TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Institut für Bahnfahrzeuge und Bahntechnik, Professur für Technik spurgeführter Fahrzeuge

MUSTERLÖSUNGEN ZU DEN ÜBUNGSAUFGABEN FAHRDYNAMIK FÜR VERKEHRSINGENIEURE

Dr.-Ing. M. Kache

3. April 2019

Inhaltsverzeichnis

1 Anmerkungen und Hinweise

Dieses Heft enthält die Lösungen zu allen Übungsaufgaben, die Sie in den Gruppenübungen zur Vorlesung „Fahrdynamik für Verkehrsingenieure“ bearbeiten können. Es wird dringend empfohlen, dass Sie erst nach einer eingehenden Auseinandersetzung mit den Übungsaufgaben auf die im Folgenden ausgeführten Musterlösungen zurückgreifen. Es ist gerade im Hinblick auf die Klausur wichtig, dass Sie selber (allein oder in der Diskussion mit Ihren Kommilitonen) Lösungsansätze entwickeln und dabei auf die Ihnen zusätzlich zur Verfügung gestellte Formelsammlung zurückgreifen.

Nutzen Sie bitte stets die Möglichkeit, sich bei Fragen an die Tutoren zu wenden oder sich mit Ihren Kommillitonen zu verständigen. Dazu wurde in dem zu der Vorlesung gehörigen OPAL-Kurs ein Forum eingerichtet, zu dessen Nutzung Sie ausdrücklich eingeladen sind.

2 Übungskomplex Kinematik und fahrdynamische Grundgleichung

2.1 Aufgaben zum Selbststudium

1. Betrachtet wird ein Güterzug mit einer Masse von 1600 t. Er besteht aus beladenen Güterwagen gleicher Bauart, für die ein fahrdynamischer Massenfaktor von 1,04 angenommen wird.

   (a) $\rho_Z = 1{,}043$

   (b) $\rho_T = 1{,}24$

   (c) $\rho_{\mathrm{W,leer}} = 1{,}18$ $\rho_{\mathrm{Z,leer}} = 1{,}17$

   (d) $F_a = 176\,\mathrm{kN}$ $F_T = 191\,\mathrm{kN}$

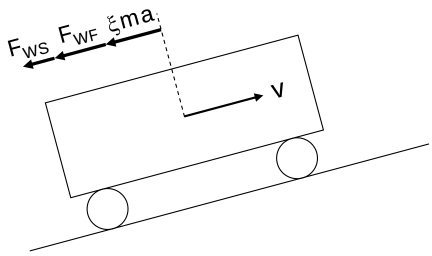
   (e) $F_{WS} = 125\,\mathrm{kN}$

2.2 Musterlösung zur 1. Gruppenübung

1. Diskutieren Sie mit Hilfe der fahrdynamischen Grundgleichung, welche Bewegungszustände im Fahrzeugauslauf eintreten können und charakterisieren Sie diese.

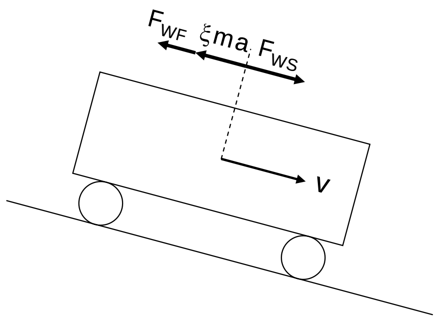
   Im Fahrzeugauslauf sind nur die Widerstandskräfte (zusammengefaßt in Streckenwiderstandskraft F_{WS} und Fahrzeugwiderstandskraft F_{WF} zu berücksichtigen. Es ergeben sich drei Bewegungszustände, die sich wie folgt charakterisieren lassen:

   - Fall 1:



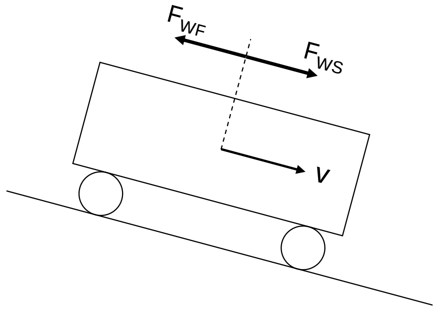
$$
\begin{aligned}
-F_{WS} - F_{WF} - \xi ma &= 0 \\
\xi ma &= -F_{WS} - F_{WF} \\
a &= \frac{-F_{WS} - F_{WF}}{\xi m}
\end{aligned}
$$

   - Fall 2:



$$
\begin{aligned}
F_{WS} - F_{WF} - \xi ma &= 0 \\
\xi ma &= F_{WS} - F_{WF} \\
a &= \frac{F_{WS} - F_{WF}}{\xi m}
\end{aligned}
$$

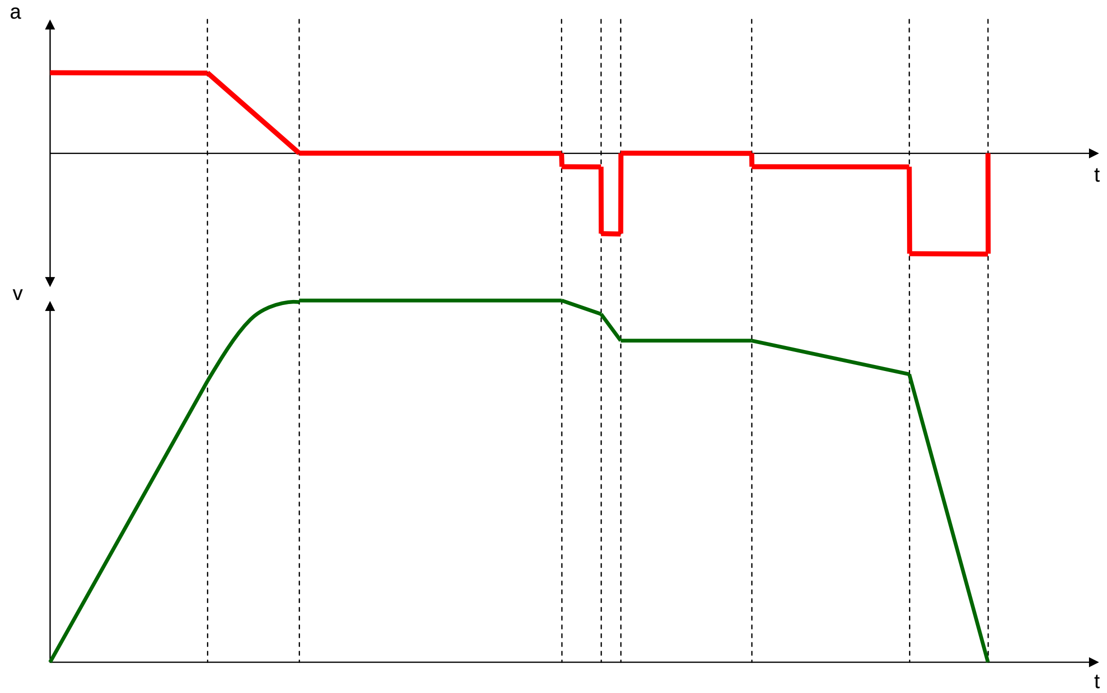
- Fall 3:



$$
\begin{aligned}
F_{WS} - F_{WF} &= 0 \\
F_{WS} &= F_{WF}
\end{aligned}
$$

Im **Fall 1** liegt eine **ungleichmäßig verzögerte Bewegung** vor, da beide Widerstandsanteile der Fahrzeugbewegung entgegen wirken. Die Streckenwiderstandskraft wechselt im Gefälle die Wirkrichtung und wirkt dann in Bewegungsrichtung, solange der Betrag der Streckenwiderstandskraft kleiner als der Betrag der Fahrzeugwiderstandskraft ist, liegt prinzipiell Fall 1 vor. Wird der Betrag der Streckenwiderstandskraft größer als der der Fahrzeugwiderstandskraft, so liegt im **Fall 2** eine **ungleichmäßig beschleunigte Bewegung** vor. Einen Sonderfall stellt **Fall 3** dar. Fahrzeug- und Streckenwiderstand kompensieren sich geschwindigkeitsabhängig in einem bestimmten Gefälle. Damit wird das Fahrzeug weder beschleunigt noch verzögert, die Beschleunigung ist 0. Damit liegt eine **gleichförmige Bewegung** vor.

2. Leiten Sie aus dem gegebenen Beschleunigungs-Zeit-Verlauf den Geschwindigkeits-Zeit-Verlauf ab und tragen Sie die Geschwindigkeit qualitativ richtig in das Schaubild ein.



3. Bestimmen Sie die erforderliche Zugkraft F_T, die erforderlich ist, damit ein S-Bahn-Zug, bestehend aus einer E-Lok (m_T=84 t, ξ_T=1,11) und 4 Waggons ($\sum m_W$=200 t, ξ_W=1,06) bei einer Geschwindigkeit von 50 km/h eine Momentanbeschleunigung von 0,8 m/s^2 erreichen kann. Nehmen Sie dabei folgende Widerstandskräfte an: F_{WF}(50 km/h)=5 kN, F_{WS}(7,5 ‰)=21 kN.

Da Lokomotive und Wagenzug unterschiedliche fahrdynamische Massenfaktoren aufweisen, muss das gewichtete Mittel zur Ermittlung des Massenfaktors des Zuges gebildet werden. Ist dieser bekannt, kann die fahrdynamische Grundgleichung unmittelbar angewendet werden, um die erforderliche Zugkraft (F_T) zu bestimmen:

$$\begin{aligned}
\xi_Z &= \frac{\xi_T m_T + \xi_W m_W}{m_T + m_W} \\
&= \frac{1,11 \cdot 84t + 1,06 \cdot 200t}{84t + 200t} \\
&= 1,07
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 &= -\xi_Z m_Z \ddot{x}_{soll} + F_T - F_{WF} - F_{WS} - F_B \qquad \text{mit } F_B = 0 \\
F_{T,erf} &= \xi_Z m_Z \ddot{x}_{soll} + F_{WF} + F_{WS} \\
&= 1,07 \cdot 284t \cdot 0,8 m/s^2 + 5kN + 21kN \\
&= 269kN
\end{aligned}$$

4. Es wird die Beschleunigung eines Zuges aus dem Stand auf eine Endgeschwindigkeit von 80 km/h betrachtet. Dabei soll ein Anfahr- sowie ein daran anschließender Beschleunigungsvorgang untersucht werden. Während des Anfahrvorganges wird während eines Zeitintervalls von 35 s linear eine Beschleunigung von 0,31 m/s^2 aufgebaut. Während des daran anschließenden Beschleunigungsvorganges liegt eine Abhängigkeit der Beschleunigung von der Geschwindigkeit vor.

   (a) Bestimmen Sie den Ruck während des Anfahrens.

   Der Ruck kann auf einfache Art und Weise bestimmt werden, indem der Betrag der nach dem linearen Aufbau erreichten Beschleunigung auf die Aufbauzeit bezogen wird:

$$\begin{aligned} u &= \frac{a_{max}}{t_{Anf}} \\ &= \frac{0,31 m/s^2}{35 s} \\ &= 0,009 m/s^3 \end{aligned}$$

   (b) Welche Geschwindigkeit wird erreicht, wenn der Anfahrvorgang abgeschlossen ist und welcher Weg wird bis dahin zurückgelegt?

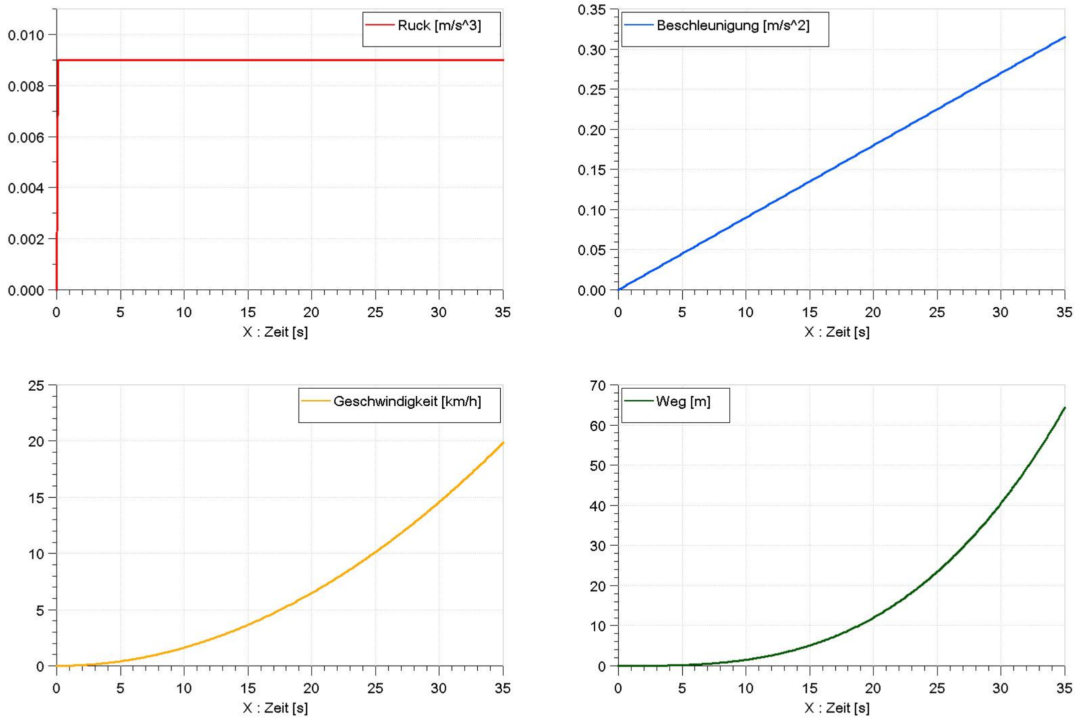
   Für den Anfahrvorgang gelten folgende Zusammenhänge:

$$\begin{aligned} a &= 0,009t \\ v &= \int a dt = 0,0045t^2 + v_0 \qquad \text{mit } v_0 = 0 \\ s &= \int v dt = 0,0015t^3 + s_0 \qquad \text{mit } s_0 = 0 \end{aligned}$$

   Nach einsetzen der Anfahrzeit ergibt sich:

$$\begin{aligned} v_1 &= \int a dt = 0,0045 \cdot 35^2 \\ v_1 &= 5,51 m/s = 19,8 km/h \\ s_1 &= 0,0015 \cdot 35^3 \\ s_1 &= 64,3 m \end{aligned}$$

(c) Stellen Sie den zeitlichen Verlauf der Größen Ruck, Beschleunigung, Geschwindigkeit und Weg für den Anfahrvorgang graphisch dar.



