

Kurzanleitung zur Bearbeitung der Übungsaufgabe Ü2 „Berechnung Schubfeldvorbau Reisezugwagen“

1. Ausgangslage (Aufgabenstellung S. 1 & 2)

- Ziel: Nachrechnung des Hauptquerträgers aus Stahl für außergewöhnlichen Lastfall 1000 kN Längsdruckfestigkeit
- Gegeben:
 - Vorbauzeichnung mit Abmessungen und statischen Werten der Tragelemente
 - Diverse Hinweise auf Vereinfachungen u.a. zur Nutzung der Theorie der Schubfeldberechnung
 - Lastannahme 1000 kN an beiden Puffern
= Druckkraft auf Puffer- und/oder Kupplungsbefestigung für Kategorie P-I nach Tabelle 2 DIN EN 12663-1 (2015-03)
- Gesucht:
 1. Berechnungsmodell inkl. statische Unbestimmtheit
 2. Schnittgrößen an allen relevanten Stellen nach dem Kraftgrößenverfahren
 3. Festig-/Steifigkeitsnachweis für das am höchsten belastete Schubfeld

2. Lösung Teilaufgabe 1: Ersatzmodell inkl. stat. Unbestimmtheit

- Entwicklung Ersatzmodell Schritt 1
 - 2 x 3 Schubfelder!
 - Vereinfachung zu rechteckigen Schubfeldern

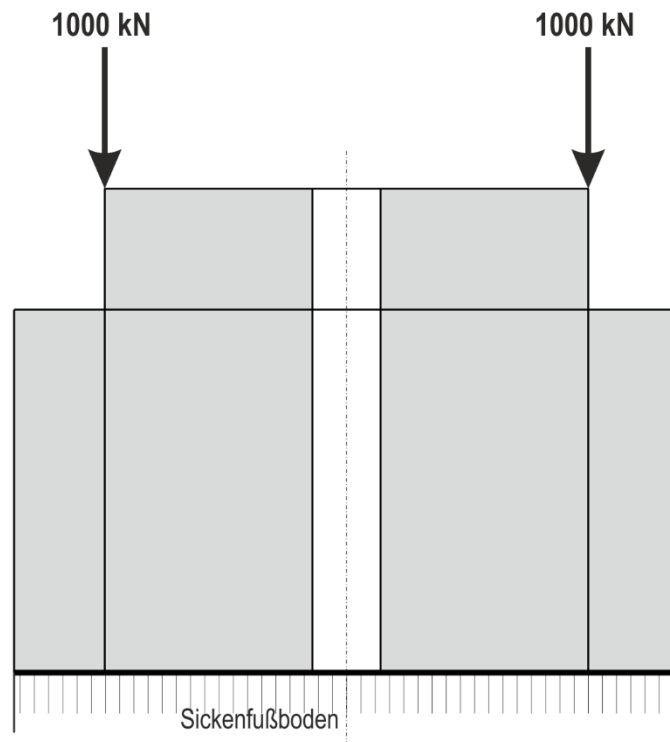


Abbildung 1: Ersatzmodell gesamt

- Entwicklung Ersatzmodell Schritt 2
 - Vereinfachungen a., c. und d. der Aufgabenstellung → Schubfeldberechnung **(!!Achtung: Querkräfte im Hauptquerträger sind zu berücksichtigen!!)**
 - Beachtung Anbindung Hauptquerträger (biegesteif)!
 - Antragen Auflagerreaktionen
 - Kraft in Außenlangträger = Tragelement ⑩
 - Streckenkraft für Sickenfußboden
 - Vorbereitung / Vereinfachungen für Bestimmung statische Unsymmetrie
 - Äußere Lagerung statisch bestimmt = 1x Los- & 1x Festlager
 - Schubfelder = Diagonalstrebe

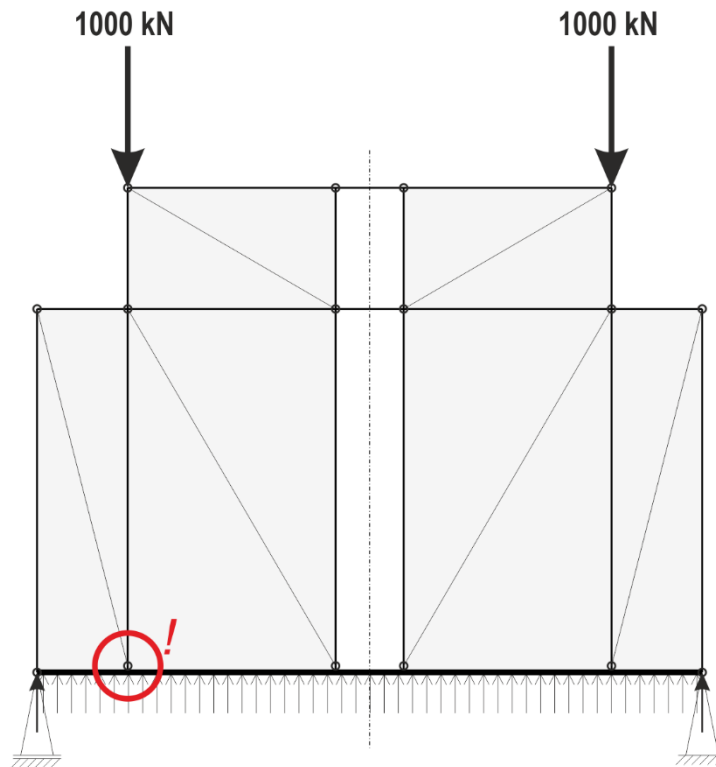


Abbildung 2: Ersatzmodell gesamt, vorbereitet für statische Unsymmetrie

- Bestimmung statische Unsymmetrie
 - $u = t + V - 3 \cdot p$
 - t - Anzahl Stützstäbe, Stützreaktionen (Auflager)
 - V - Anzahl Verbindungsstäbe, Verbindungskräfte
→ Gelenke: $2 \cdot (\text{Stabanzahl} - 1)$
 - p - Anzahl Stäbe, Scheiben
 - $u = 3 + 76 - 3 \cdot 25 = 79 - 75 = \underline{4}$
→ gesamter Vorbau: 4fach statisch unbestimmt!
 - Nutzung Symmetrie
→ gesamter Vorbau 2fach statisch unbestimmt?

