^3$$

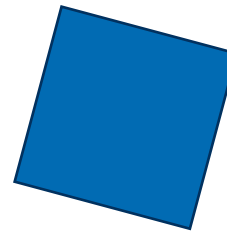
$$\pi x_S^2 = a^2$$

$$\Psi = \left(\frac{\pi}{6} \right)^{\frac{1}{3}} = 81\%$$

Zirkularität

$$C = \frac{x_P}{x_U}$$

z.B.: Quadrat



$$\frac{\pi}{4} x_P^2 = a^2$$

$$\pi x_U = 4a$$

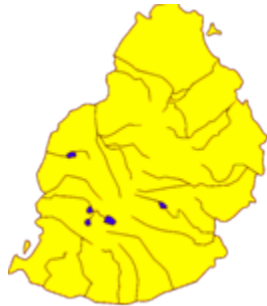
$$C = \left(\frac{\pi}{4} \right)^{\frac{1}{2}} = 89\%$$

Beispiele für Zirkularität

Zirkularität

$$C = \frac{x_P}{x_U} = \sqrt{4 \cdot \pi \cdot A_P / U}$$

Mauritius



Fläche: 2030 km²
Umfang: 177 km
Zirkularität: 0,902

Chile



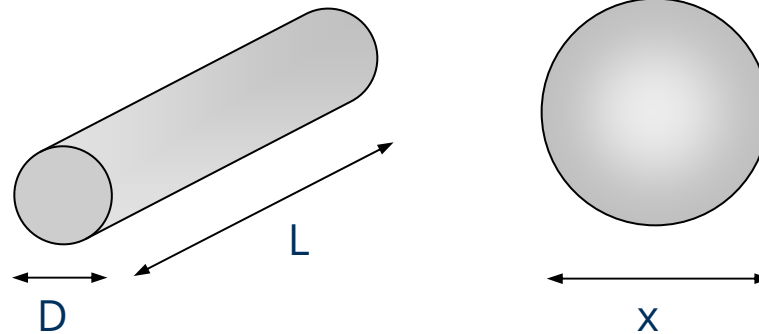
748800 km²
12606 km
0,243

Kanada



9220970 km²
210973 km
0,051

Übung: Äquivalentdurchmesser von Zylindern



räumliche Äquivalenz

$$\begin{aligned} \text{Volumen: } V_{\text{Zyl}} = \frac{\pi}{4} \cdot D^2 L & \stackrel{!}{=} V_{\text{Kugel}} = \frac{\pi}{6} \cdot x^3 & \Rightarrow x_V = \sqrt[3]{\frac{3}{2} \cdot D^2 L} \\ \text{Oberfläche: } S_{\text{Zyl}} = \frac{\pi}{2} D^2 + \pi \cdot DL & \stackrel{!}{=} S_{\text{Kugel}} = \pi \cdot x^2 & \Rightarrow x_S = \end{aligned}$$

Äquivalenz am Projektionsbild (stabilste Lage)

$$\begin{aligned} \text{Projektionsfl.: } A_{\text{Pst,Zyl}} = DL & \stackrel{!}{=} A_{\text{Pst,Kugel}} = \frac{\pi}{4} \cdot x^2 & \Rightarrow x_{\text{Pst}} = \\ \text{Umfang: } U_{\text{Zyl}} = 2 \cdot (D + L) & \stackrel{!}{=} U_{\text{Kugel}} = \pi \cdot x & \Rightarrow x_U = \end{aligned}$$