(d) Berechnen Sie Beschleunigungsweg und -zeit für den restlichen Beschleunigungsvorgang. Legen Sie dabei die Annahme zugrunde, dass der Beschleunigungsverlauf wie folgt ausgedrückt werden kann:

$$a(v) = mv + n = -0,0046v + 0,334 \qquad \text{a in } m/s^2\text{, v in m/s}$$

Es liegt eine geschwindigkeitsabhängige Beschleunigungsfunktion vor. Somit gilt für die Fahrzeit (vgl. ForSa S. 34f):

$$\begin{aligned}
a &= a(v) = \frac{dv}{dt} \\
dt &= \frac{dv}{a(v)} \\
t &= \int \frac{1}{a(v)} dv \\
t_{12} &= \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{mv + n} \\
&= \left| \frac{1}{m} \ln (mv + n) \right|_{v_1}^{v_2} \\
&= \frac{1}{-0,0046} \ln 0,2318 - \frac{1}{-0,0046} \ln 0,3087 \\
&= 317,8 - 255,5 = 62,3s \\
t_{12} &= 62s
\end{aligned}$$

Für die Berechnung des Weges gilt wegen:

$$\begin{aligned}
v &= \frac{dx}{dt} \rightarrow dt = \frac{dx}{v} \\
a &= \frac{dv}{dt} \rightarrow dt = \frac{dv}{a}
\end{aligned}$$

nach Gleichsetzen der Terme für dt:

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{v} &= \frac{dv}{a} \\
dx &= v\frac{dv}{a} \\
x &= \int \frac{vdv}{a(v)}
\end{aligned}$$

und damit:

$$
\begin{aligned}
x_{12} &= \int\limits_{v_1}^{v_2} \frac{vdv}{a(v)} \\
&= \left| \frac{v}{m} - \frac{n}{m^2} \ln{(mv + n)} \right|_{v_1}^{v_2} \\
&= \frac{22,2222}{-0,0046} - \frac{0,334}{0,0046^2} \ln 0,2318 - \frac{5,51}{-0,0046} + \frac{0,334}{0,0046^2} \ln 0,3087 \\
&= 18244 - 17355 = 889 \\
x_{12} &= 889m
\end{aligned}
$$

3 Übungskomplex Fahrwiderstände

3.1 Aufgaben zum Selbststudium

1. Ein Güterganzzug (spezifischer Wagenzugwiderstand: $f_{WFW} = 0,0012 + 0,0025 \cdot \left(\frac{v}{100}\right)^2$) mit einer Masse von 2000 t soll befördert werden...

   (a) F_Z= 54,9 kN

   (b) F_T= 59,6 kN

   (c) $\frac{F_{WFZ}(100\,\mathrm{km/h})}{F_{WFZ}(80\,\mathrm{km/h})} = \frac{78{,}6}{59{,}6} = 1,318 \rightarrow$31,8 %

   (d) $\Delta P_T|_{80\,\mathrm{km/h}}$=5076 kW $\Delta P_T|_{100\,\mathrm{km/h}}$=4217 kW

   (e) ja

2. Ein Mittelklassewagen (Masse: 1,5 t) fährt mit einer Geschwindigkeit von 90 km/h eine mit einer Steigung von 5% entlang...

   (a) F_{WS}= 736 N P_{WS}= 18,4 kW

   (b) F_{WF}= 384 N (ρ_L=1,225 kg/m^3)

   (c) P_{WF}=9,5 kW (ρ_L=1,225 kg/m^3)

   (d) v=71 km/h i=10 ‰

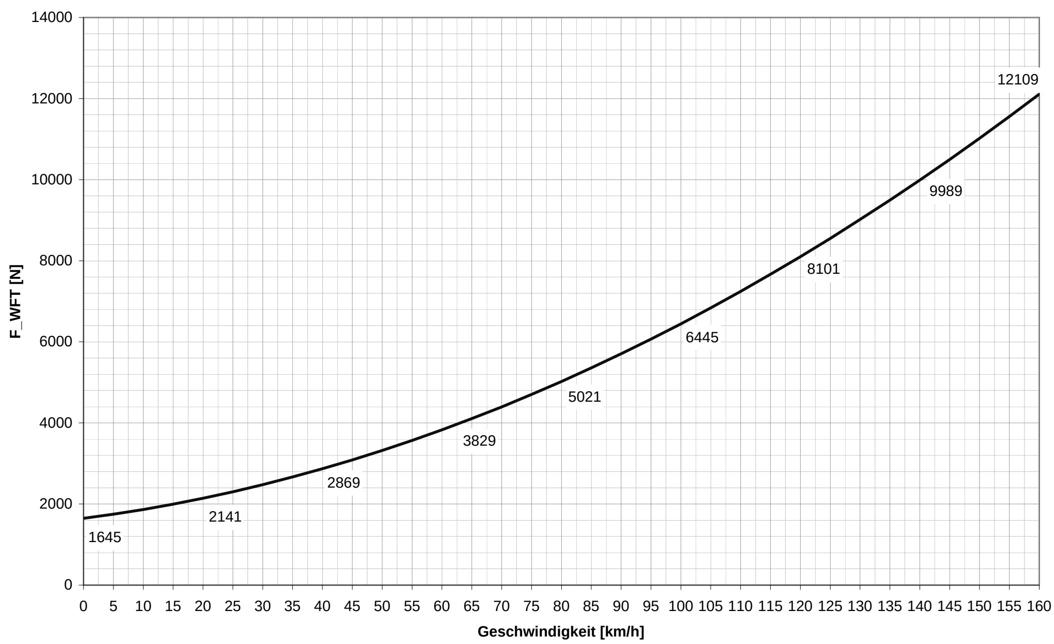
3.2 Musterlösung zur 2. Gruppenübung

Wahlaufgabe 1A: Schienenverkehr

Betrachtet wird ein Triebwagen mit folgenden technischen Parametern:

Fahrzeugmasse:	100 t
Höchstgeschwindigkeit:	160 km/h
Fahrzeugwiderstand:	$F_{WFT}[N] = 1580 + 10,3v + 0,29(v + 15)^2$

1. Stellen Sie den Fahrzeugwiderstand graphisch über dem gesamten Geschwindigkeitsbereich dar.

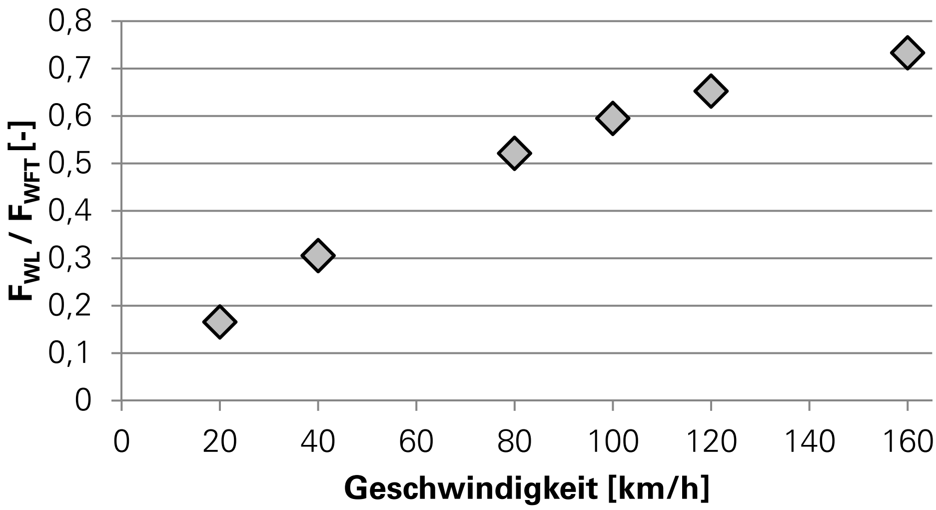


2. Vereinfacht soll angenommen werden, daß der Grundwiderstand von den konstanten und linearen Gliedern der Widerstandsgleichung abgedeckt wird und das quadratische Glied den Luftwiderstand darstellt. Bei welcher Geschwindigkeit sind dann beide Widerstandsanteile gleich groß?

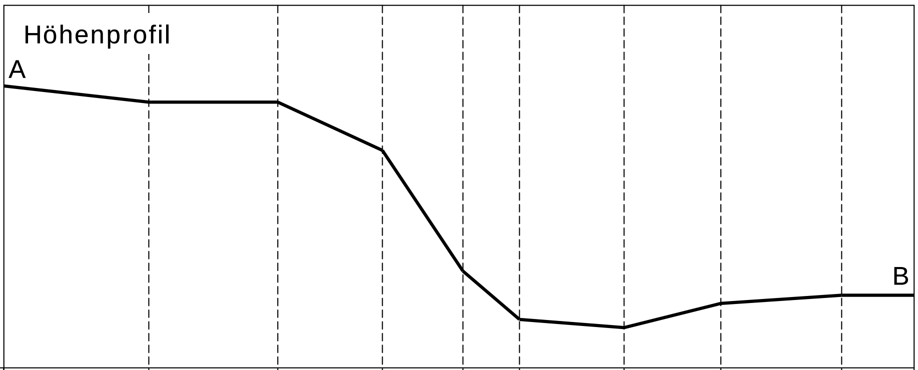
$$\begin{aligned}
1580 + 10,3v &= 0,29(v+15)^2 \\
1580 + 10,3v &= 0,29v^2 + 8,7v + 65,25 \\
0 &= v^2 - 5,5172v - 5223,2759 \\
v_{1/2} &= 2,7586 \pm \sqrt{\frac{5,5172^2}{4} + 5223,2759} \\
v_{1/2} &= 2,7586 \pm \sqrt{5230,8858} \\
v_1 &= 75,1 \quad km/h \\
v_2 &= -69,6 \quad km/h
\end{aligned}$$

Bilden Sie das Verhältnis von Luftwiderstandskraft zu Gesamtwiderstandskraft für die Geschwindigkeiten 20, 40, 80, 100, 120 und 160 km/h und stellen Sie ihre Ergebnisse graphisch über der Geschwindigkeit dar.

v	F_{WFT}	F_{WL}	F_{WL}/F_{WFT}
20	2141 N	355 N	0,17
40	2869 N	877 N	0,31
80	5021 N	2617 N	0,52
100	6445 N	3835 N	0,60
120	8101 N	5285 N	0,65
160	12109 N	8881 N	0,73



3. Das Fahrzeug durchfährt die in Abbildung 3 dargestellte Strecke von A nach B. Es wird angenommen, daß die auf dem Fahrzeug installierte Antriebsleistung ausreicht, um die Soll-Geschwindigkeit zu erreichen. Prüfen Sie, auf welchen Streckenabschnitten die zulässige Geschwindigkeit nur eingehalten werden kann, wenn eine Beharrungsbremsung eingeleitet wird. Bestimmen Sie für jeden Abschnitt die erforderliche Bremskraft und Bremsleistung sowie die an den Bremsen umgesetzte Energie.