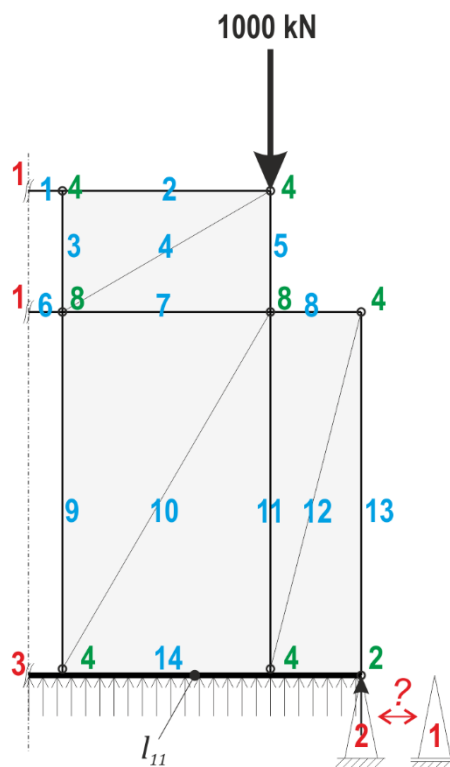


Abbildung 3: Ersatzmodell halber Vorbau, Bestimmung statische Unsymmetrie

- Festlager: $u = 7 + 38 - 3 \cdot 14 = 45 - 42 = 3 \leftarrow$
- Loslager: $u = 6 + 38 - 3 \cdot 14 = 44 - 42 = 2$
- sicherheitshalber: halber Vorbau: **3fach statisch unbestimmt!**

3. Lösung Teilaufgabe 2: Schnittgrößen an allen relevanten Stellen nach dem Kraftgrößenverfahren

3.1 Auflagerreaktionen?

- Darstellung der Auflagerreaktionen am Hauptquerträger als:
 - Kraft in Außenlangträger = Tragelement ⑩ → Kraft $F_L = ?$
 - Streckenkraft für Sickenfußboden → Streckenkraft $q_S = ?$

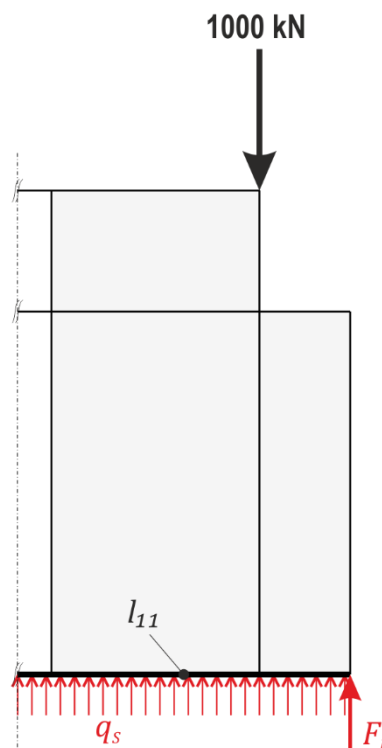


Abbildung 4: Umwandlung der Auflagerreaktionen

- Vereinfachung Aufgabenstellung b. → $\frac{F_L}{(F_L + q_S \cdot l_{11})} = \frac{A_L}{A_L + A_S}$
- 3. Newtonsches Axiom (Actio = Reactio): → $1000 \text{ kN} = F_L + q_S \cdot l_{11}$
- Ergebnis:
 - $F_L = 506,80 \text{ kN}$
 - $q_S = 349,81 \text{ kN/m}$

3.2 Anwendung Kraftgrößenverfahren (s. Blatt Vorgehensweise Kraftgr...)

1. **Ermittlung statische Bestimmtheit** (s. Teilaufgabe 1)

2. **Herstellung statisch bestimmtes Grundsystem**

- 3fach statisch unbestimmt = 3 Kraftgrößen entfernen!
- Ersatzsystem:
 - aufschneiden (Schnitte)
 - Gelenke einführen
 - Auflagerkräfte entfernen
- Erfahrung!
- Ü2: 3 Schnitte

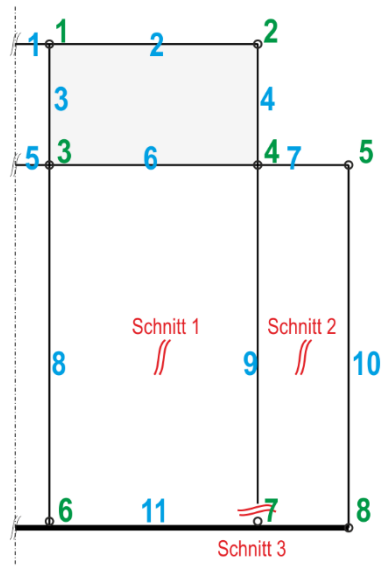


Abbildung 5: Statisch bestimmtes Grundsystem

- Schnitt 1: Schubfeld 2 herausgeschnitten
→ eine Kraftwirkung Schubfluss entfernt
- Schnitt 2: Schubfeld 3 herausgeschnitten
→ eine Kraftwirkung Schubfluss entfernt
- Schnitt 3: Stab 9 kurz oberhalb (am) Knoten 7 geschnitten
eine Längskraft entfernt
- → statisch bestimmtes Grundsystem!