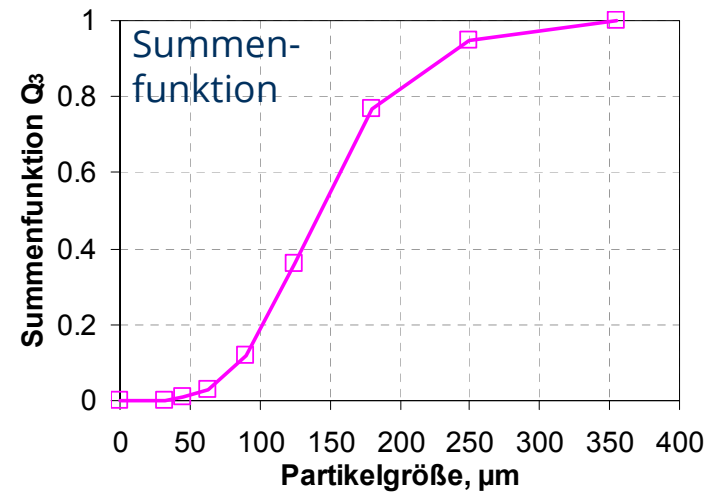
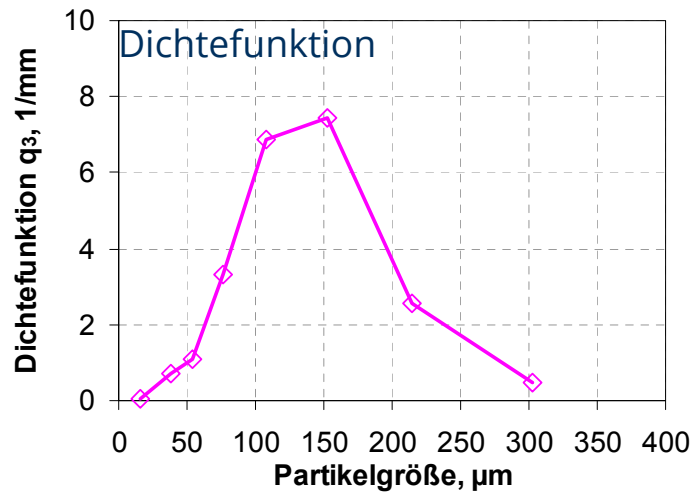
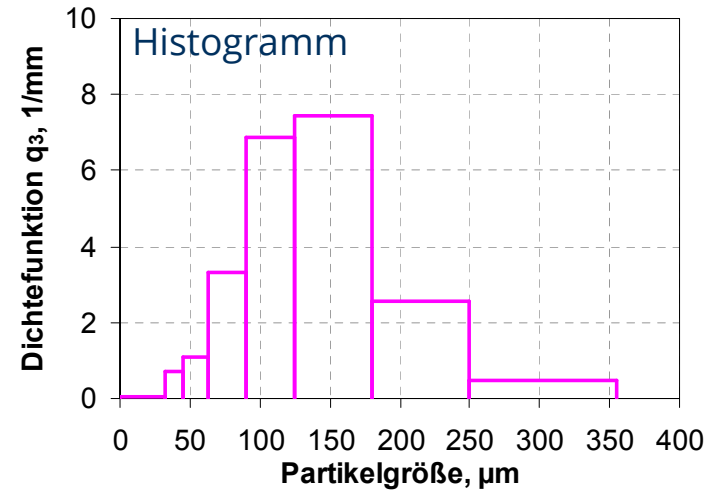
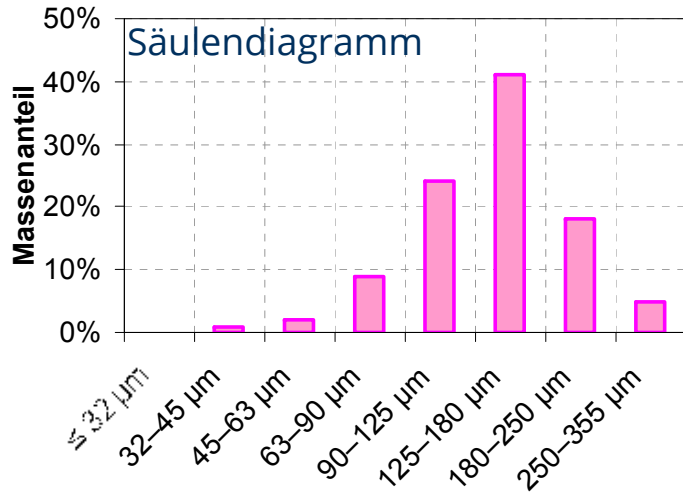
Anregung zum Selbststudium

- Informieren Sie sich über Prinzipien und Techniken zur Messung der (volumenspezifischen) Oberfläche von einzelnen Partikeln oder Partikelsystemen!