Δs [km]	5,0	4,7	4,0	5,2	2,7	3,8	3,7	4,5	2,1
i [‰]	-2	0	-9	-20	-12	-2	4	1	0
v[km/h]	100	120	120	80	80	120	120	140	140

Im Gefälle sind die Neigungen negativ. Die Notwendigkeit einer Beharrungsbremsung liegt genau dann vor, wenn der Betrag der negativen Streckenwiderstandskraft größer als der Betrag der Fahrzeugwiderstandskraft ist. Es gilt für das Gefälle deshalb:

$$\begin{aligned}
F_{WS} &< -F_{WFT} \\
mgi &< -1580 - 10,3v - 0,29(v+15)^2 \\
i &< -\frac{1580}{100 \cdot 9,81} - \frac{10,3}{100 \cdot 9,81}v - \frac{0,29}{100 \cdot 9,81}(v+15)^2 \\
i &< -1,6106 - 0,0105v - 0,0003(v+15)^2
\end{aligned}$$

Die infrage kommenden Streckenabschnitte weisen Regelgeschwindigkeiten von 80,100 und 120 km/h auf. Für diese Geschwindigkeiten ergibt sich somit:

$$\begin{aligned}
i(80 km/h) &< -5,2‰ \\
i(100 km/h) &< -6,6‰ \\
i(120 km/h) &< -8,3‰
\end{aligned}$$

Die Neigungsüberprüfung ergibt drei Abschnitte, auf denen eine Beharrungsbremsung eingeleitet werden muß. Dabei muß die Differenz des Betrages von Fahrzeug- und Streckenwiderstandskraft durch die Bremskraft egalisiert werden. Da alle Kräfte als streckenabschnittsweise konstant angenommen werden können, ergeben sich Bremsleistung und an den Bremsen umgesetzte Energie wie folgt:

$$
\begin{aligned}
F_B &= |F_{WS}| - |F_{WFT}| \\
P_B &= F_B \cdot v \\
E_B &= W_B = F_B \cdot s
\end{aligned}
$$

Δs [km]	4,0	5,2	2,7
i [‰]	-9	-20	-12
$\|F_{WS}\|$ [kN]	8,83	19,62	11,77
$\|F_{WFT}\|$ [kN]	8,10	5,02	5,02
F_B [kN]	0,73	14,6	6,75
P_B [kW]	24,3	324,4	150,0
E_B [kWh]	0,81	21,09	5,06

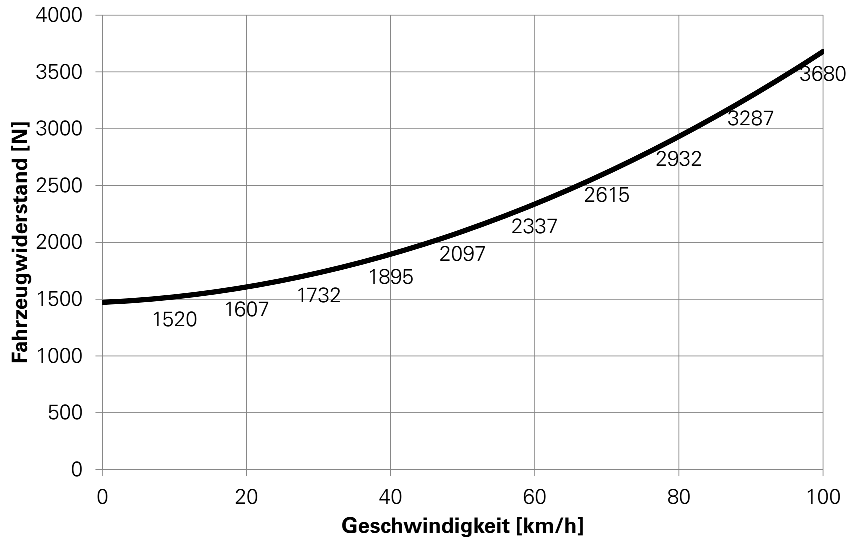
Wahlaufgabe 1B: Straßenverkehr

Betrachtet wird ein Bus mit folgenden technischen Parametern:

Fahrzeugmasse:	20 t
Höchstgeschwindigkeit:	100 km/h
spezifischer Grundwiderstand:	$f_{WR} = 0,0075 + 1,5 \cdot 10^{-5} \cdot v$
Luftwiderstandsbeiwert:	$c_W = 0,45$
Stirnfläche:	$A = 9\,m^2$
fahrdyn. Massenfaktor im höchsten Gang:	$\xi = 1,05$

1. Stellen Sie den Fahrzeugwiderstand graphisch über dem gesamten Geschwindigkeitsbereich dar (Annahme: ρ_L=1,225 kg/m^3).

$$F_{WF} = F_{WR} + F_{WL}$$
$$F_{WR} = mgf_{WR}$$
$$F_{WR} = 20000\,\text{kg} \cdot 9,81\,\text{m/s}^2\,\left(0,0075 + 1,5 \cdot 10^{-5} \cdot v\,[\text{km/h}]\right)$$
$$F_{WL} = \frac{1}{2}\rho_L c_W A v^2$$
$$F_{WL} = \frac{1}{2} \cdot 1,225\,\text{kg/m}^3 \cdot 0,45 \cdot 9\,\text{m}^2 \cdot v^2\,[\text{m/s}]$$



2. Bei welcher Geschwindigkeit sind die Widerstandsanteile Luftwiderstand und Rollwiderstand gleich groß? Bilden Sie das Verhältnis von Luftwiderstandskraft zu Gesamtwiderstandskraft für die Geschwindigkeiten 20, 40, 60, 80 und 100 km/h und stellen Sie ihre Ergebnisse graphisch über der Geschwindigkeit dar.

- Gleichsetzen der Widerstandsanteile ergibt:

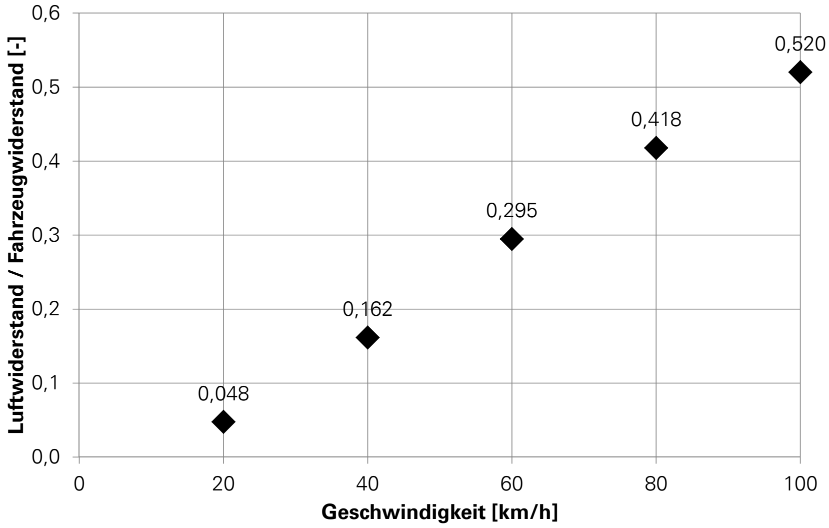
$$
\begin{aligned}
F_{WL} &= F_{WR} \\
\frac{1}{2}\rho_L c_W A v^2 &= mg\left(0,0075 + 1,5 \cdot 10^{-5} v\right)
\end{aligned}
$$

- Die Geschwindigkeit wird in die Luftwiderstandsgleichung mit der Einheit m/s eingesetzt, in die Rollwiderstandsgleichung jedoch mit der Einheit km/h. Deshalb muss eine Anpassung der Gleichungen erfolgen. Die Luftwiderstandsgleichung wird so angepasst, dass die Geschwindigkeit ebenfalls in km/h eingesetzt werden kann. Anschließend wird nach v umgestellt und die Gleichung gelöst.

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{2}\rho_L c_W A \frac{v^2}{3,6^2} &= mg\left(0,0075 + 1,5 \cdot 10^{-5} v\right) \\
\frac{\rho_L c_W A}{2mg \cdot 3,6^2} v^2 &= 0,0075 + 1,5 \cdot 10^{-5} v \\
0 &= 0,0075 + 1,5 \cdot 10^{-5} v - \frac{1,225\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 0,45 \cdot 9\,\mathrm{m^2}}{2 \cdot 20000\,\mathrm{kg} \cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2}} \\
&= 0,0075 + 1,5 \cdot 10^{-5} v - 9,755 \cdot 10^{-7} v^2 \\
&= -7687,8 - 15,376 v + v^2 \\
v_{1,2} &= 7,688 \pm \sqrt{7746,9} \\
v_1 &= \underline{\underline{95,7\,\mathrm{km/h}}} \\
v_2 &= -80,3\,\mathrm{km/h} \qquad \text{Lösung verworfen}
\end{aligned}
$$

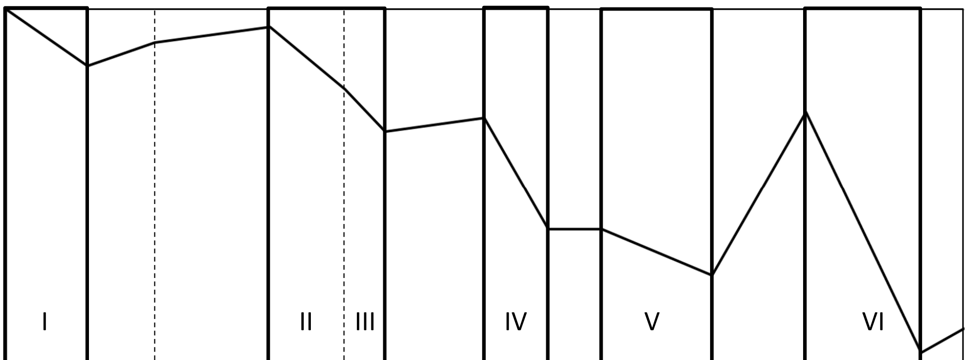
- Kontrolle:

$$
\begin{aligned}
F_{WL}(95{,}7\,\mathrm{km/h}) &= \frac{1}{2} \cdot 1,225\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 0,45 \cdot 9\,\mathrm{m^2} \cdot \frac{95,7^2}{3,6^2}\mathrm{m^2/s^2} \\
F_{WL}(95{,}7\,\mathrm{km/h}) &= 1753\,\mathrm{N} \\
F_{WR}(95{,}7\,\mathrm{km/h}) &= (0,0075 + 1,5 \cdot 10^{-5} \cdot 95,7) \cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2} \cdot 20000\,\mathrm{kg} \\
F_{WR} &= 1753\,\mathrm{N}
\end{aligned}
$$


0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,0
Luftwiderstand / Fahrzeugwiderstand [-]
0,520
0,418
0,295
0,162
0,048
0
20
40
60
80
100
Geschwindigkeit [km/h]

3. Das Fahrzeug durchfährt die in Abbildung... dargestellte Strecke von A nach B. Es wird angenommen, daß die auf dem Fahrzeug installierte Antriebsleistung ausreicht, um die Soll-Geschwindigkeit zu erreichen. Prüfen Sie, auf welchen Streckenabschnitten im Gefälle die zulässige Geschwindigkeit nur eingehalten werden kann, wenn eine Beharrungsbremsung eingeleitet wird. Bestimmen Sie für jeden Abschnitt die erforderliche Bremskraft und Bremsleistung sowie die an den Bremsen umgesetzte Energie. Berücksichtigen Sie dabei die Tatsache, dass sich bei Straßenfahrzeugen beim Ausrollen mit eingelegtem Gang eine zusätzliche Widerstandskraft ergibt, die aus dem Schleppmoment des Motors im Schubbetrieb (Motor wird über die Räder mitgedreht). Setzen Sie dafür im vorliegendenden Fall für v = 80 km/h eine Kraft von 1,6 kN und für v = 100 km/h eine Kraft von 1,9 kN an.

- Identifizierung der für die Betrachtung relevanten Streckenabschnitte:



Δs [km]	3	2,5	4,3	2,8	1,5	3,7	2,4	2	4,1	3,5	4,3	1,6
i [%]	-1	0,5	0,2	-1,2	-1,5	0,2	-2,5	0	-0,6	2,5	-3,0	0,8
v [km/h]	80	100	100	80	100	80	80	100	80	100	80	100

- Übernahme des Fahrzeugwiderstandes für v=80 und v=100 km/h aus der ersten Teilaufgabe und Berechnung der korrigierten Fahrzeugwiderstandskraft F^*_{WF} im Schubbetrieb:

$$F^*_{WF}(80\,\text{km/h}) = 2932\,\text{N} + 1600\,\text{N} = 4532\,\text{N}$$
$$F^*_{WF}(100\,\text{km/h}) = 3680\,\text{N} + 1900\,\text{N} = 5580\,\text{N}$$

- abschnittsweise Berechnung der resultierenden Widerstandskraft:

$$\begin{aligned}\sum F_W &= F^*_{WF} + F_{WS}\\ &= F^*_{WF} + mgi\end{aligned}$$

- Im Falle einer negativen resultierenden Gesamtwiderstandskraft muss eine Kompensation der Differenz durch Bremskräfte erfolgen. Es gilt:

$$
\begin{aligned}
F_B &= \left|\sum F_W\right| \qquad \text{für} \sum F_W < 0 \\
P_B &= F_B v \\
W_B &= F_B \Delta s
\end{aligned}
$$

Abschnitt		I	II	III	IV	V	VI
v	km/h	80	80	100	80	80	80
i	%	-1,0	-1,2	-1,5	-2,5	-0,6	-3,0
F_{WS}	N	-1962	-2354	-2943	-4905	-1177	-5886
$\sum F_W$	N	2570	2178	2637	-373	3355	-1354
F_B	N	0	0	0	373	0	1354
P_B	kW	0	0	0	8,3	0	30,1
W_B	kWh	0	0	0	0,25	0	1,6

Aufgabe 2

Der in Aufgabe 1A betrachtete Triebwagen fährt auf gerader ebener Strecke mit einer Geschwindigkeit von 80 km/h. Der Triebfahrzeugführer schaltet die Zugkraft ab und läßt das Fahrzeug rollen.

1. Wie weit kann das Fahrzeug in der Ebene rollen, bis die Hälfte der kinetischen Energie der Fahrzeugbewegung an den Fahrwiderständen umgesetzt worden ist? Linearisieren Sie die Beschleunigungsfunktion mittels einer Sekante, die die Anfangs- und Endbeschleunigung für den betrachteten Auslaufvorgang enthält.