3. **Berechnung Beanspruchungsverläufe 0-System**

→ Schnittgrößenverläufe im statisch bestimmten Grundsystem unter Wirkung der äußeren Lasten (1000 kN, F_L , q_s) ermitteln = **0-System**

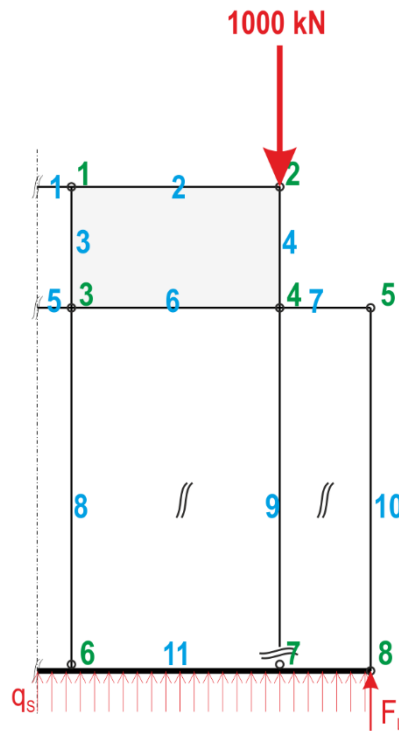


Abbildung 6: 0-System (= statisch bestimmtes Grundsystem mit äußeren Lasten)

- qualitativ → Blatt 3 der Aufgabenstellung = Arbeitsblatt 2 (0-System: links oben)
 - Verläufe alle Längskräfte in Stäben und Hauptquerträger
 - Verläufe alle Querkräfte im Hauptquerträger
 - Richtungspfeile aller Schubflüsse in den Schubfeldern
 - Beginn: Längskraft in Stab 4
- quantitativ → Blatt 4 der Aufgabenstellung = Arbeitsblatt 3 (0-System: oberste Zeile in Quadraten)
 - alle ermittelten Längskräfte in Stäben und Hauptquerträger, Querkräfte im Hauptquerträger, Schubflüsse in den Schubfeldern als Werte in kN bzw. kN/m
 - Ausgangspunkt: $q = F_s/l$

- **2-System:** Belastung: Schubfluss Feld 3: $q_3 = 1 \text{ kN/m}$

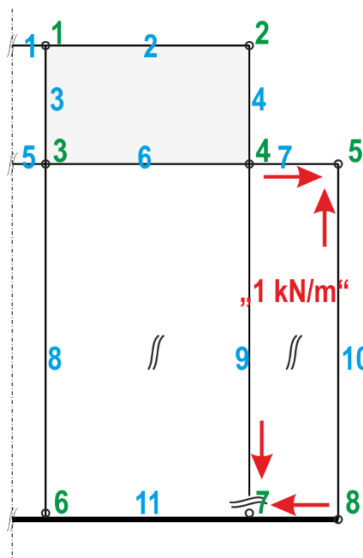


Abbildung 8: 2-System (= statisch bestimmtes Grundsystem mit virtueller Last Schubfluss Feld 3)

- qualitativ → Arbeitsblatt 2, links unten
 - Beginn: Längskraft in Stab 9
- quantitativ → Arbeitsblatt 3, 3. Zeile in Quadraten
- **3-System:** Belastung: Längskraft in Stab 9 kurz oberhalb Knoten 7: $F_{9-7} = 1 \text{ kN}$

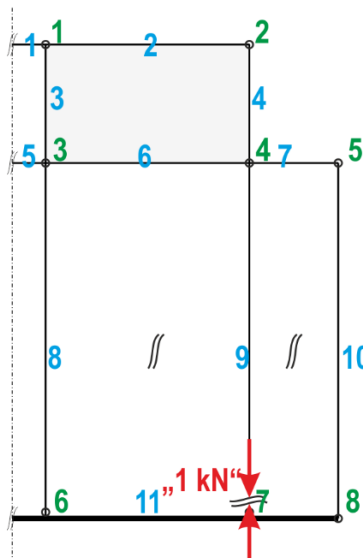


Abbildung 9: 3-System (= statisch bestimmtes Grundsystem mit virtueller Last Längskraft in Stab 9 an Knoten 7)

- qualitativ → Arbeitsblatt 2, rechts unten
 - Beginn: Längskraft in Stab 9
- quantitativ → Arbeitsblatt 3, 4. Zeile in Quadraten