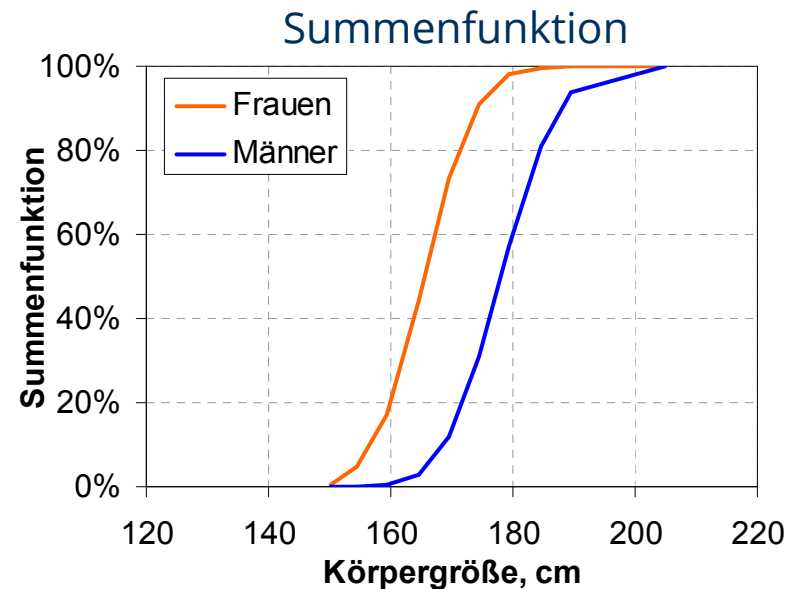
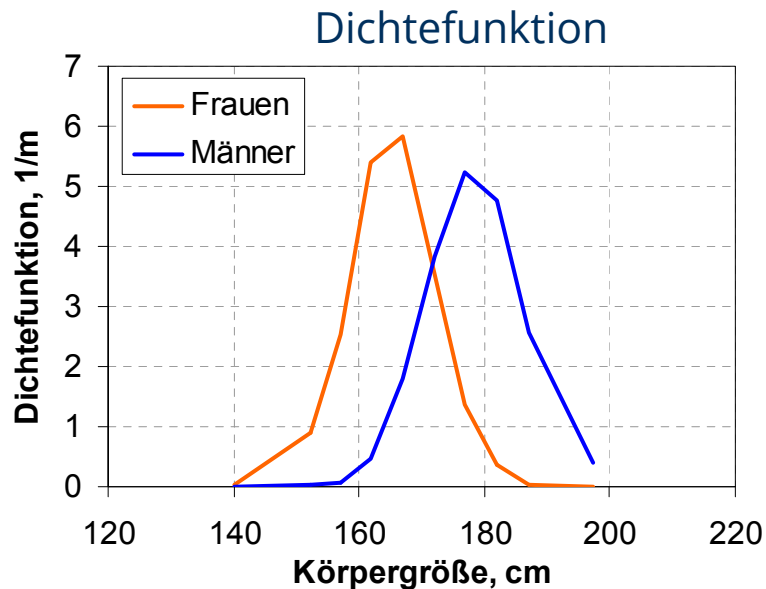
2. Kennzeichnung disperser Systeme

– Verteilung der Partikelgrößen in dispersen Systemen –

Partikelgrößenverteilung - Darstellungsarten

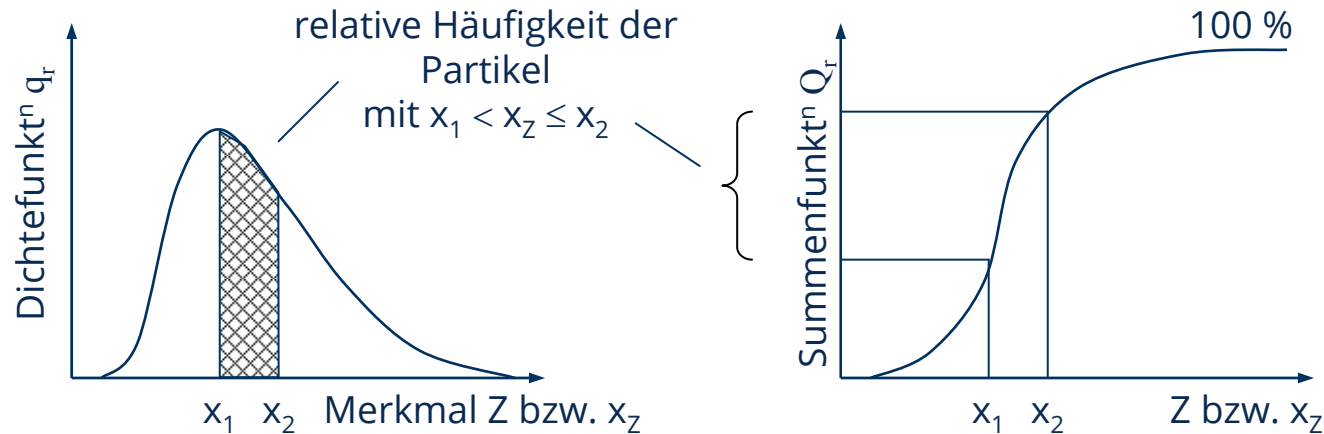


Beispiel: Verteilung der Körpergröße



- Deutschland; ab 18 Jahre; 22.358 Befragte; DIW Berlin, TNS Infratest Sozialforschung;
- erstes Halbjahr 2006