   Ermittlung der Endgeschwindigkeit des betrachteten Auslaufvorganges:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} &= \frac{E_{kin,1}}{E_{kin,0}} = \frac{0,5\xi m v_1^2}{0,5\xi m v_0^2} \\
\frac{1}{2} &= \frac{v_1^2}{v_0^2} \\
v_1 &= \sqrt{\frac{1}{2}} v_0 \\
v_1 &= 15,71\ m/s \\
v_1 &= 56,6\ km/h
\end{aligned}$$

   Im Auslauf auf gerader ebener Strecke gilt:

$$\begin{aligned}
a\xi m &= -F_{WFT} \\
a &= -\frac{F_{WFT}}{\xi m}
\end{aligned}$$

   Die Werte für $a(v_0)$ und $a(v_1)$ können bestimmt werden, indem mittels der zugeschnittenen Größengleichung zunächst die Fahrzeugwiderstandskraft für beide Geschwindigkeiten explizit berechnet und dann durch die fahrdynamisch äquivalente Masse (ξm) dividiert wird. Entscheidend ist, dass am Ende die Einheit der Beschleunigung stimmt (m/s^2).

$$\begin{aligned}
F_{WFT}(v_0) &= 1580 + 10,3 \cdot 80 + 0,29 \cdot (80 + 15)^2 \\
&= 5021\ N \\
a(v_0) &= \frac{-F_{WFT}}{\xi m} = \frac{-5021\ N}{105000\ kg} \\
&= -0,0479\ m/s^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{WFT}(v_1) &= 1580 + 10,3 \cdot 56,6 + 0,29 \cdot (56,6 + 15)^2 \\
&= 3650\ N \\
a(v_1) &= \frac{-F_{WFT}}{\xi m} = \frac{3650\ N}{105000\ kg} \\
&= -0,0348\ m/s^2
\end{aligned}$$

Gleichung der Sekante zur Linearisierung der Beschleunigungsfunktion:

$$a^*(v) = \frac{a(v_1) - a(v_0)}{v_1 - v_0} v + a_0$$

Um die a(v)-Ersatzfunktion besser integrieren zu können, werden die Koeffizienten so bestimmt, dass alle Größen in SI-konformen Einheiten vorliegen. Das bedeutet, dass die **Geschwindigkeit in m/s** einzusetzen ist. Bestimmung des Anstiegs der Sekante:

$$\begin{aligned}\frac{a(v_1) - a(v_0)}{v_1 - v_0} &= \frac{-0,0348 m/s^2 - (-0,0479 m/s^2)}{15,72 m/s - 22,22 m/s} \\ &= -0,002 s^{-1}\end{aligned}$$

Bestimmung von a_0:

$$\begin{aligned}a(v_1) &= -0,002v + a_0 \\ a_0 &= a(v_1) + 0,002v \\ &= -0,0348 + 0,002 \cdot 15,72 \\ &= -0,00336 m/s^2\end{aligned}$$

Damit stehen die zu integrierende Näherungsfunktion $a^*(v)$ sowie das bestimmte Integral zur Berechnung des Auslaufweges (siehe ForSa S.36ff) fest:

$$\begin{aligned}a^*(v) &= -0,002v - 0,00336 \\ s &= \int_{v_0}^{v_1} \frac{v}{a^*(v)} dv = \int_{v_0}^{v_1} \frac{v}{-0,002v - 0,00336} dv\end{aligned}$$

Die Integration lässt sich damit auf den in den Integraltabellen aufgeführten Fall „Integrale rationaler Funktionen“ mit X = ax+b zurückführen. Es gilt:

$$\begin{aligned}\int \frac{x}{X} dx &= \int \frac{v}{av + b} dv = \frac{v}{a} - \frac{b}{a^2} ln|av + b| \\ s &= \int_{v_0}^{v_1} \frac{v}{-0,002v - 0,00336} dv \\ &= \frac{v_1}{-0,002} - \frac{-0,00336}{-0,002^2} \ln|a(v_1)| - \left(\frac{v_0}{-0,002} - \frac{-0,00336}{-0,002^2} \ln|a(v_0)| \right) \\ &= -7860 - 840 \cdot 3,358 - (-11110 - 840 \cdot 3,041) \\ &= 2984 \quad m \\ s &\approx 3000 \quad m\end{aligned}$$

2. Führen Sie die gleiche Rechnung mit denselben Randbedingungen für ein Auto durch, wenn folgende Parameter bekannt sind:

Fahrzeugmasse:	1,8 t
Höchstgeschwindigkeit:	195 km/h
Grundwiderstand:	$f_{WF0} = 0,01 + 0,01\,\frac{v[km/h]}{100}$
Fahrdynamischer Massenfaktor:	ξ = 1,02
Fahrzeugquerschnittsfläche:	A = 2 m^2
Luftwiderstandsbeiwert:	c_W = 0,3
Luftdichte:	$\rho_L = 1,2 \quad kg/m^3$
Windgeschwindigkeit:	$v_W = 4,2 \quad m/s$

Für das Auto erhält man auf gleichem Wege:

$$\begin{aligned}
F_{WF0}[N] &= 176,58 + 6,36v[m/s] \\
F_{WL}[N] &= \frac{1}{2}\rho_L c_W A\,(v + v_W)^2 \\
&= \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 0,3 \cdot 2 \cdot (v + 4,2)^2 \\
&= 0,36v^2[m/s] + 3,024v[m/s] + 6,3504 \\
F_{WF}[N] &= 0,36v^2 + 9,384v + 182,9 \\
a &= -0,000196v^2 - 0,0051v - 0,0996 \\
a^* &= -0,0125v - 0,0319 \\
s &= 457,9 \quad m \approx 460 \quad m
\end{aligned}$$

Das Eisenbahnfahrzeug hat einen um den Faktor 6,5 längeren Ausrollweg wegen der deutlich geringeren spezifischen Fahrzeugwiderstandskräfte.

3. Sind die mittels Linearisierung berechneten Auslaufwege größer oder kleiner als im Falle der Integration der exakten Beschleunigungsfunktion? Begründen Sie Ihre Antwort.

   Die mit der linearisierten Funktion berechneten Auslaufwege sind tendenziell etwas kürzer als die exakt ermittelten, da die Sekante im Mittel eine stärkere Verzögerung abbildet als der Polynomansatz.

4 Übungskomplex Antriebskräfte

4.1 Aufgaben zum Selbststudium

1. $F_{T,max} = 272\,kN$
2. $\tau = 0{,}42$
3. $F_T = 101\,kN$
4. $i_{ges} = 32{,}3$

4.2 Musterlösung zur 3. Gruppenübung

Aufgabe 1

Von einem Pkw sind folgende Daten bekannt:

- Getriebe:

Gang	Übersetzung
1	3,8
2	2,1
3	1,4
4	1,0
5	0,8

- Motor:

Drehzahl [1/min]	Drehmoment [Nm]
1000	150
2200	280
5500	280
6500	230

- Rollradius der Räder: 0,3 m
- Achsgetriebeübersetzung: 4,5

1. Zeichnen Sie jeweils ein Diagramm für das Motordrehmoment und die Motorleistung in Abhängigkeit von der Motordrehzal unter der Annahme, daß das Drehmoment zwischen den Stützstellen linear verläuft.

   Die Werte für Drehmoment und Drehzahl sind bekannt, die Motorleistung ergibt sich zu:

$$P_M = M_M 2\pi n_M$$

Drehzahl [1/min]	Drehmoment [Nm]	Leistung [kW]
1000	150	15,7
2200	280	64,5
5500	280	161,3
6500	230	156,6

2. Zeichnen Sie ein Diagramm, in dem für jeden Gang die Drehzahl über der Geschwindigkeit aufgetragen ist. Welche Grenzen sind der Fahrzeuggeschwindigkeit durch den Arbeitsbereich des Motors gesetzt? Geben Sie die relevanten Geschwindigkeiten an.

   Motordrehzahl und Fahrzeuggeschwindigkeit sind einander proportional. Entscheidend ist, daß der Rollradius der Räder sowie die Übersetzung des Antriebsstranges berücksichtigt werden. Für die Gesamtübersetzung ergibt sich in den einzelnen Gängen des Schaltgetriebes:

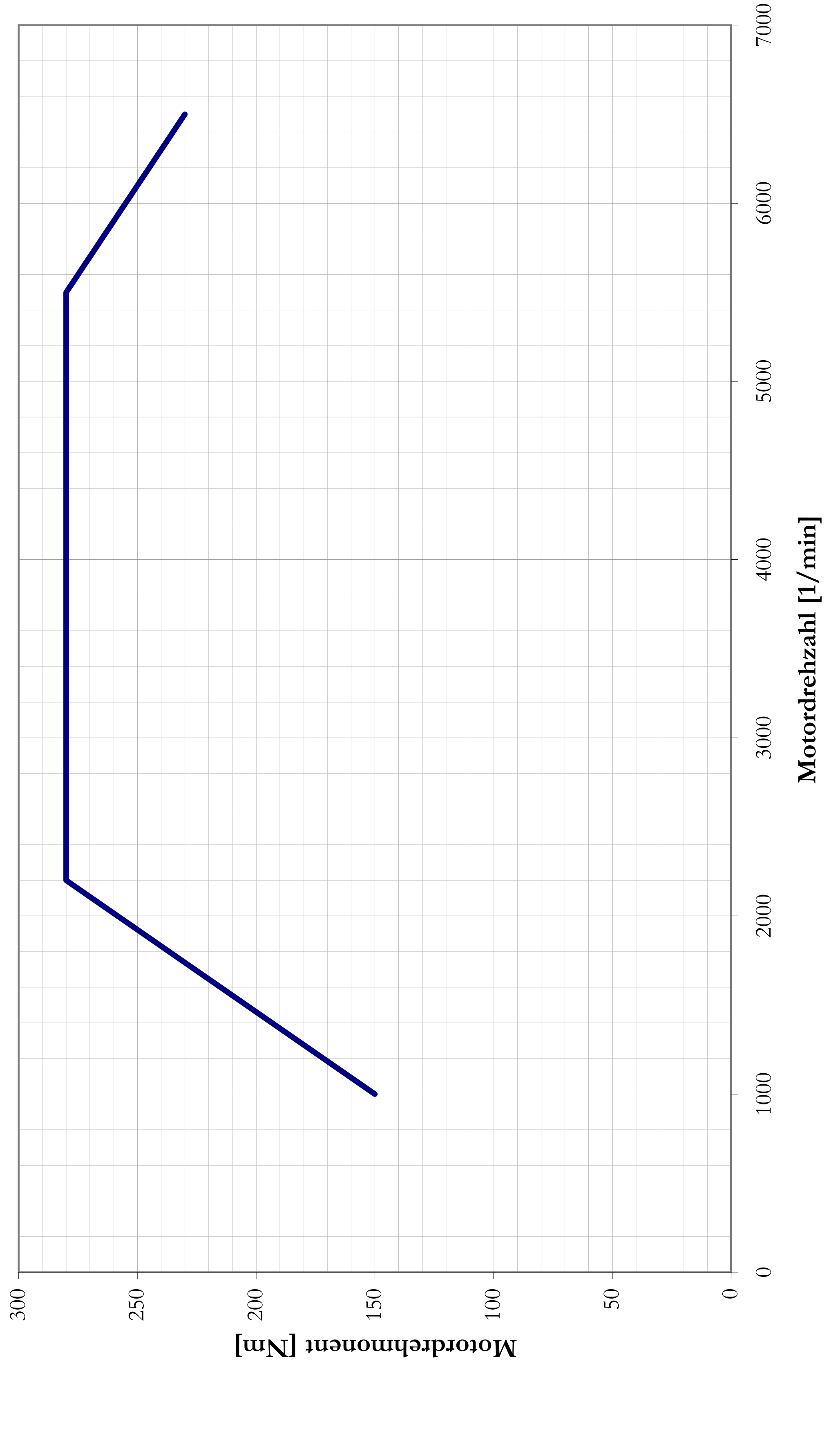
Gang	Schaltgetriebeübersetzung	Gesamtübersetzung
1	3,8	17,10
2	2,1	9,45
3	1,4	6,3
4	1,0	4,5
5	0,8	3,6