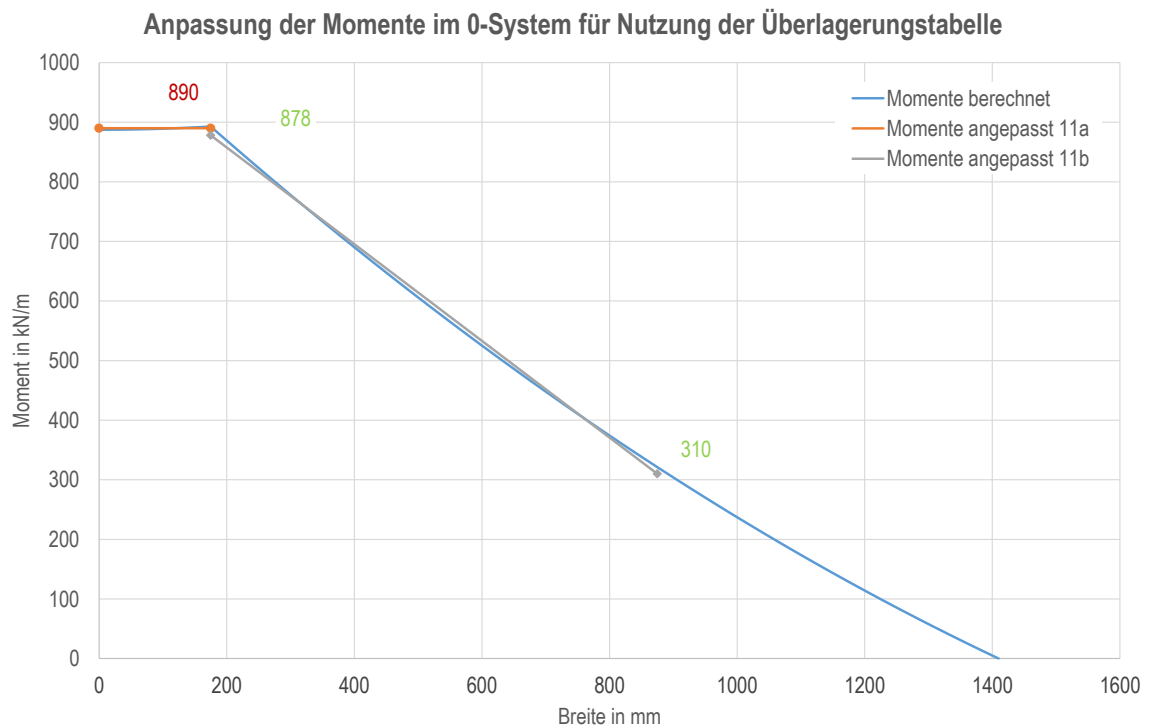


Abbildung 11: Anpassung der Momente im 0-System

5. Gesamtverrückungswerte berechnen

Überlagerung der Einzelsysteme

- mechanische Abarbeitung mit Nutzung der Überlagerungstabelle (Aufgabenstellung S. 8)
- Gleichungssystem:

$$0 = \delta_{10} + X_1 \cdot \delta_{11} + X_2 \cdot \delta_{12} + X_3 \cdot \delta_{13}$$

$$0 = \delta_{20} + X_1 \cdot \delta_{21} + X_2 \cdot \delta_{22} + X_3 \cdot \delta_{23}$$

$$0 = \delta_{30} + X_1 \cdot \delta_{31} + X_2 \cdot \delta_{32} + X_3 \cdot \delta_{33}$$
- benötigte Verrückungen: $\delta_{10}, \delta_{20}, \delta_{30}, \delta_{11}, \delta_{12} = \delta_{21}, \delta_{13} = \delta_{31}, \delta_{22}, \delta_{23} = \delta_{32}, \delta_{33}$
- Berechnung δ_{10}
 - δ_{10} (= δ_{01}): Überlagerung 0-System mit 1-System
 - alle **Längskräfte**, **Querkkräfte**, **Momente**, **Schubflüsse** aller Elemente überlagern!
 - $$\delta_{ik} = \sum \frac{1}{E \cdot A} \int_0^l F_{Li} \cdot F_{Lk} \cdot dl + \sum \frac{\chi}{G \cdot A} \int_0^l F_{Qi} \cdot F_{Qk} \cdot dl + \sum \frac{1}{E \cdot I} \int_0^l M_i \cdot M_k \cdot dl + \sum \int_0^a \int_0^b \frac{q_i \cdot q_k}{G \cdot S} \cdot da \cdot db$$
 - Nutzung Berechnungstabelle