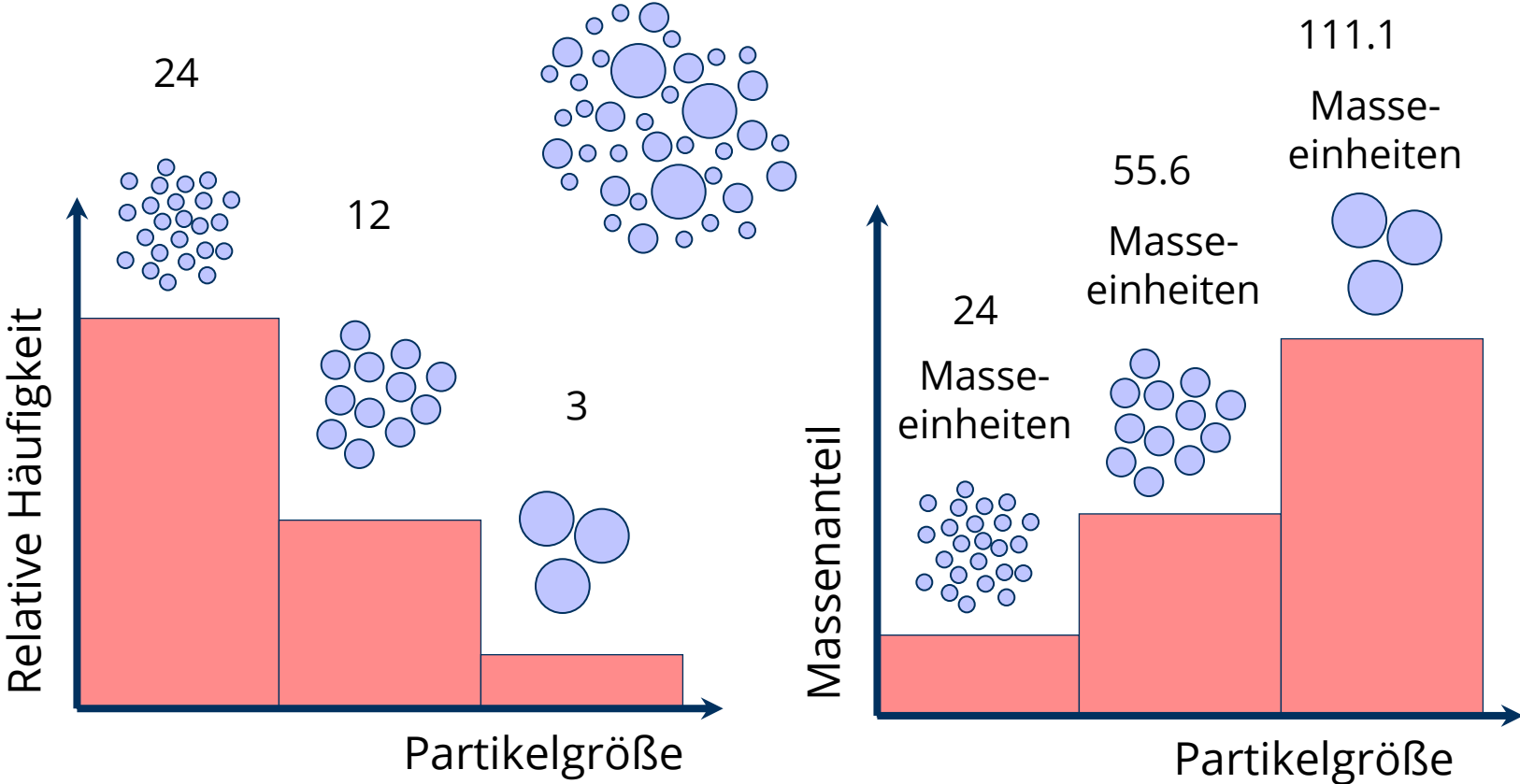
Partikelgrößenverteilung (PGV) – Definition



Definition:
$$Q_r(x) = \frac{\text{Menge der Partikel} \leq x}{\text{Menge aller Partikel}} = \int_{x_{\min}}^x q_r(\xi) d\xi$$

- „relative Häufigkeit“ bezieht sich auf eine kumulierbare Eigenschaft des Partikelsystems (Anzahl, Volumen, Masse, Lichtextinktion, ...)
→ wird charakterisiert durch Mengenartindex „r“