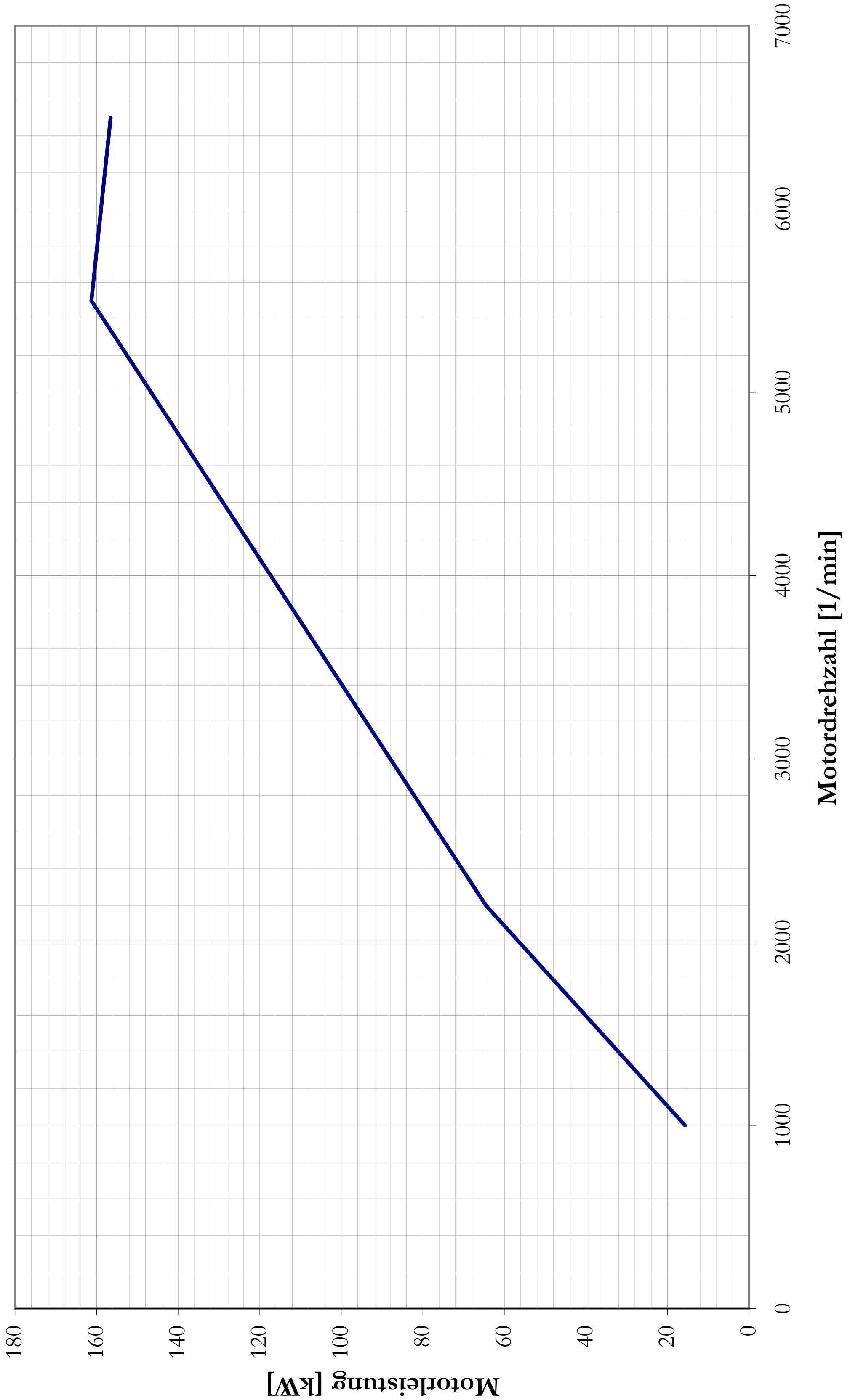
   Berechnung der Geschwindigkeiten:

$$v = \frac{2\pi r_T}{i_{ges}} n_M$$

1. Gang	$v[m/s] = 0,1102 \cdot n_M[s^{-1}]$
2. Gang	$v[m/s] = 0,1995 \cdot n_M[s^{-1}]$
3. Gang	$v[m/s] = 0,2992 \cdot n_M[s^{-1}]$
4. Gang	$v[m/s] = 0,4189 \cdot n_M[s^{-1}]$
5. Gang	$v[m/s] = 0,5236 \cdot n_M[s^{-1}]$

   Die Grenzgeschwindigkeiten müssen für die größte und die geringste Übersetzung mit der kleinsten bzw. größten Drehzahl berechnet werden. Man erhält so die Mindest- und die Maximalgeschwindigkeit, wobei letztere nur unter der Bedingung erreicht wird, daß an den Rädern genügend Traktionskraft generiert werden kann um den bei dieser Geschwindigkeit auftretenden Fahrwiderstand zu überwinden.


Motordrehmoment [Nm]
0
50
100
150
200
250
300
Motordrehzahl [1/min]
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000

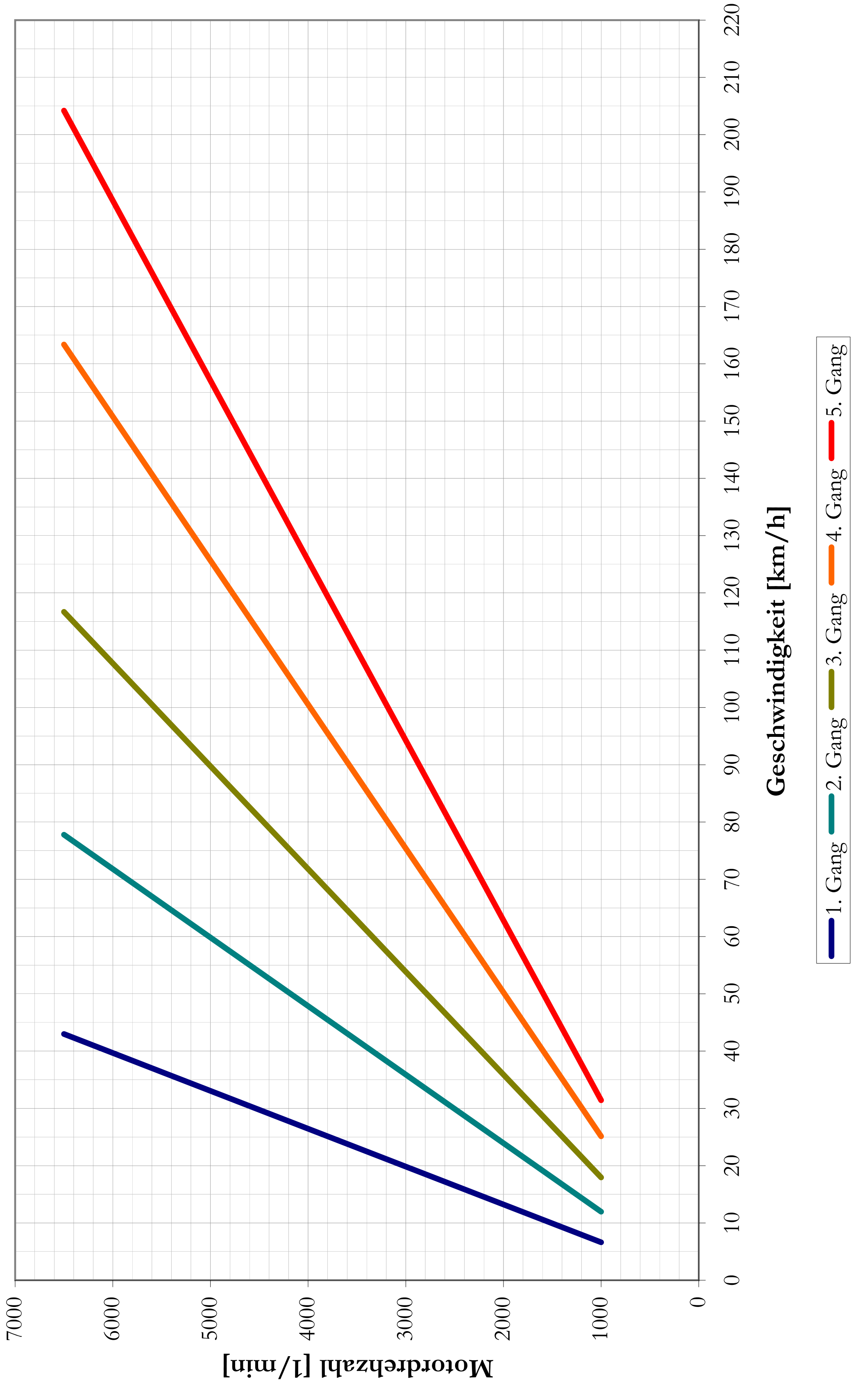

Motorleistung [kW]
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
Motordrehzahl [1/min]
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000

Mindestgeschwindigkeit (1. Gang, kleinste Drehzahl):

$$v = 0,1102 \cdot 16,6667 = 1,8367\,\text{m/s} = 6,6\,\text{km/h}$$

Maximalgeschwindigkeit (5. Gang, größte Drehzahl):

$$v = 0,5236 \cdot 108,3333 = 56,72\,\text{m/s} = 204,2\,\text{km/h}$$


Motordrehzahl [1/min]
0
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000
Geschwindigkeit [km/h]
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
160
170
180
190
200
210
220
1. Gang
2. Gang
3. Gang
4. Gang
5. Gang

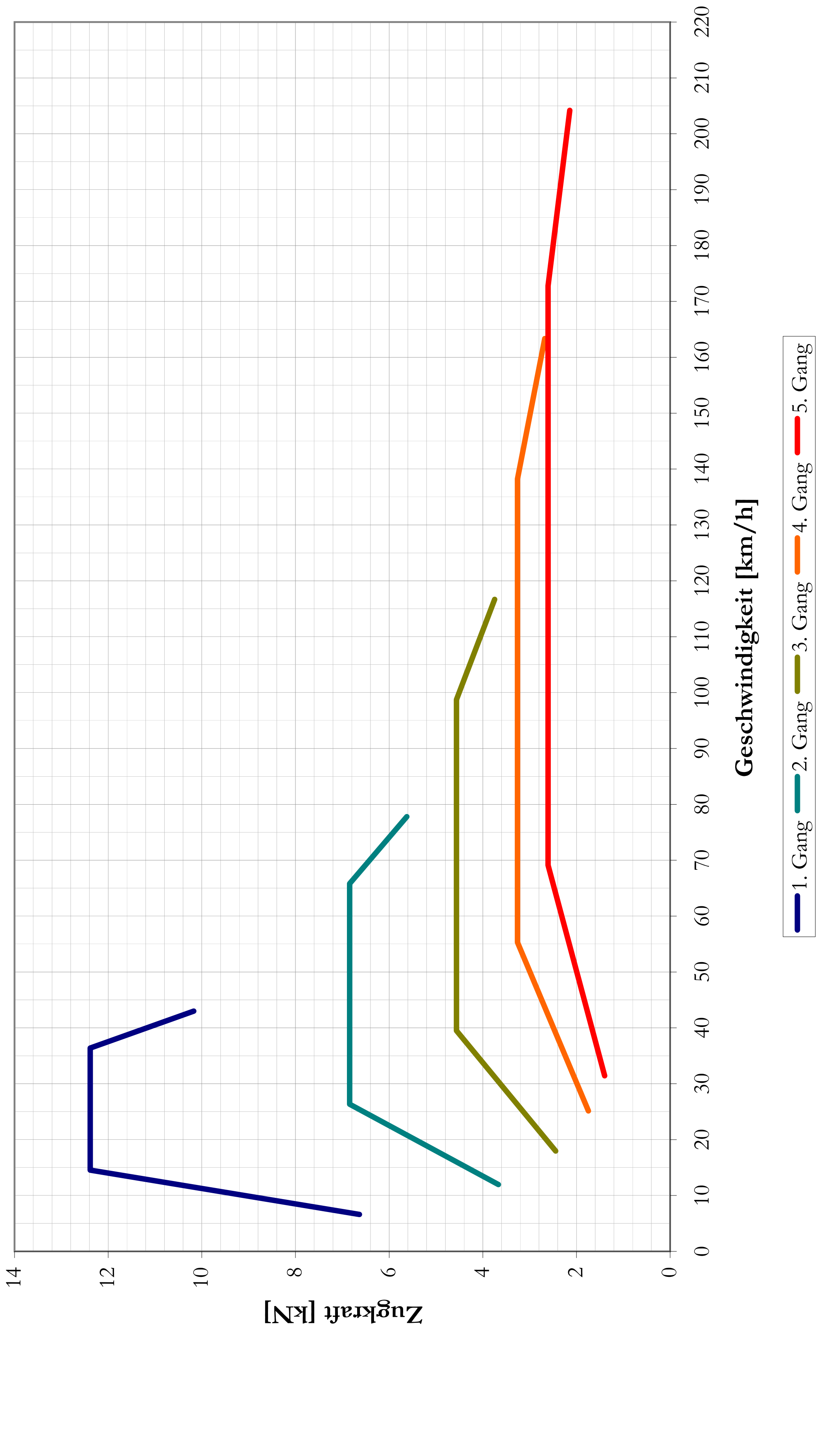
3. Zeichnen Sie das Zugkraftdiagramm für das Fahrzeug unter der Annahme eines konstanten Gesamtwirkungsgrades des Antriebsstranges zwischen Motorwelle und Rädern von 0,8 und einem Hilfsleistungsfaktor ψ von 0,03.

   Berechnung der Antriebskraft an den Rädern:

$$F_T = \frac{1}{r_T} \eta_{ges} i_{ges} M_M (1 - \psi) = 2,5867 \cdot i_{ges} M_M$$

1. Gang	$F_T = 44,232 \cdot M_M$
2. Gang	$F_T = 24,444 \cdot M_M$
3. Gang	$F_T = 16,296 \cdot M_M$
4. Gang	$F_T = 11,640 \cdot M_M$
5. Gang	$F_T = 9,312 \cdot M_M$

   In Kombination mit den bereits errechneten v(n) ergibt sich das Zugkraftdiagramm.