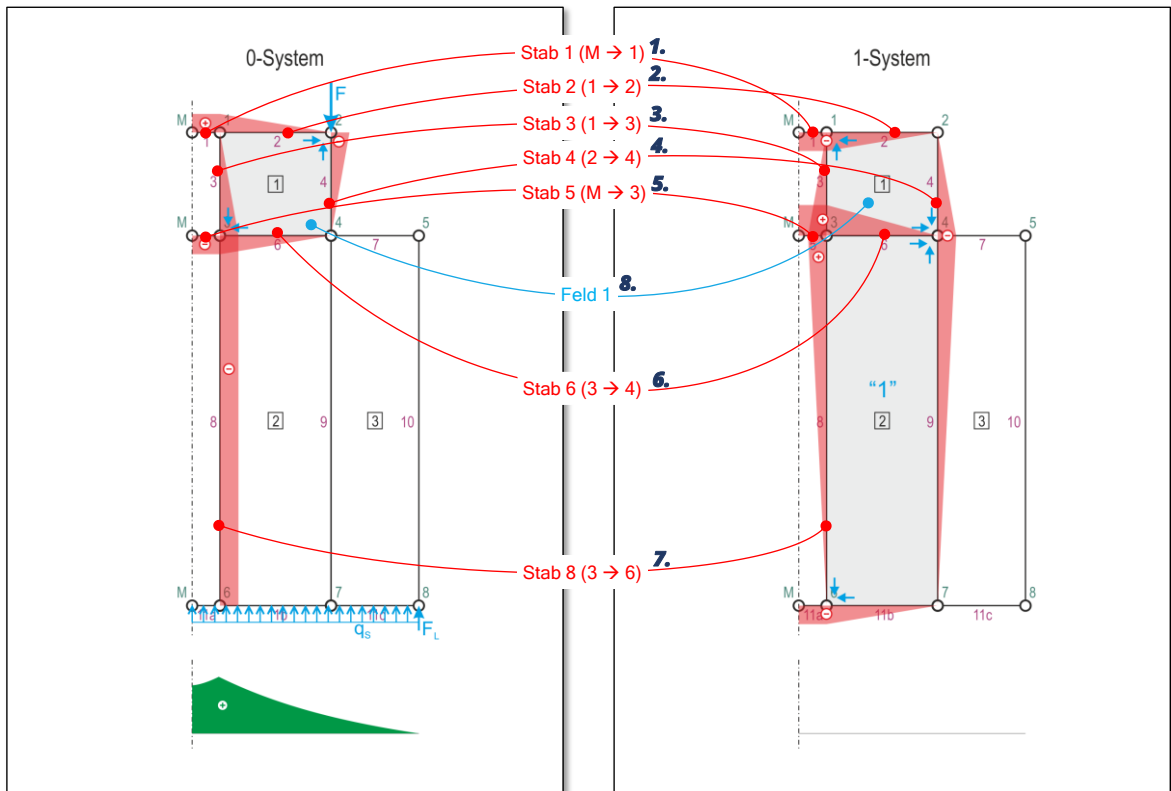


Abbildung 12: Für Verrückung δ_{10} zu überlagernde Schnittgrößen

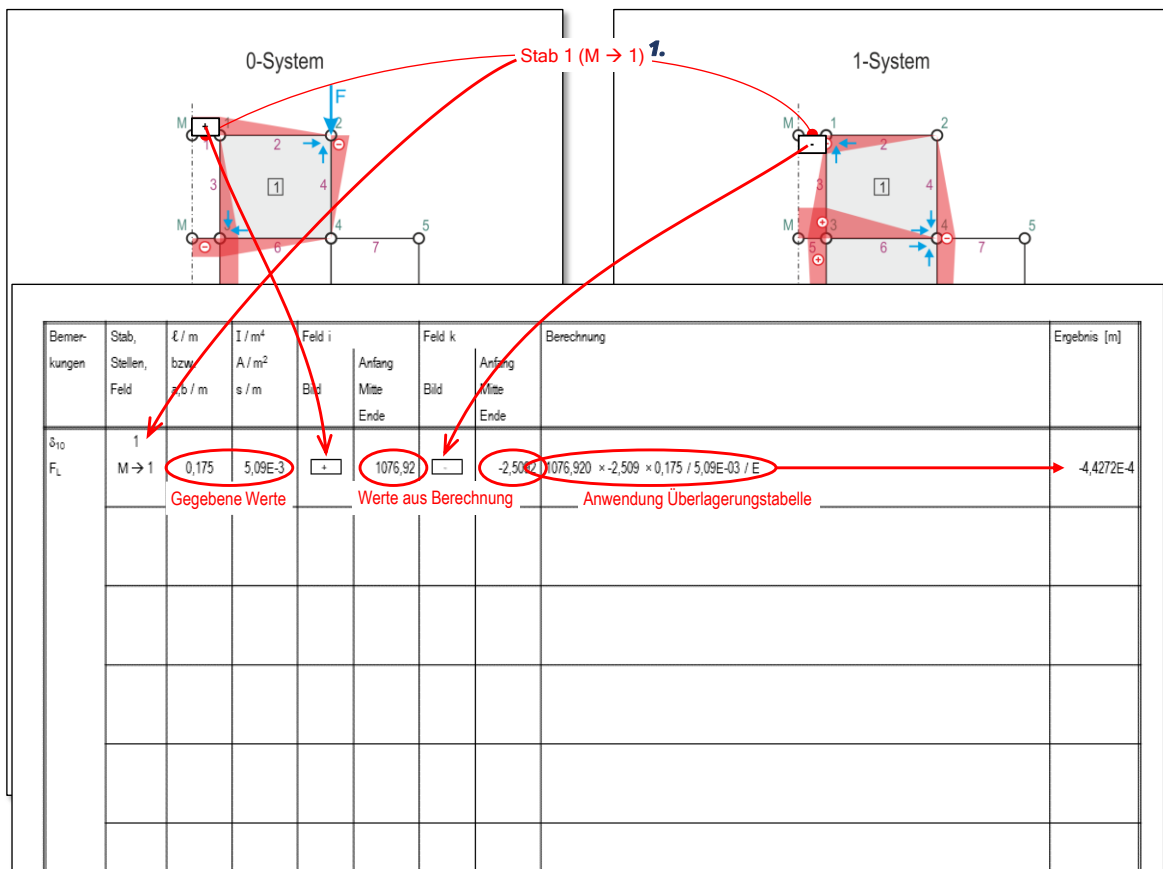


Abbildung 13: Eintragung Verrückung δ_{10} : Längskraft im Stab 1 in Berechnungstabelle

Bemerkungen	Stab, Stellen, Feld	ℓ / m bzw. a, b / m	I / m ⁴ A / m ² s / m	Feld i		Feld k		Berechnung	Ergebnis [m]
				Bild	Anfang Mitte Ende	Bild	Anfang Mitte Ende		
δ ₁₀ F _L	1 M → 1	0,175	5,09E-3		1076,92		-2,5092	1076,920 × -2,509 × 0,175 / 5,09E-03 / E	-4,4272E-4
	2 1 → 2	0,7	4,38E-3		1076,92 0		-2,5092 0	1076,920 × -2,509 × 0,700 / 3 / 4,38E-03 / E	-6,8580E-4
	3 1 → 3	0,65	5,86E-3		0 -1000		0 2,33	-1000,000 × 2,330 × 0,650 / 3 / 5,86E-03 / E	-4,1051E-4
	4 2 → 4	0,65	8,07E-3		-1000 0		0 -2,33	-1000,000 × -2,330 × 0,650 / 6 / 8,07E-03 / E	1,4894E-4
	5 M → 3	0,175	3,34E-3		-1076,9		3,2092	-1076,920 × 3,209 × 0,175 / 3,34E-03 / E	-8,6126E-4
	6 3 → 4	0,7	3,65E-3		-1076,9 0		3,2092 0	-1076,920 × 3,209 × 0,700 / 3 / 3,65E-03 / E	-1,0529E-3
	8 3 → 6	2,33	2,55E-3		-1000		2,33 0	-1000,000 × 2,330 × 2,330 / 2 / 2,55E-03 / E	-5,0659E-3
	Schub	1 0,65 0,70	6,00E-3	-	1538,46	-	-3,5846	1538,460 × -3,585 × 0,650 × 0,700 / 6,00E-03 / G	-5,2269E-3
Summe								-1,3597E-2	

Abbildung 14: Berechnungstabelle Verrückung δ₁₀

- Ergebnisse der Berechnung der Verrückungen

δ ₁₀	-1,3597 · 10 ⁻²
δ ₂₀	4,0735 · 10 ⁻²
δ ₃₀	1,2221 · 10 ⁻²
δ ₁₁	4,4353 · 10 ⁻⁵
δ ₂₂	1,4011 · 10 ⁻⁴
δ ₃₃	1,4513 · 10 ⁻⁵
δ ₁₂ = δ ₂₁	-3,7525 · 10 ⁻⁵
δ ₁₃ = δ ₃₁	-1,7966 · 10 ⁻⁵
δ ₂₃ = δ ₃₂	3,6289 · 10 ⁻⁵