Mengenart



Dichte- und Summenfunktion der PGV

fraktioneller Mengenanteil:
(für Größenklasse k)

$$\Delta Q_{r,k} = \frac{M_{r,k}}{\sum_j M_{r,j}}$$

M_0 ... Anzahl
 M_3 ... Volumen/Masse

Summenfunktion:
(an oberer Klassengrenze x_k)

$$Q_r(x_k) = \sum_{j=1}^k \Delta Q_{r,j}$$

$Q_r(x_0) = 0$ $Q_r(x_N) = 1$

Dichtefunktion:

$$q_r = \frac{dQ_r}{dx}$$
$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} q_r(x) dx = 1$$

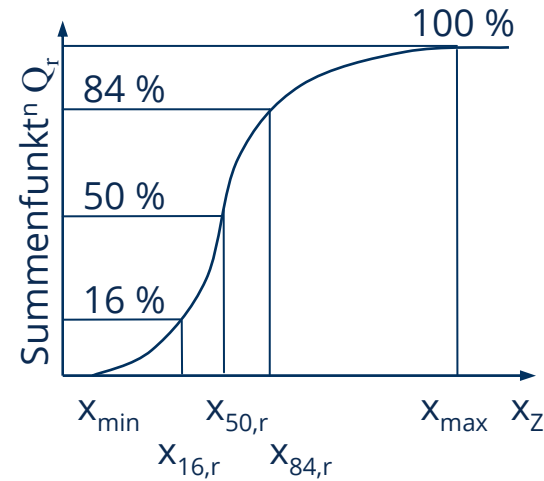
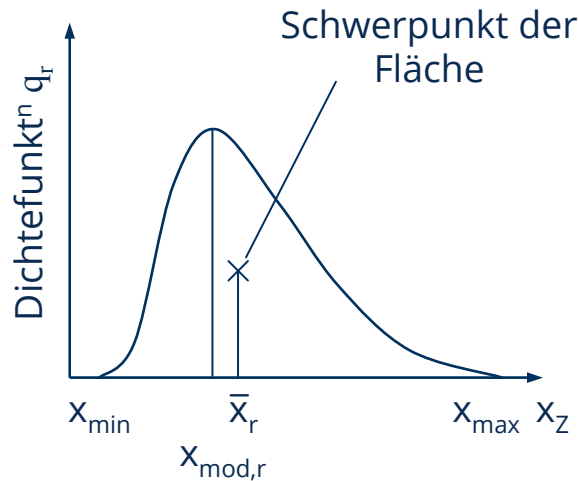
transformierte Dichtefkt.:

$$q_r^* = \frac{dQ_r}{d \ln x} = x \cdot q_r$$
$$\int_{\ln x_{\min}}^{\ln x_{\max}} q_r^*(\xi) d\xi = 1$$

geometr. Reihe von x_k :

$$\bar{q}_{r,k}^* \propto \Delta Q_{r,k}$$

Charakteristische Verteilungsparameter



aus Dichtefunktion:

- Modalwert(e) $x_{\text{mod},r}$
- Mittelwerte
 - arithm.: $\bar{x}_{1,r} = \bar{x}_r = \int x q_r(x) dx$
 - harmon.: $\bar{x}_{-1,r} = 1 / \int x^{-1} q_r(x) dx$
- Standardabw.: $s_r^2 = \int (x - \bar{x}_{1,r})^2 q_r(x) dx$

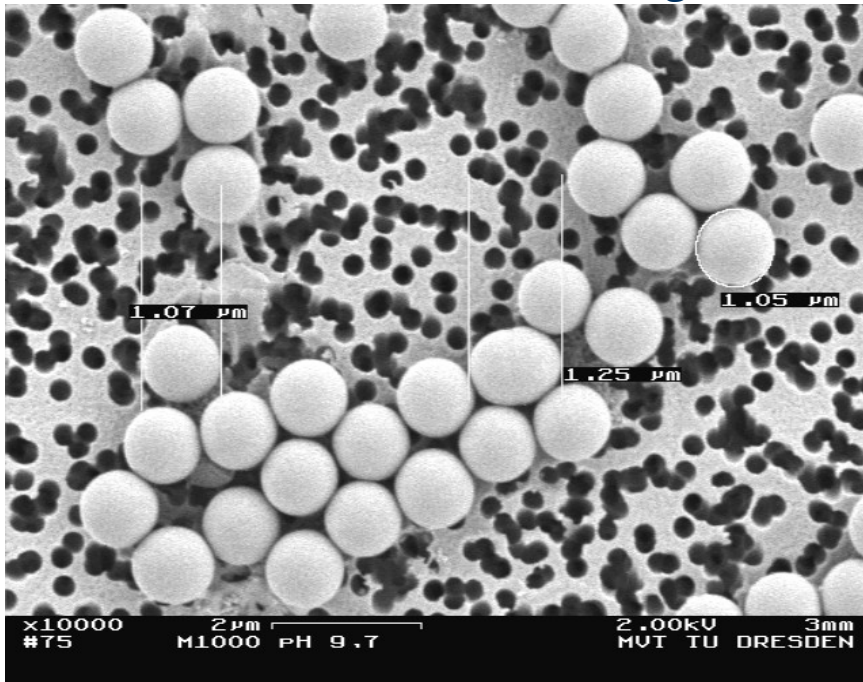
aus Summenfunktion:

- Medianwert $x_{50,r}$
- Quantil-Paare \rightarrow Verteilungsbreite
 - z.B. $x_{16,r}$ & $x_{84,r}$
 - z.B. $x_{10,r}$ & $x_{90,r}$

Enge und breite Größenverteilungen

monodispers

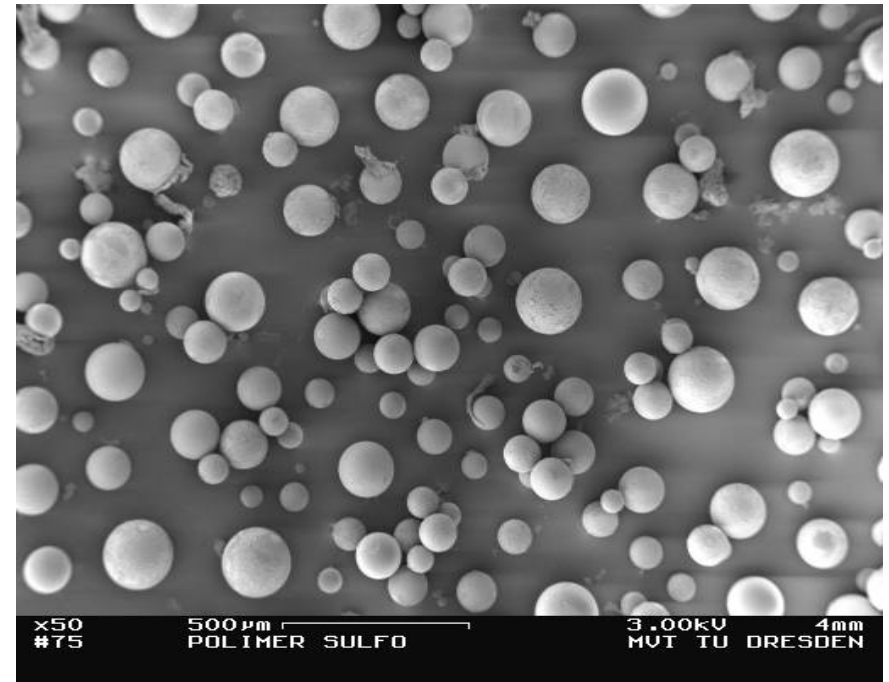
(einheitliche Größe bzw. sehr eng verteilt)



Standardabweichung: $s_r \leq 0.05 \cdot \bar{x}_{1,r}$

polydispers

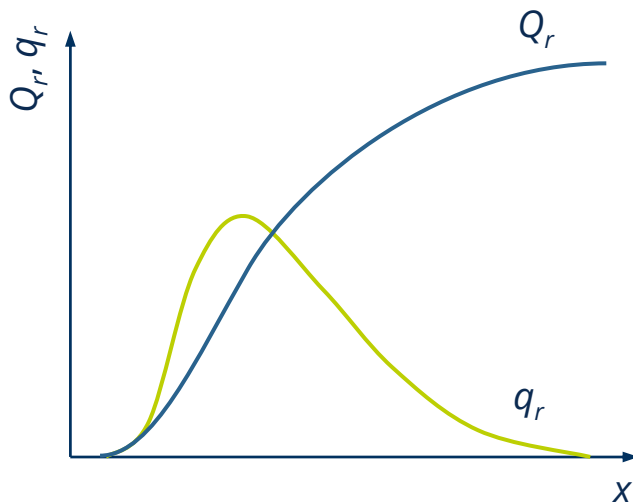
(breit verteilt)