Zugkraft [kN]
0
2
4
6
8
10
12
14
Geschwindigkeit [km/h]
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
160
170
180
190
200
210
220
1. Gang
2. Gang
3. Gang
4. Gang
5. Gang

Aufgabe 2

Die Zugkraftcharakteristik einer im folgenden betrachteten elektrischen Lokomotive mit Drehstromantriebstechnik läßt sich wie folgt charakterisieren:

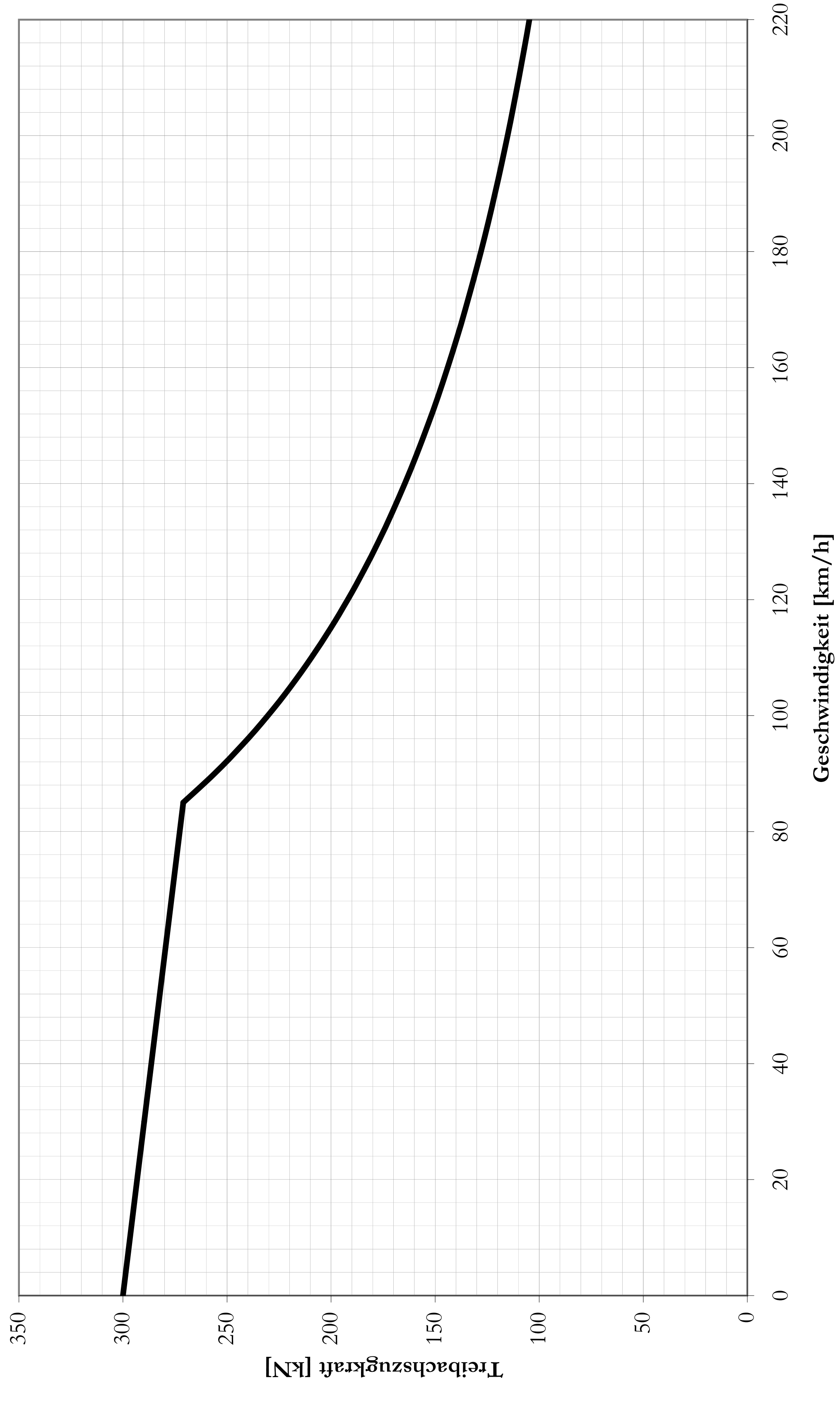
- Maximale Anfahrzugkraft: 300 kN
- linearer Zugkraftabfall bis 85 km/h auf 271 kN
- Zugkraftentwicklung entlang einer Leistungshyperbel mit P = 6,4 MW von 85 bis 220 km/h

1. Zeichnen Sie das Zugkraft-Geschwindigkeitsdiagramm für die Treibräder als Bezugspunkt.

   Berechnung der Zugkrafthyperbel:

$$F_T[kN] = \frac{P}{v[km/h]} \cdot 3,6 \tag{4.1}$$

v [km/h]	F_T [kN]
0	300,0
85	271,0
90	256,0
100	230,4
120	192,0
140	164,6
160	144,0
180	128,0
200	115,2
220	104,7


Treibachszugkraft [kN]
Geschwindigkeit [km/h]
0
50
100
150
200
250
300
350
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
220

2. Berechnen Sie den Verlauf der prozentualen Abweichung, wenn statt mit der Zughakenzugkraft mit der Zugkraft an den Treibrädern gerechnet wird. Ermitteln Sie dazu die Zugkraft am Zughaken für die Geschwindigkeiten 0, 30, 60, 85, 120, 160, 200 und 220 km/h und setzen Sie für die Triebfahrzeugwiderstandskraft folgende Gleichung an:

$$F_{WFT}[kN] = 1,38 + 0,84 \cdot \frac{v[km/h]}{100} + 2,796 \cdot \left(\frac{v[km/h] + 12}{100}\right)^2$$

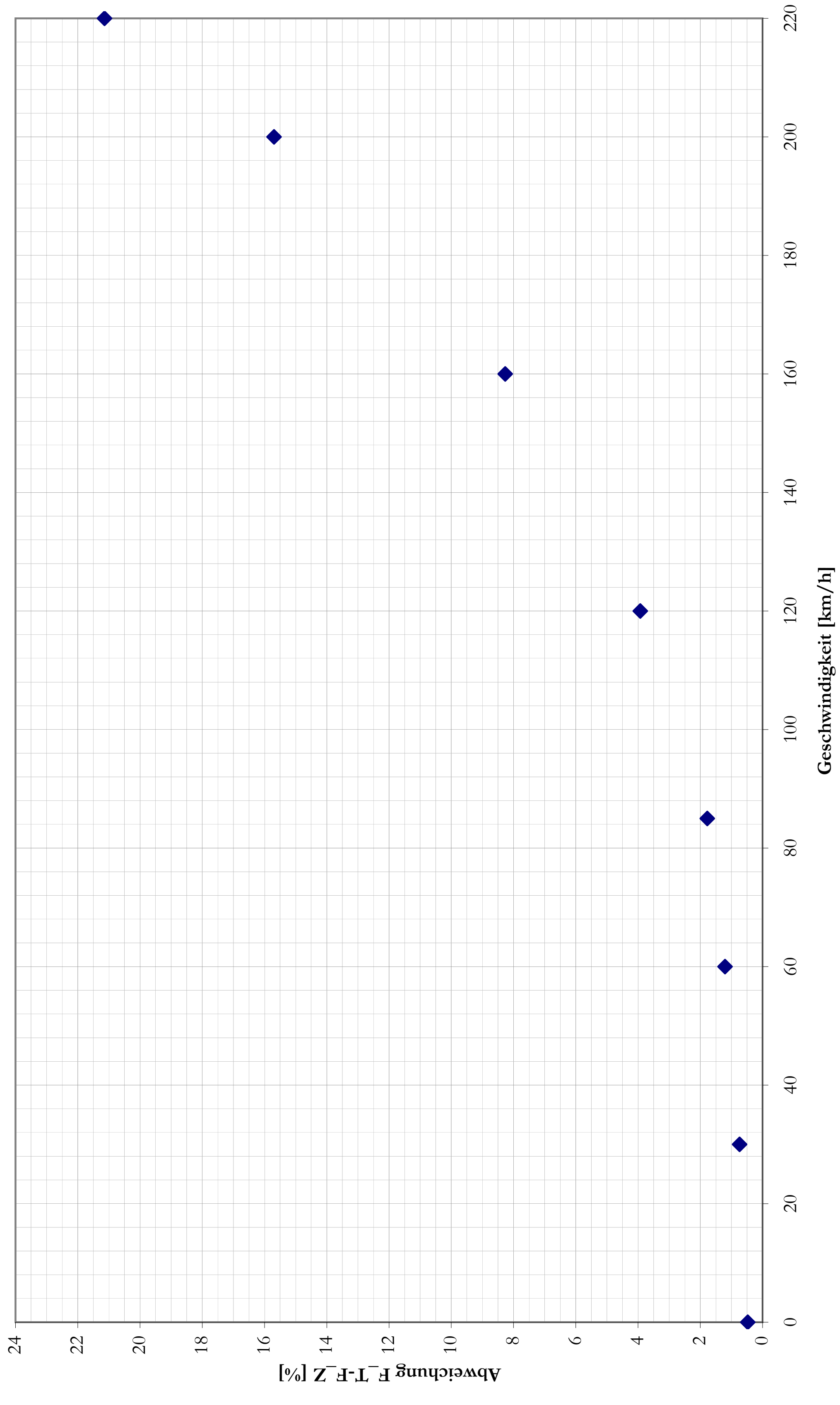
Berechnung der Zughakenzugkraft:

$$F_Z = F_T - F_{WFT}$$

Berechnung der prozentualen Abweichung:

$$\frac{F_T - F_Z}{F_Z} \cdot 100\%$$

v [km/h]	F_T [kN]	$F_{WFT}[kN]$	F_Z [kN]	Abw. [%]
0	300,00	1,42	298,58	0,5
30	289,77	2,13	287,64	0,7
60	279,53	3,33	276,20	1,2
85	271,00	4,73	266,27	1,8
120	192,00	7,26	184,74	3,9
160	144,00	11,00	133,00	8,3
200	115,20	15,63	99,57	15,7
220	104,73	18,28	86,45	21,1


Abweichung F_T-F_Z [%]
Geschwindigkeit [km/h]
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200
220

3. Berechnen Sie die Wagenzugmasse, die von dieser Lokomotive (m_T = 85 t) mit 100 km/h eine Steigung von 25‰ hochgeschleppt werden kann, wenn eine Restbeschleunigung von 0,03m/s^2 verfügbar sein soll, der Massenfaktor für den gesamten Zug 1,06 beträgt und der Wagenzugwiderstand der betrachteten Zuggattung mit folgender Formel abgeschätzt wird:

$$f_{WFW} = 0,0012 + 0,0022 \cdot \left(\frac{v[km/h]}{100}\right)^2$$

Die fahrdynamische Grundgleichung liefert für den hier gegebenen Fall der Beharrungsfahrt:

$$F_T - F_{WFT} - F_{WFW} - F_{WS} = 0$$

Die Forderung nach einer Beschleunigungsreserve erfordert die Berücksichtigung einer weiteren Kraft, die von der Zugkraft abzuziehen ist. Man erhält:

$$\begin{aligned} 0 &= F_T - F_{WFT} - F_{WFW} - F_{WS} - a\xi_Z m_Z \\ &= F_T - F_{WFT} - f_{WFW} m_W g - (m_T + m_W) gi - a\xi_Z (m_T + m_W) \end{aligned}$$

Umstellen nach der Wagenzugmasse ergibt:

$$\begin{aligned} m_W \left(a\xi_Z + g f_{WFW} + gi\right) &= F_T - F_{WFT} - m_T gi - a\xi_Z m_T \\ m_W &= \frac{F_T - F_{WFT} - m_T gi - a\xi_Z m_T}{a\xi_Z + g f_{WFW} + gi} \end{aligned}$$

Für v = 100 km/h erhält man im einzelnen:

$$\begin{aligned} F_T &= \frac{6400 kW}{100 km/h} \cdot 3,6 \frac{km/h}{m/s} = 230,4\, kN \\ F_{WFT} &= 1,38 + 0,84 \cdot \frac{100}{100} + 2,796 \cdot \left(\frac{112}{100}\right)^2 = 5,727\, kN \\ f_{WFW} &= 0,0012 + 0,0022 \cdot \left(\frac{100}{100}\right)^2 = 0,0034 \end{aligned}$$

Somit läßt sich die Wagenzugmasse ermitteln:

$$\begin{aligned} m_W &= \frac{230,4 - 5,727 - 85 \cdot 0,025 \cdot 9,81 - 0,03 \cdot 1,06 \cdot 85}{0,03 \cdot 1,06 + 9,81 \cdot 0,0034 + 9,81 \cdot 0,025} \\ &= \frac{201,1238}{0,3104} \\ &= 647,95\, t \approx 648\, t \end{aligned}$$

5 Übungskomplex Leistungs- und Energiebedarf

5.1 Aufgaben zum Selbststudium

1. $P_T = 2837$ kW
2. $\Delta P_T = 1965$ kW
3. ja

5.2 Musterlösung zur 4. Gruppenübung

Wahlaufgabe 1A (Schienenverkehr)

Es soll eine elektrische Lokomotive mit 4 angetriebenen Radsätzen und Einzelradsatzantrieb für den Güterverkehr ausgelegt werden. Sie soll in der Lage sein, einen Güterganzzug mit 1600 t Wagenzugmasse in einer Steigung von 3 ‰ mit einer Geschwindigkeit von 120 km/h zu befördern. Folgende Randbedingungen müssen zusätzlich berücksichtigt werden:

- Beschleunigungsreserve: $f_a = 3$ N/kN
- Fahrzeugwiderstand der Lokomotive: $F_{WFT} = 1,42 + 0,84 \frac{v}{100} + 2,8 \left(\frac{v+12}{100}\right)^2$
- Wagenzugwiderstand: $f_{WFW} = 0,0012 + 0,0025 \left(\frac{v}{100}\right)^2$
- Lokomotivmasse: 84 t
- Wirkungsgrad des Radsatzantriebes: 0,97

1. Wählen Sie aufgrund der gegebenen fahrdynamischen Anforderungen einen Fahrmotor geeigneter Leistung aus. Es stehen dabei drei verschiedene Fahrmotortypen mit unterschiedlicher Leistung zur Verfügung:
   Motor A: 1250 kW, Motor B: 1450 kW, Motor C: 1650 kW.