- **Ansatz Kompatibilitätstabelle zur Berechnung der Vervielfachungsfaktoren**

- Lösung Gleichungssystem

$$0 = \delta_{10} + X_1 \cdot \delta_{11} + X_2 \cdot \delta_{12} + X_3 \cdot \delta_{13}$$

$$0 = \delta_{20} + X_1 \cdot \delta_{21} + X_2 \cdot \delta_{22} + X_3 \cdot \delta_{23}$$

$$0 = \delta_{30} + X_1 \cdot \delta_{31} + X_2 \cdot \delta_{32} + X_3 \cdot \delta_{33}$$

$$0 = (-1,3597 \cdot 10^{-2}) + X_1 \cdot 4,4353 \cdot 10^{-5} + X_2 \cdot (-3,7525 \cdot 10^{-5}) + X_3 \cdot (-1,7966 \cdot 10^{-5})$$

$$0 = 4,0735 \cdot 10^{-2} + X_1 \cdot (-3,7525 \cdot 10^{-5}) + X_2 \cdot 1,4011 \cdot 10^{-4} + X_3 \cdot 3,6289 \cdot 10^{-5}$$

$$0 = 1,2221 \cdot 10^{-2} + X_1 \cdot (-1,7966 \cdot 10^{-5}) + X_2 \cdot 3,6289 \cdot 10^{-5} + X_3 \cdot 1,4513 \cdot 10^{-5}$$

- Vergrößerungsfaktoren:

$$X_1 = 0,18$$

$$X_2 = -206,48$$

$$X_3 = -325,19$$

- **Berechnung der tatsächlichen Beanspruchungsverläufe**

Nutzung der Vergrößerungsfaktoren

- Allgemeine Gleichung

$$B = B_{0\text{-system}} + X_1 \cdot B_{1\text{-system}} + X_2 \cdot B_{2\text{-system}} + X_3 \cdot B_{3\text{-system}}$$

- B – Belastung: Kraft, Moment, Schubfluss

- Bsp. Schubfluss Feld 1:

$$q_I = [1538,46 + 0,18 \cdot (-3,5846) + (-206,48) \cdot 3,5846 + (-325,10) \cdot 1,5385] \text{ kN/m}$$