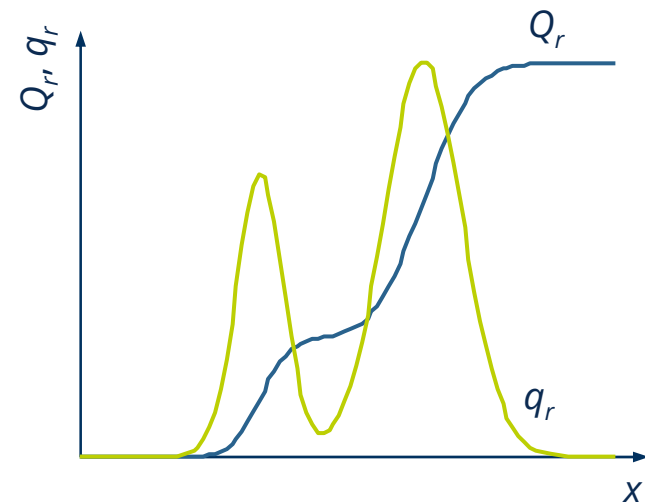
Standardabweichung: $s_r > 0.05 \cdot \bar{x}_{1,r}$

Monomodale und mehrmodale Größenverteilungen

monomodal
(ein Modalwert)



bimodal
(zwei Modalwerte)



- *mehrmodal* (auch: *multimodal*) = mehrere Modalwerte
 - u.a. *trimodal* = drei Modalwerte
- **aufgepasst:** *monomodal* heißt nicht *monodispers*

SAUTER-Durchmesser

Partikelsystem

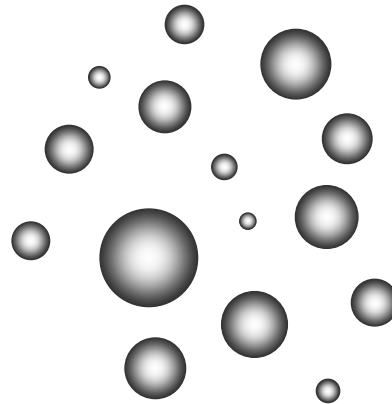


Volumen V_{disp}

Oberfläche S_{disp}

$$\text{vol.-spez. OF } S_V = \frac{S_{\text{disp}}}{V_{\text{disp}}}$$

volumengleiche Kugeln



Volumen V_{disp}

Oberfläche $\Psi \cdot S_{\text{disp}}$

vol.-spez. OF $\Psi \cdot S_V$

Kugel mit x_{ST}



$$x_{\text{ST}} = \frac{\int x_V^3 dQ_0}{\int x_V^2 dQ_0} = \frac{6}{\Psi \cdot S_V}$$

Volumen $\frac{\pi}{6} \cdot x_{\text{ST}}^3$

Oberfläche $\pi \cdot x_{\text{ST}}^2$

vol.-spez. OF $\Psi \cdot S_V = \frac{6}{x_{\text{ST}}}$

Sauter-Durchmesser = spezieller Mittelwert der Partikelgrößenverteilung,
unmittelbar mit der volumenspezifischen Oberfläche verbunden

Statistische Verteilungsfunktionen

Normierte Normalverteilung:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \rightarrow \Phi(x) = \int_{-\infty}^x \varphi(\xi) d\xi$$

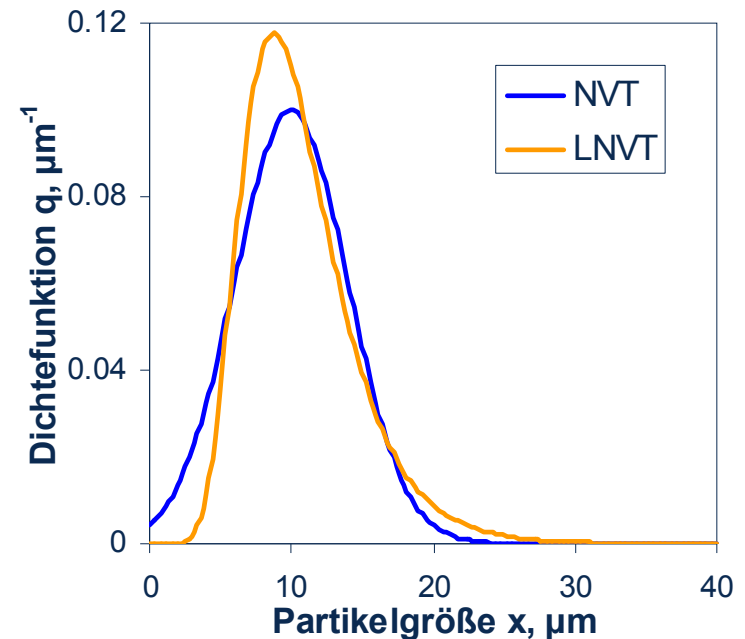
Transformation $Q_r(x) = \Phi(z)$

Normalverteilung (NVT):

$$z = \frac{x - x_{50,r}}{s_r} \rightarrow q_r(x) = \frac{1}{s_r \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

Logarithmische Normalverteilung (LNVT):