   - Berechnung der Fahrzeugwiderstände:

$$F_{WFT} = 1,42 + 0,84 \frac{120}{100} + 2,8 \left(\frac{120+12}{100}\right)^2 = 7,31\,\text{kN}$$

$$f_{WFW} = 0,0012 + 0,0025 \left(\frac{120}{100}\right)^2 = 0,0048$$

$$F_{WFW} = 1600\,\text{t} \cdot 9,81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,0048 = 75,34\,\text{kN}$$

   - Einsetzen in Gleichung zur Leistungsabschätzung (Gl. 5.3 ForSa):

$$P_{FM} = 120\,\text{km/h} \cdot \frac{7,31\,\text{kN} + 75,34\,\text{kN} + 1684\,\text{t} \cdot 9,81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0,003 + 0,003)}{3,6\,\frac{\text{km/h}}{\text{m/s}} \cdot 4 \cdot 0,97}$$

$$= 120\,\text{km/h} \cdot \frac{181,77\,\text{kN}}{13,968\,\frac{\text{km/h}}{\text{m/s}}} = 1562\,\text{kW}$$

   Motor C mit 1650 kW Nennleistung sollte gewählt werden. Damit ergibt sich am Treibradumfang eine Leistung von 6400 kW (4·1650 kW·0,97).

2. Für welche Nennleistung muss der Transformator der Lokomotive ausgelegt werden? Nehmen Sie für den Wirkungsgrad der Leistungselektronik zwischen Trafo und Fahrmotoren einen Wert von 0,97 an. Ein Hilfsleistungsbedarf von 900 kW ist zu berücksichtigen.

   - Bestimmung der Nennleistung für *Traktion* am Trafo-Ausgang P_{TT}:

$$P_{\text{Trafo,T}} = \frac{4 \cdot 1650\,\text{kW}}{0,97} = 6804\,\text{kW}$$

   - Bestimmung der *gesamten* Trafo-Nennleistung:

$$P_{\text{Trafo}} = P_{\text{Trafo,T}} + P_{\text{Trafo,H}} = 6804\,\text{kW} + 900\,\text{kW} \approx 7700\,\text{kW}$$

3. Ist die Lokomotive in der Lage, den Güterzug eine Rampe mit einer Steigung von 10 ‰ hinaufzuziehen und dabei eine Geschwindigkeit von mindestens 100 km/h zu erzielen?

- Berechnung Triebfahrzeugwiderstandsleistung:

$$\begin{aligned} P_{\text{WFT}}(100\,\text{km/h}) = F_{\text{WFT}}(100\,\text{km/h}) \cdot v = \left(1,42 + 0,84 + 2,8 \cdot 1,12^2\right) \cdot \frac{100}{3,6} \\ = 160\,\text{kW} \end{aligned}$$

- Berechnung der Wagenzugwiderstandsleistung:

$$\begin{aligned} P_{\text{WFW}}(100\,\text{km/h}) &= f_{\text{WFW}}(100\,\text{km/h}) \cdot m \cdot g \cdot v \\ &= (0,0012 + 0,0025) \cdot 1600 \cdot 9,81 \cdot \frac{100}{3,6} \\ &= 1613\,\text{kW} \end{aligned}$$

- Berechnung der Streckenwiderstandsleistung:

$$\begin{aligned} P_{\text{WS}}(100\,\text{km/h}) &= f_{\text{WS}}(100\,\text{km/h}) \cdot \text{m} \cdot \text{g} \cdot \text{v} \\ &= 0,01 \cdot 1684 \cdot 9,81 \cdot \frac{100}{3,6} \\ &= 4589\,\text{kW} \end{aligned}$$

- Ermittlung und Vergleich der Gesamtleistung an den Treibrädern:

$$P_{T,\text{erf}} = P_{WFT} + P_{WFW} + P_{WS} = 160\,\text{kW} + 1613\,\text{kW} + 4589\,\text{kW} = 6362\,\text{kW}$$
$$P_{T,\text{erf}} \leq P_{T,\text{max}}$$

Fahrt in Steigung von 10 ‰ mit 100 km/h kann mit angegebener Wagenzugmasse realisiert werden

Wahlaufgabe 1B (Straßenverkehr)

Es soll ein Dieselmotor für eine Sattelzugmaschine (18 t) ausgewählt werden. Diese soll in der Lage sein, einen Sattelauflieger mit einer Masse von 26 t in der Ebene mit einer Geschwindigkeit von 80 km/h zu befördern. Folgende Randbedingungen müssen zusätzlich berücksichtigt werden:

- Restbeschleunigung bei v = 80 km/h: 0,1 m/s^2
- Massenfaktor im höchsten Gang: 1,03
- Rollwiderstandsbeiwert: $f_{WR} = 0{,}01$
- größte Fahrzeugquerschnittsfläche: $A = 9\,m^2$
- Luftwiderstandsbeiwert: $c_W = 0{,}58$
- Gesamtwirkungsgrad des Antriebsstranges zwischen Dieselmotor und Antriebsrädern: 0,9
- Hilfs-/Komfortleistungsbedarf: 30 kW

1. Wählen Sie aufgrund der gegebenen fahrdynamischen Anforderungen einen Dieselmotor geeigneter Leistung aus. Es stehen dabei drei Aggregate mit unterschiedlicher Leistung zur Verfügung:
   Motor A: 175 kW, Motor B: 265 kW, Motor C: 310 kW.

   - Berechnung der Fahrzeugwiderstände:

$$F_{\text{WR}} = f_{\text{WR}} \cdot m \cdot g = 0,01 \cdot (18000\,\text{kg} + 26000\,\text{kg}) \cdot 9,81\,\text{m/s}^2$$
$$F_{\text{WR}} = 4316\,\text{N}$$
$$F_{\text{WL}} = \frac{\rho_{\text{L}}}{2} c_{\text{W}} A v^2 = \frac{1,225\,\text{kg/m}^3}{2} \cdot 0,58 \cdot 9\,\text{m}^2 \cdot 22,2^2\,\text{m}^2/\text{s}^2$$
$$F_{\text{WL}} = 1576\,\text{N}$$

   - Berechnung der Zugkraftreserve (zur Restbeschleunigung):

$$F_{\text{a}} = \ddot{x}\xi m = 0,1\,\text{m/s}^2 \cdot 1,03 \cdot (18000\,\text{kg} + 26000\,\text{kg})$$
$$F_{\text{a}} = 4532\,\text{N}$$

   - Berechnung des Zugkraftbedarfes an den Treibrädern:

$$F_{\text{T,erf}} = F_{\text{WR}} + F_{\text{WL}} + F_{\text{a}}$$
$$F_{\text{T,erf}} = 4316\,\text{N} + 1576\,\text{N} + 4532\,\text{N}$$
$$F_{\text{T,erf}} = 10424\,\text{N}$$

- Berechnung des Leistungsbedarfes an den Treibrädern:

$$P_{\text{T,erf}} = F_{\text{T,erf}} \cdot v$$
$$P_{\text{T,erf}} = 10424\,\text{N} \cdot 22,2\,\text{m7s}$$
$$P_{\text{T,erf}} = 232\,\text{kW}$$

- Ermittlung der Dieselmotorleistung unter Berücksichtigung des Hilfsleistungsbedarfes:

$$P_{\text{DM}} = \frac{P_{\text{T,erf}}}{\eta_{\text{ges}}} + P_{\text{Hilf}}$$
$$P_{\text{DM}} = \frac{232\,\text{kW}}{0,9} + 30\,\text{kW}$$
$$P_{\text{DM}} = 288\,\text{kW}$$

Motor C mit 310 kW Nennleistung sollte gewählt werden.

2. Ist der Sattelzug in der Lage, eine Steigung von 6 % zu bewältigen, ohne dass die Geschwindigkeit unter 65 km/h absinkt?

- Abschätzung der Leistung an den Treibrädern mit dem gewählten Dieselmotor C:

$$P_{\text{T}} \approx (P_{\text{DM}} - P_{\text{Hilf}}) \cdot \eta_{\text{ges}}$$
$$P_{\text{T}} \approx (310\,\text{kW} - 30\,\text{kW}) \cdot 0,9$$
$$P_{\text{T}} \approx 252\,\text{kW}$$

- Berechnung der erforderlichen Leistung an den Treibrädern:

$$P_{\text{T,erf}}(65\,\text{km/h}) = (F_{\text{WL}}(65\,\text{km/h}) + F_{\text{WR}} + F_{\text{WS}}) \cdot v$$
$$P_{\text{T,erf}}(65\,\text{km/h}) = (1042\,\text{N} + 4316\,\text{N} + 25898\,\text{N}) \cdot 18,1\,\text{m/s}$$
$$P_{\text{T,erf}}(65\,\text{km/h}) = 566\,\text{kW}$$

Eine Steigung von 6% kann nicht befahren werden, ohne daß die Geschwindigkeit unter 65 km/h fällt. Die Diskrepanz zwischen erforderlicher und vorhandener Traktionsleistung ist zu groß.

Aufgabe 2

Auf der in Abbildung 5.1 gezeigten Strecke sollen neuartige Triebwagen mit dieselelektrischem Antrieb eingesetzt werden. Diese verfügen über 2 identische Antriebsanlagen, deren Dieselmotoren eine Nennleistung von je 495 kW aufweisen. Um Kraftstoff zu sparen, lässt sich eine Antriebsanlage optional abschalten. Überprüfen Sie, in welchem der drei Streckenabschnitte eine solche Maßnahme aus fahrdynamischer Sicht möglich wäre und legen Sie bei Ihren Berechnungen folgende Annahmen zugrunde:

- Fahrzeugmasse: 68 t
- Zuladung: 160 Passagiere (je 75 kg)
- Hilfsbetriebefaktor: ψ=0,05
- Fahrzeugwiderstandsgleichung:

$$F_{WFT} = 0,84 + 0,41 \frac{v}{100} + 2,52 \left(\frac{v + 15}{100} \right)^2$$

- Wirkungsgrad der Leistungsübertragungsanlage: 0,83
- spezifische Beschleunigungsreserve: 0,0030
- Komfortleistungsbedarf: 50 kW

1. Ermittlung der Fahrzeugmasse:

$$m = 68\,\mathrm{t} + 160 \cdot 0,075\,\mathrm{t} = 80\,\mathrm{t}$$

2. Identifikation der relevanten fahrdynamischen Parameter in den Abschnitten:

	i ‰	v km/h
Abschnitt 1	10	100
	5	120
Abschnitt 2	5	120
Abschnitt 3	7	100
	12	80

3. Ermittlung der Fahrzeugwiderstandskräfte für die relevanten Streckenabschnitte:

	i ‰	v km/h	F_{WFT} kN
Abschnitt 1	10	100	4,58
	5	120	5,92
Abschnitt 2	5	120	5,92
Abschnitt 3	7	100	4,58
	12	80	3,44

4. Berechnung der erforderlichen Dieselmotorleistung mittels der Auslegungsgleichung für Dieseltriebfahrzeuge (zugeschnittene Größengleichung (v in km/h) - siehe Formelsammlung):

$$P_{DM,\mathrm{erf}} = P_{DM,T} + P_{\mathrm{Komf}} = \frac{v\,(F_{WFT} + m \cdot g \cdot [f_{WS} + f_a])}{3,6 \cdot \eta_{\mathrm{Lü}} \cdot (1-\psi)} + 50\,\mathrm{kW}$$
$$= \frac{v\left(F_{WFT} + 80\,\mathrm{t} \cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2} \cdot [i + 0,0030]\right)}{3,6 \cdot 0,83 \cdot 0,95} + 50\,\mathrm{kW}$$

	i ‰	v km/h	F_{WFT} kN	$P_{DM,\mathrm{erf}}$ kW
Abschnitt 1	10	100	4,58	571
	5	120	5,92	566
Abschnitt 2	5	120	5,92	566
Abschnitt 3	7	100	4,58	488
	12	80	3,44	479

Im Abschnitt 3 kann der Leistungsbedarf durchgehend mit einem Antriebsaggregat gedeckt werden. Folglich wäre eine Abschaltung der zweiten Antriebsanlage in diesem Abschnitt möglich, sofern die Fahrzeitverlängerung während der Beschleunigungsvorgänge mit reduzierter Leistung zu verkraften ist.

