

Musterlösung

Die Legende vom Reis und dem König:

„Sissa ibn Dahir lebte angeblich im dritten oder vierten Jahrhundert n. Chr. in *Indien* und gilt Legenden zufolge als der *Erfinder des Schachspiels* beziehungsweise seiner indischen Urform *Caturanga*. [...] Der indische Herrscher Shihram tyrannisierte seine Untertanen und stürzte sein Land in Not und Elend. Um die Aufmerksamkeit des Königs auf seine Fehler zu lenken, ohne seinen Zorn zu entfachen, schuf Dahirs Sohn, der weise Bramahne Sissa, ein Spiel, in dem der König als wichtigste Figur ohne Hilfe anderer Figuren und Bauern nichts ausrichten kann. Der Unterricht im Schachspiel machte auf Shihram einen starken Eindruck. Er wurde milder und liess das Schachspiel verbreiten, damit alle davon Kenntnis nähmen. Um sich für die anschauliche Lehre von Lebensweisheit und zugleich Unterhaltung zu bedanken, gewährte er dem Brahmanen einen freien Wunsch. Dieser wünschte sich *Reiskörner*: Auf das erste Feld eines Schachbretts wollte er *ein* Korn, auf das zweite Feld *das Doppelte*, also *zwei*, auf das dritte wiederum die doppelte Menge, also *vier*, und so weiter. Der König lachte und war gleichzeitig erbost über die *vermeintliche* Bescheidenheit des Brahmanen. Als sich Shihram einige Tage später erkundigte, ob Sissa seine Belohnung in Empfang genommen habe, musste er hören, dass die Rechenmeister die Menge der Reiskörner noch nicht berechnet hätten. Der Vorsteher der Kornkammer meldete nach mehreren Tagen ununterbrochener Arbeit, dass er diese Menge Reiskörner im ganzen Reich nicht aufbringen könne. Nun stellte er sich die Frage, wie das Versprechen eingelöst werden könne. Der Rechenmeister half dem Herrscher aus der Verlegenheit, indem er ihm empfahl, er solle Sissa ibn Dahir ganz einfach das Reis Korn für Korn zählen lassen.“

- 16.05.2023, <https://www.geogebra.org/m/vjmqnx9c>

Folglich kommt auf Feld 1, 1 Korn; auf Feld 2, 2 Körner; auf Feld 3, bereits 4 Körner...

7) Um das Prinzip zu veranschaulichen, fülle die Tabelle bis zum 8. Feld (1. Reihe des Schachbrettes) aus und berechne wie viele Reiskörner in der ersten Reihe sind.

Feld	1	2	3	4	5	6	7	8	...
Anzahl Körner	1	2	4	8	16	32	64	128	...
Körner gesamt bis Feld n	1	3	7	15	31	63	127	255	$2^n - 1$

- 8) Mit dem Reiskornproblem hast du ein spezielles Beispiel zu **Exponentiellen Wachstum** kennengelernt. Die allgemeine Formel lautet

$$f(x) = a * b^x$$

a – Anfangsbestand zum Zeitpunkt $t = 0$

b – Wachstumsfaktor

Warum könnte b Wachstumsfaktor heißen?

b bestimmt wie stark/schnell die Funktion wächst (Stichwort: stauchen und strecken)

Eine besondere Formel ist das **Exponentiale Wachstum zur Basis e** :

$$g(x) = a * e^x$$

- 9) Öffne den Grafikrechner von GeoGebra in der App oder online (<https://www.geogebra.org/graphing?lang=de>). Lade danach die beigelegte Datei „Exponentielles Wachstum“ in deine Ansicht hoch. Überprüfe mithilfe der Schieberegler wie sich die Funktion $f(x)$ verändert, wenn a im Bereich $\{-3,5\}$ verändert wird, sowie b im Bereich $\{-5,5\}$. Notiere deine Beobachtungen.

(Hinweis: bei der Änderung von b , bietet es sich an die Wertetabelle anzuschauen)

a → beeinflusst Schnittpunkt mit y -Achse (negative a kehren Wachstum um)

b → alterniert bei negativen b , ansonsten Wachstumsfaktor

- 10) Lade nun die 2. Datei Exponentialfunktion_FaktorC in deine Anwendung hoch und stelle die Parameter $a = 1$ und $b = 2$ ein und vergleiche die Funktionen $g(x)$, $h(x)$, $p(x)$ und $q(x)$. Fertige ein Screenrecord an wo nur $f(x)$ und $g(x)$ zu sehen sind und du den Schieberegler c in seinem Intervall bewegst. Was passiert? (Wiederhole die Aufgabe für $h(x)$, $p(x)$, $q(x)$). Notiere kurz und lade die Datei im dafür vorgesehenen Ordner hoch.

$g(x) = f(x) + c$ verschiebt Graph entlang y -Achse

$h(x) = f(x) * c$ multiplikator von a -> wirkt genauso wie a

$p(x) = f(x + c)$ erhöht den Faktor b um c -> wirkt wie wenn man den Regler b ändert

$q(x) = f(x * c)$ vervielfacht Faktor b um c -> ändert b in Form eines Multiplikators

- 11) Findest du eine Art Schema in der Berechnung der Reiskörner für ein beliebiges Feld, notiere deine Vermutung kurz.

$2^{(n-1)}$ für n - Feldzahl

- 12) Wie viele Körner sind auf dem letzten Feld des Schachbrettes? Ein Brett hat 64 Felder.

$2^{63} = 9,2 * 10^{18}$