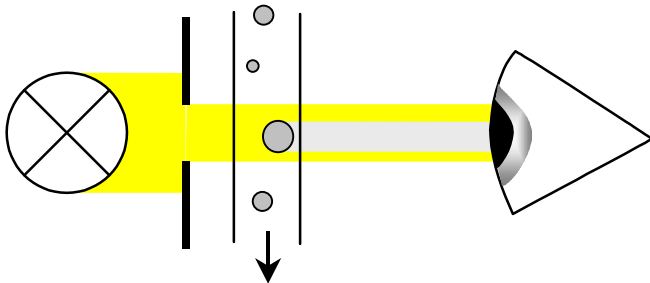
$$z = \frac{1}{\sigma_{\ln}} \ln \frac{x}{x_{50,r}} \rightarrow q_r(x) = \frac{1}{\sigma_{\ln} x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$



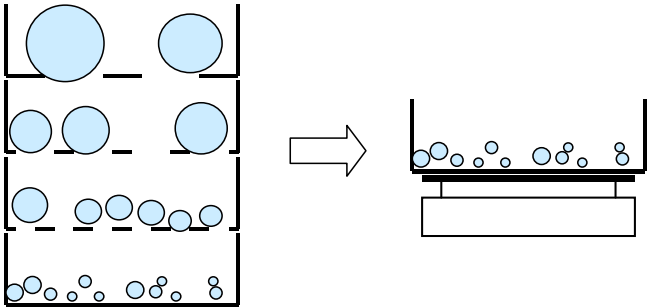
$$x_{50} = 10 \mu\text{m}, s = 4 \mu\text{m}$$

Methoden für die Partikelgrößenanalyse

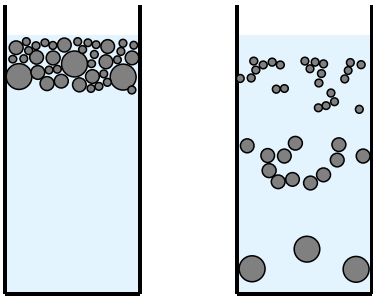
Optischer Partikelzähler



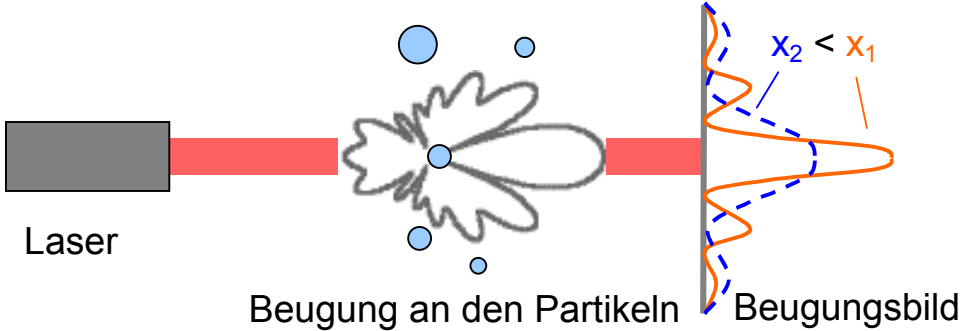
Siebanalyse



Sedimentationsanalyse



Laserbeugungsspektroskopie



2. Kennzeichnung disperser Systeme

– *Literaturverweise* –

Literatur zur Kennzeichnung disperser Systeme

Lehrbücher (auf Deutsch):

- M. Stieß: *Mechanische Verfahrenstechnik - Partikeltechnologie 1*. Springer, **2009**;
[doi:10.1007/978/3-540-32552-9](https://doi.org/10.1007/978/3-540-32552-9)
→ Kap. 2 (S. 9-95)
- H. Schubert (Hrsg.): *Handbuch der Mechanischen Verfahrenstechnik, Bd. 1*. Wiley-VCH, Weinheim, **2003**; [doi:10.1002/3527603352](https://doi.org/10.1002/3527603352)
→ Abschn. 2.1 (S. 7-45)
- M. Zogg: *Einführung in die Mechanische Verfahrenstechnik*. Teubner, Stuttgart, **1987**.
→ Abschn. 1.1-1.3

Monographien (in English):

- T. Allen: *Powder sampling and particle size determination*. Elsevier, Amsterdam, **2003**;
[doi:10.1016/B978-0-444-51564-3.X5000-1](https://doi.org/10.1016/B978-0-444-51564-3.X5000-1)
- H. Merkus: *Particle Size Measurements. Fundamentals, Practice, Quality*. Springer, Dordrecht, 2009; [doi:10.1007/978-1-4020-9016-5](https://doi.org/10.1007/978-1-4020-9016-5)