$$q_I = 297,481 \text{ kN/m}$$

- tatsächliche Schnittgrößen nach Kraftgrößenverfahren: s. Abbildung 15

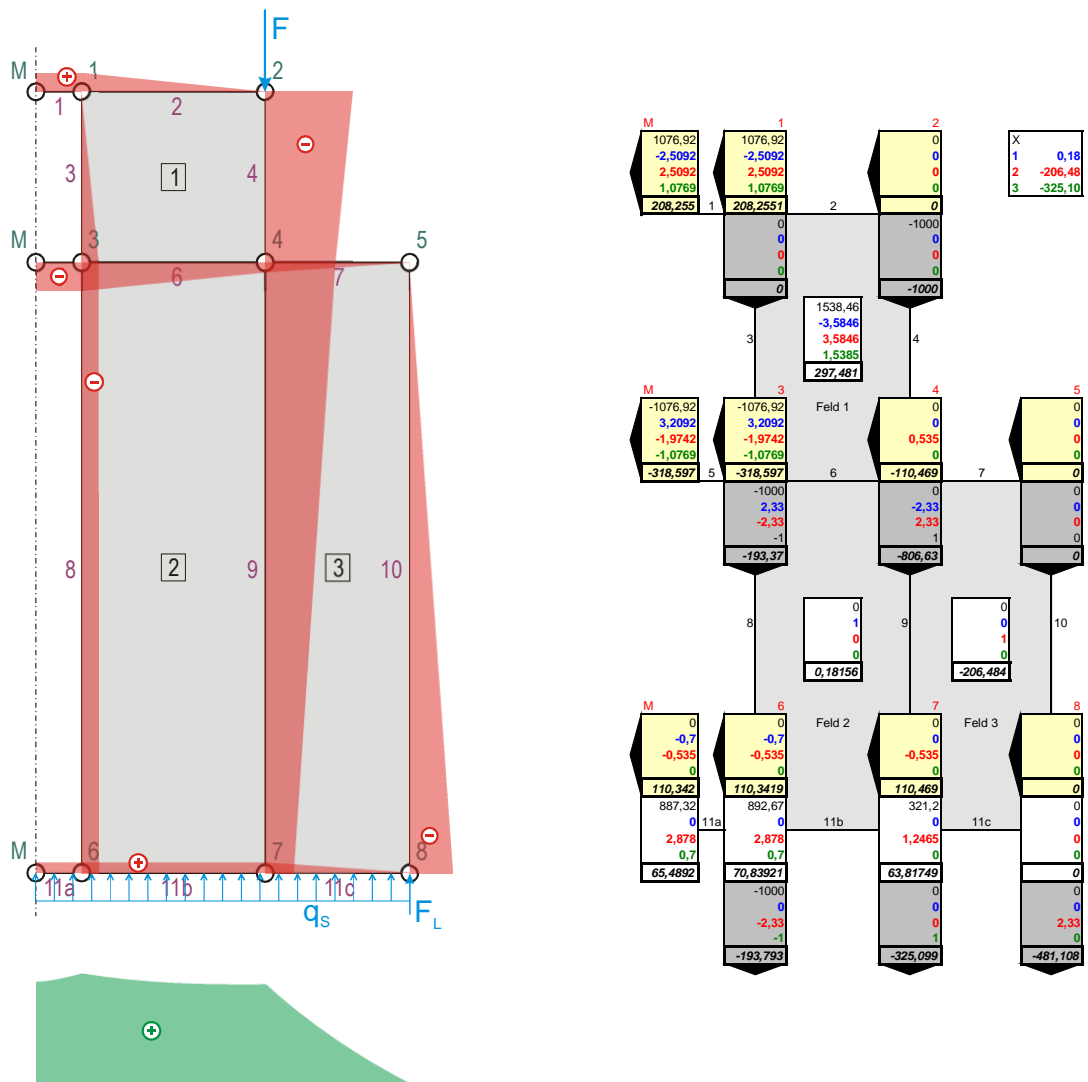


Abbildung 15: Tatsächliche Schnittgrößen nach dem Kraftgrößenverfahren

4. Lösung Teilaufgabe 3: Nachweis höchstbelastetes Schubblech

4.1 Allgemeines

- Schubfeld = plattenartiges, stabilitätsgefährdetes Bauteil
 - Tragsicherheit durch ausreichende Stabilität gewährleistet = Steifigkeit ist entscheidend
 - Berechnung Schubfeld auf ausreichende Dimensionierung gegen Beulung = „Beulnachweis“
- Beulnachweis z.B. nach DIN EN 1993-1-5
- Höchstbelastetes Schubfeld?

Feld	q in kN/m	s in mm	τ in MPa
1	297,481	6,0	49,580
2	0,182	2,5	0,073
3	-206,484	2,5	-82,594

- = Blech 3:
 - $\tau_{vorh} = 82,594 \text{ MPa} \approx 83 \text{ MPa}$
 - $q = 206,484 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$, $s = 2,5 \text{ mm} = t$, $a = 2330 \text{ mm}$, $b = 535 \text{ mm} = h_w$
 - Werkstoff: S235

4.2 Beulnachweis nach DIN EN 1993-1-5

- Anwendung Formeln nach Tabelle VL Kap. 6.2 (s. Abbildung 16)

Folie Nachweis Schubbeulen nach DIN EN 1993-1-5	
Nachweis	
$\eta_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{b,Rd}} \leq 1,0$ (Formel 5.10)	
Beanspruchung	Beanspruchbarkeit
Schubfluss: $q = \frac{V_{Ed}}{h_w} \rightarrow V_{Ed} = q \cdot h_w$	$V_{b,Rd} = V_{bv,Rd} + V_{bf,Rd} \leq \frac{\eta \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$ (Formel 5.1) Annahme: nur Steg: $V_{bf,Rd} = 0 \rightarrow V_{b,Rd} = V_{bv,Rd} \leq \frac{\eta \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$
	Beitrag des Steges zum Bemessungswert der Beanspruchbarkeit: $V_{bv,Rd} = \frac{\chi_w \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}}$ (Formel 5.2)
	Beitrag des Steges zur Schubbeanspruchbarkeit: $\chi_w = \eta (=1,0)$ oder $\frac{0,83}{\bar{\lambda}_w}$ (Bild 5.1 & Tabelle 5.1)
	Modifizierte Schlankheit: $\bar{\lambda}_w = 0,76 \cdot \sqrt{\frac{f_{yw}}{\tau_{cr}}}$ (Formel 5.3)
	Kritische Beulspannung: $\tau_{cr} = \bar{k}_z \cdot \sigma_E$ (Formel 5.4)
	Eulersche Knickspannung: $\sigma_E = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot t^2}{12 \cdot (1-\nu^2) \cdot b^2} = 190.000 \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2$ [MPa] (Anhang A)
TW: 6. Gestaltung / Bemessung – 6.2. Berechnung Sfz-TW	6.2.2. Berechnungsverfahren Schienenfahrzeugtragwerke

Abbildung 16: Formeln Beulnachweis nach DIN EN 1993-1-5

- Beanspruchung:
 - $V_{Ed} = q \cdot h_w = 206,484 \cdot 0,535 \text{ kN} = 110,47 \text{ kN}$
- Beanspruchbarkeit:
 - kritische Beulspannung
 - $\sigma_E = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot t^2}{12 \cdot (1-\nu^2) \cdot b^2} = 190.000 \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 = 190.000 \cdot \left(\frac{2,5}{535}\right)^2 = 4,149 \text{ MPa}$
 - Schubbeulwert des Stegbleches (s. Abbildung 17)

