

# SVT - Übung 3

## Aufgabe - Optimierung einer Polykondensationsstufe

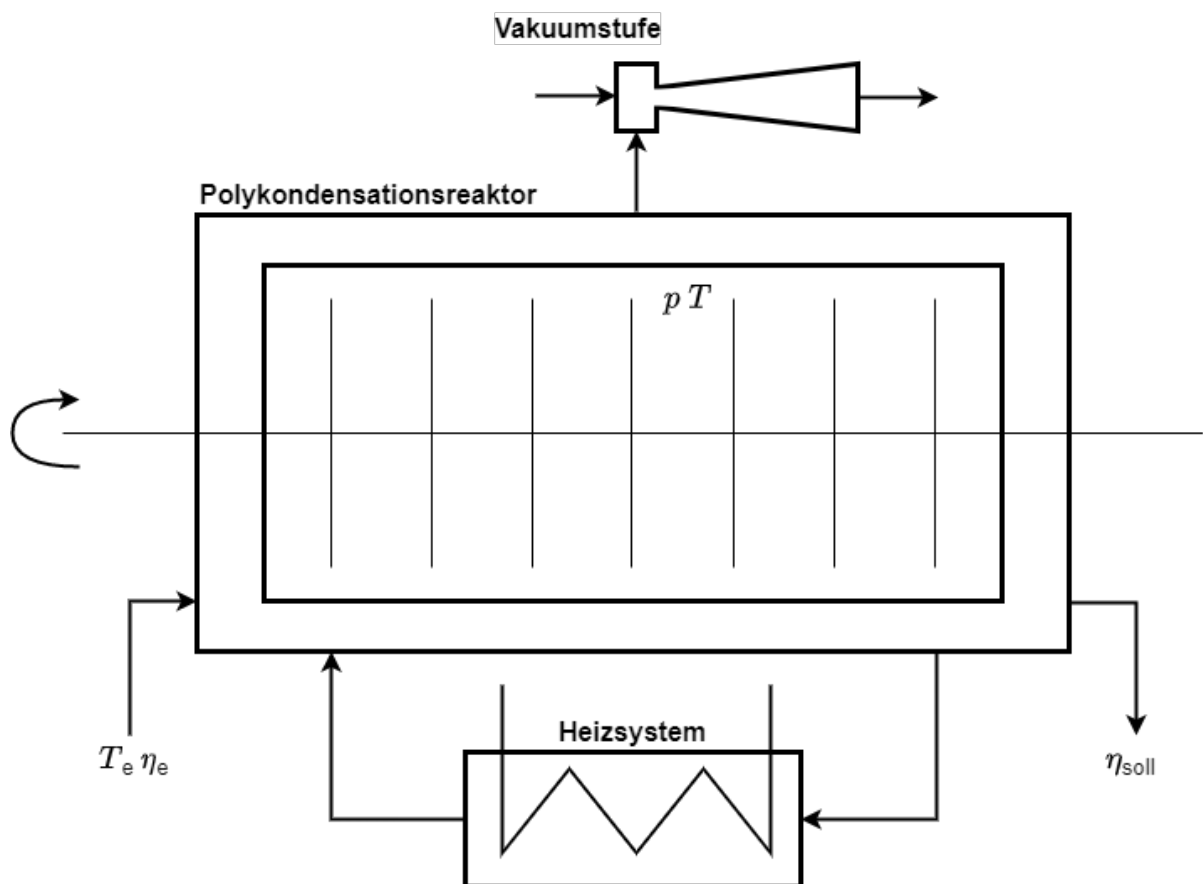


Abb. 1: Prozessschema der Polykondensationsstufe

In der Abbildung ist eine Polykondensationsstufe in einem Verfahren zur Herstellung von Polyesterseide dargestellt. Für die Verfahrensstufe ist der Arbeitspunkt so zu bestimmen, dass die spezifischen Betriebskosten minimiert werden. Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass die Verfahrensstufe mit konstantem Durchsatz betrieben wird. Die Eingangsviskosität und die Drehzahl des Rührwerks sind ebenfalls konstant. Aus wirtschaftlicher Sicht wurde das durch die folgende Funktion zu beschreibende Modell für die auf die Zeit bezogenen Betriebskosten ermittelt:

$$K = k_1 (T - T_e) + k_2 \frac{p_0}{p} \quad (1)$$

$T_e$	Eintrittstemperatur der Schmelze in die Polykondensationsstufe
$T$	Temperatur im Reaktor
$p$	Druck im Reaktor
$p_0$	Unterer Grenzwert für den Druck im Reaktor
$k_1, k_2$	Spezifische Betriebskosten für das Heizsystem und die Vakuumstufe

Durch experimentelle Prozessanalyse wurde ein empirisch-statistisches Prozessmodell für ein Maß für den Polykondensationsgrad  $\eta$  ermittelt, das unter den beschriebenen Prozessbedingungen die folgende Form annimmt:

$$\eta_a = a_0 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 p \quad (2)$$

Das Optimierungsproblem ist unter Berücksichtigung der folgenden Nebenbedingungen zu lösen:

$$\begin{aligned} \eta_a &= \eta_{\text{soll}} \\ p &> p_0 \\ T &< T_{\text{Grenz}} \end{aligned} \quad (3)$$

Die Nebenbedingungen können entweder in die Zielfunktion eingesetzt oder nach der graphischen Analyse des Problems vernachlässigt werden. Es sind folgende Teilaufgaben zu lösen:

- Implementieren Sie Funktionen für Zielfunktion in Matlab.
- Analysieren Sie das Optimierungsproblem graphisch, wobei Sie zunächst den Lösungsraum und die Zielfunktion graphisch darstellen und dann die Lösung visuell finden. Bitte beachten Sie, dass die Zielfunktion ohne vorherigen Vereinfachungen bzw. Reduzierung der Dimension eine dritte Dimension ist und deshalb eine passende Matlab-Plot-Funktion zu verwenden ist (s. LiveScripts der Vorlesungen)
- Das Optimierungsproblem ist zu vereinfachen mit dem Ziel, die anstelle von dem zweidimensionalen Problem, ein eindimensionales Optimierungsproblem zu lösen. Visualisieren Sie die erworbene eindimensionale Zielfunktion! Spielen die Temperatur- und Druckgrenzen nun eine Rolle für die Einschränkung des Lösungsraums? Für weitere Schritte verwenden Sie nun die neue Problemstellung.
- Implementieren Sie die Rastersuche und berechnen Sie damit ein Optimum!
- Implementieren Sie das Gauss-Seidel-Verfahren und berechnen Sie damit ein Optimum!
- Implementieren Sie die Methode des steilsten Abstiegs (engl.: Steepest Decent) und berechnen Sie ein Optimum!
- (Zusatz) Vergleichen Sie alle implementierten Optimierungsverfahren in Hinsicht auf Rechenaufwand und Konvergenz! Welches Suchverfahren passt Ihrer Meinung nach am Besten für das Lösen des gegebenen Optimierungsproblems? Warum?
- (Zusatz) Lösen Sie das Optimierungsproblem mit Hilfe des in MATLAB verfügbaren Optimierers `fmincon()`!

Tab. 1: Problemparameter

Parameter	Wert	Maßeinheit
$k_1$	1,3	$\text{€ h}^{-1} \text{K}^{-1}$
$k_2$	52	$\text{€ h}^{-1}$
$\rho_0$	150	Pa
$T_{\text{Grenz}}$	290	$^{\circ}\text{C}$
$a_0$	-55,286	-
$a_1$	0,4026	$^{\circ}\text{C}^{-1}$
$a_2$	$-7,221 \times 10^{-4}$	$^{\circ}\text{C}^{-2}$
$a_3$	$-7,084 \times 10^{-4}$	Pa
$T_e$	270	$^{\circ}\text{C}$
$\eta_{\text{soll}}$	0,63	-