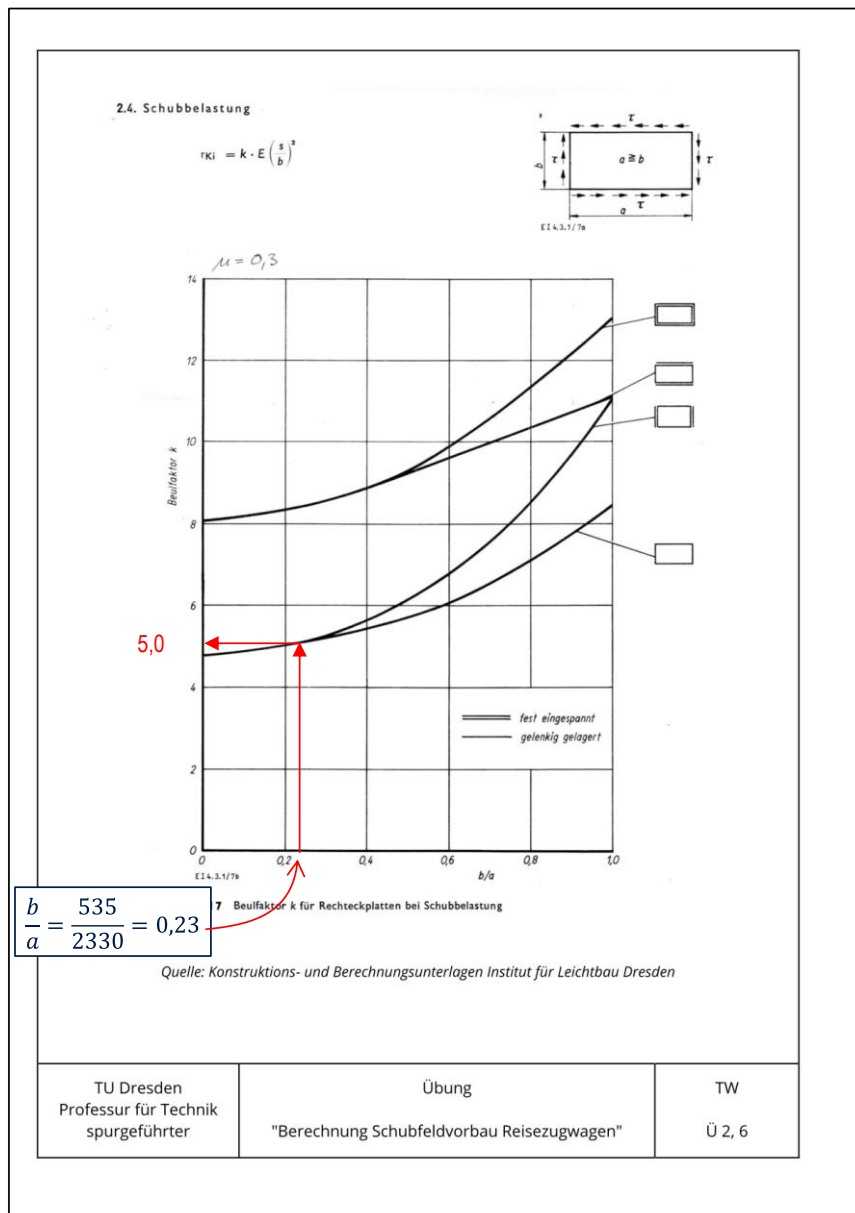


Abbildung 17: Ermittlung Schubbeulwert k_{τ}

- $k_{\tau} = 5,0$ (allseitig gelenkige Lagerung)
 - $\tau_{cr} = k_{\tau} \cdot \sigma_E = 5,0 \cdot 4,149 \text{ MPa} = 20,75 \text{ MPa}$
- modifizierte Schlankheit
 - $\bar{\lambda}_W = 0,76 \cdot \sqrt{\frac{f_{yw}}{\tau_{cr}}} = 0,76 \cdot \sqrt{\frac{235}{20,75}} = 2,56$
 - $\bar{\lambda}_W = 2,56 \geq 1,08$
- Beitrag Steg zur Schubbeanspruchbarkeit
 - $\chi_W = \frac{0,83}{\bar{\lambda}_W} = \frac{0,83}{2,56} = 0,324$
- Bemessungswert der Beanspruchbarkeit
 - $V_{b,Rd} = \frac{\chi_W \cdot f_{yw} \cdot h_W \cdot t}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}} = \frac{0,324 \cdot 235 \cdot 535 \cdot 2,5}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 58,79 \text{ kN}$

- Kontrolle:
 - $\frac{\chi_W \cdot f_{yw} \cdot h_W \cdot t}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}} \leq \frac{\eta \cdot f_{yw} \cdot h_W \cdot t}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}} \rightarrow \chi_W \leq \eta \rightarrow 0,324 \leq 1,20$

- Nachweis

- $\eta_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{b,Rd}} = \frac{110,47 \text{ kN}}{58,79 \text{ kN}} = 1,88 > 1,0 \rightarrow$ **Nachweis nicht erbracht!**

4.3 Mögliche Änderungen

- Annahme Einspannung als allseitig feste Lagerung

- $k_\tau = 8,3$
- $\tau_{cr} = 34,43 \text{ MPa}$
- $\bar{\lambda}_W = 1,98$
- $\chi_W = \frac{0,83}{1,98} = 0,42$
- $V_{b,Rd} = \frac{0,324 \cdot 235 \cdot 535 \cdot 2,5}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 76,21 \text{ kN}$
- $\eta_3 = \frac{110,47 \text{ kN}}{76,21 \text{ kN}} = 1,45 > 1,0 \rightarrow$ **Nachweis nicht erbracht!**

- besserer Werkstoff \rightarrow S355: $f_{yw} = 355 \text{ MPa}$ (+ allseitig feste Lagerung)

- $\bar{\lambda}_W = 0,76 \cdot \sqrt{\frac{355}{34,43}} = 2,44$
- $\chi_W = \frac{0,83}{2,44} = 0,34$
- $V_{b,Rd} = \frac{0,34 \cdot 355 \cdot 535 \cdot 2,5}{\sqrt{3} \cdot 1,0} = 93,20 \text{ kN}$
- $\eta_3 = \frac{110,47 \text{ kN}}{93,29 \text{ kN}} = 1,19 > 1,0 \rightarrow$ **Nachweis nicht erbracht!**

- größere Blechdicke $\rightarrow s = 4,0 \text{ mm} =$ komplett neue Rechnung!

Feld	s in mm	q in kN/m	τ in MPa	s in mm	q in kN/m	τ in MPa
1	6,0	297,483	49,580	6,0	294,236	49,039
2	2,5	0,182	0,073	2,5	3,804	1,522
3	2,5	-206,480	-82,592	4,0	-217,314	-54,328

- $V_{Ed} = 116,26 \text{ kN}$
- $\sigma_E = 10,62 \text{ MPa}, \tau_{cr} = 53,10 \text{ MPa}, \bar{\lambda}_W = 1,60, \chi_W = 0,51, V_{b,Rd} = 148,08 \text{ kN}$
- $\eta_3 = \frac{116,26 \text{ kN}}{148,08 \text{ kN}} = 0,78 < 1,0 \rightarrow$ **Nachweis erbracht!**

- weitere Möglichkeit: Beulsteife einfügen \rightarrow s. DIN EN 1993-1-5 Anhang A