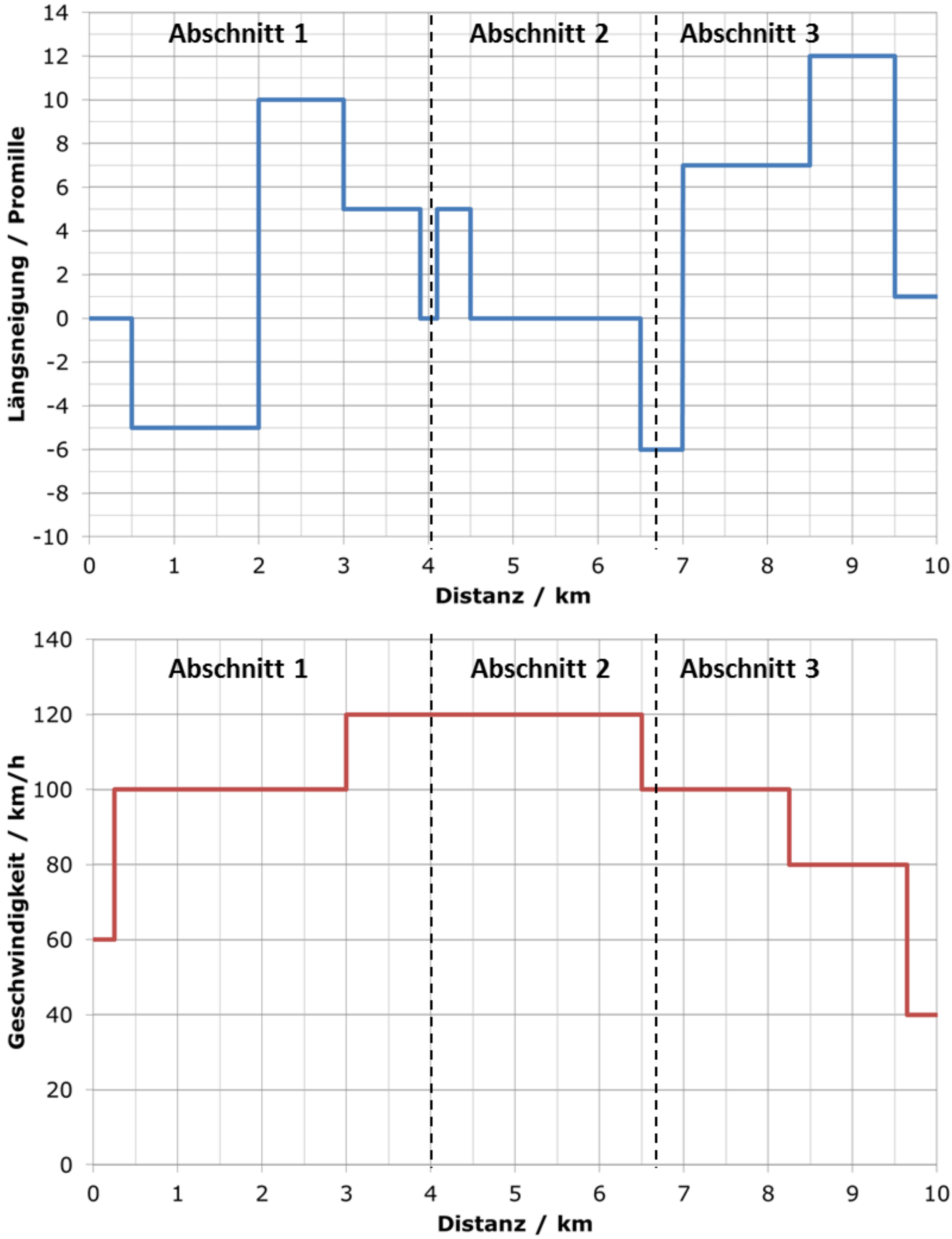


Abbildung 5.1: Neigungs- und Geschwindigkeitsprofil (Aufgabe 2)

6 Übungskomplex Energiebedarf

6.1 Aufgaben zum Selbststudium

1. 78 kWh
2. 52,1 kWh/km
3. 11,47 kWh

6.2 Aufgaben zur 5. Gruppenübung

Aufgabe 1

Betrachtet wird die Fahrt eines Regionalexpresses bestehend aus einer Elektrolok (Typ 1) mit konventioneller Antriebstechnik (m_T=83 t) und 5 Personenzug-Wagen (m_W=157 t). Die Widerstände von Lok und Wagenzug werden durch die folgenden Gleichungen angenähert:

- Lok:
$$F_{WFT} = 3,66 + 4,63 \left(\frac{v}{100}\right)^2$$
- Wagenzug:
$$f_{WFW} = 0,0016 + 0,0032 \left(\frac{v}{100}\right)^2$$

Berechnen Sie unter Zuhilfenahme des TLV-Diagrammes (siehe Abbildung 6.1) den Energiebedarf je Kilometer für die folgenden Fälle:

1. Der Zug fährt mit einer Geschwindigkeit von 160 km/h in der Ebene.
   - Ermittlung der erforderlichen Zugkraft an den Treibrädern:
$$\begin{aligned} F_{T,\text{erf}} &= F_{WFT}(160\,\text{km/h}) + F_{WFW}(160\,\text{km/h}) \\ &= 3,66 + 4,63 \cdot 1,6^2 + (0,0016 + 0,0032 \cdot 1,6^2) \cdot 157\,\text{t} \cdot 9,81\,\text{m/s}^2 \\ &= 30,6\,\text{kN} \approx 31\,\text{kN} \end{aligned}$$
   - Ablesen des TLV-Diagrammes ergibt für Wertepaar 160 km/h und 31 kN: $\beta \approx 1550\,\text{kW}$
   - Ermittlung des Zeitbedarfes für 1 km Wegstrecke:
$$t_{1\,\text{km}} = \frac{s}{v} = \frac{1\,\text{km}}{160\,\text{km/h}} = 6,25 \cdot 10^{-3}\,\text{h}$$
   - Bestimmung des Energiebedarfes pro km W_S:
$$W_S = 1550\,\text{kW} \cdot 6,25 \cdot 10^{-3}\,\text{h} = 9,7\,\text{kWh/km}$$

2. Der Zug fährt mit einer Geschwindigkeit von 160 km/h in einer Steigung von 12 ‰.

   - Ermittlung der erforderlichen Zugkraft an den Treibrädern:

$$\begin{aligned} F_{T,\text{erf}} &= F_{WFT}(160\,\text{km/h}) + F_{WFW}(160\,\text{km/h}) + F_{WS}(12\,‰) \\ &= 15,5\,\text{kN} + 15,1\,\text{kN} + 0,012 \cdot 240 \cdot 9,81 \\ &= 58,9\,\text{kN} \approx 59\,\text{kN} \end{aligned}$$

   - Ablesen des TLV-Diagrammes ergibt für Wertepaar 160 km/h und 59 kN: $\beta \approx 2900\,\text{kW}$
   - Bestimmung des Energiebedarfes pro km:

$$W_S = 2900\,\text{kW} \cdot 6,25 \cdot 10^{-3}\,\text{h} = 18,1\,\text{kWh/km}$$

3. Der Zug fährt mit einer Geschwindigkeit von 80 km/h in einer Steigung von 20 ‰.

   - Ermittlung der erforderlichen Zugkraft an den Treibrädern:

$$\begin{aligned} F_{T,\text{erf}} &= F_{WFT}(80\,\text{km/h}) + F_{WFW}(80\,\text{km/h}) + F_{WS}(20\,‰) \\ &= 6,6\,\text{kN} + 5,6\,\text{kN} + 47\,\text{kN} \\ &= 59,2\,\text{kN} \approx 59\,\text{kN} \end{aligned}$$

   - Ablesen des TLV-Diagrammes ergibt für Wertepaar 80 km/h und 59 kN: $\beta \approx 1450\,\text{kW}$
   - Bestimmung des Energiebedarfes pro km:

$$W_S = 1450\,\text{kW} \cdot 0,0125\,\text{h} = 18,1\,\text{kWh/km}$$

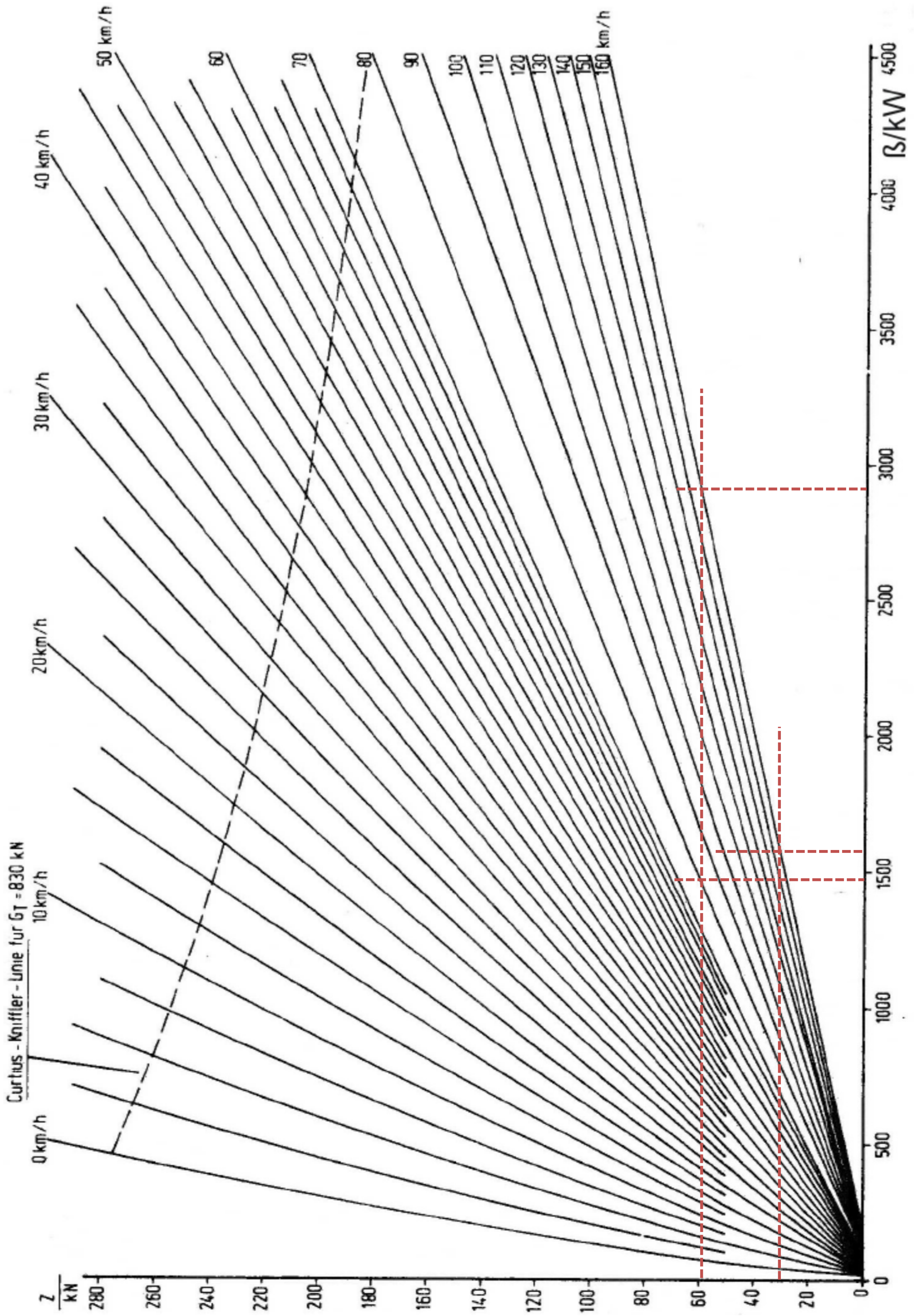


Abbildung 6.1: TLV-Diagramm Ellok Typ 1 (konventionelle Antriebstechnik), **Bezugspunkt: Treibradumfang**

Aufgabe 2

Eine Ellok vom Typ 2 schleppt einen Güterzug (m_W=1600 t) mit einer konstanten Geschwindigkeit von v=80 km/h über eine Strecke mit wechselnden Neigungen.

- Wagenzugwiderstand:

$$f_{WFW} = 0,0016 + 0,0057 \left(\frac{v}{100}\right)^2$$

- Streckencharakteristik:

Streckenlänge [m]	2000	1500	1700	2300
Neigung [‰]	1,75	3,05	-0,15	-4,00

1. Ermitteln Sie unter Zuhilfenahme des Kennlinienfeldes (siehe Abbildung 6.2) den Energiebedarf sowie den durchschnittlichen Energiebedarf pro km und pro tkm für die betrachtete Gesamtstrecke.

   - Ermittlung des Wagenzugwiderstandes für v = 80 km/h:

   $$F_{WFW} = \left(0,0016 + 0,0057 \cdot 0,8^2\right) \cdot 1600\,\mathrm{t} \cdot 9,81\,\mathrm{m/s^2} = 82,4\,\mathrm{kN}$$

   - Ermittlung der erforderlichen Zughakenzugkraft $F_{Z,\mathrm{erf}}$ für die angegebenen Streckenabschnitte:

Streckenlänge [m]	2000	1500	1700	2300
Neigung [‰]	1,75	3,05	-0,15	-4,00
$\mathbf{F_{Z,erf}}$ [kN]	**110**	**130**	**80**	**20**

- Auslesen des Kennlinienfeldes für die ermittelten Kraft-Geschwindigkeits-Wertepaare:

Streckenlänge [m]	2000	1500	1700	2300
Neigung [‰]	1,75	3,05	-0,15	-4,00
$F_{Z,erf}$ [kN]	**110**	**130**	**80**	**20**
W_S [kWh/km]	**40**		**30**	**10**
P_A [kW]	**-**	$\approx$ **3900**	**-**	**-**

- Ermittlung des Gesamtenergiebedarfes für die betrachtete Strecke:

$$\begin{aligned} W_{\text{ges}} &= W_{S,1} \cdot s_1 + P_{A,2} \cdot t_2 + W_{S,3} \cdot s_3 + W_{S,4} \cdot s_4 \\ &= 40\,\text{kWh/km} \cdot 2\,\text{km} + 3900\,\text{kW} \cdot \frac{1,5\,\text{km}}{80\,\text{km/h}} + 30 \cdot 1,7 + 10 \cdot 2,3 \\ &= 227\,\text{kWh} \end{aligned}$$

- Ermittlung des spezifischen Energiebedarfes:

$$W_{S,\varnothing} = \frac{227\,\text{kWh}}{7,5\,\text{km}} = 30,3\,\text{kWh/km}$$

- Bezug auf die Wagenzugmasse:

$$W_{S,m_W} = \frac{W_{S,\varnothing}}{m_W} = \frac{30,3\,\text{kWh/km}}{1600\,\text{t}} = 0,019\,\text{kWh/tkm}$$

2. Ermitteln Sie für alle Teilstrecken den Fahrzeugwirkungsgrad und tragen Sie die Wirkungsgrade in einem Diagramm über der Zughakenleistung auf.

- Umrechnung des wegspezifischen Energiebezuges in Leistungsaufnahme am Stromabnehmer P_A:

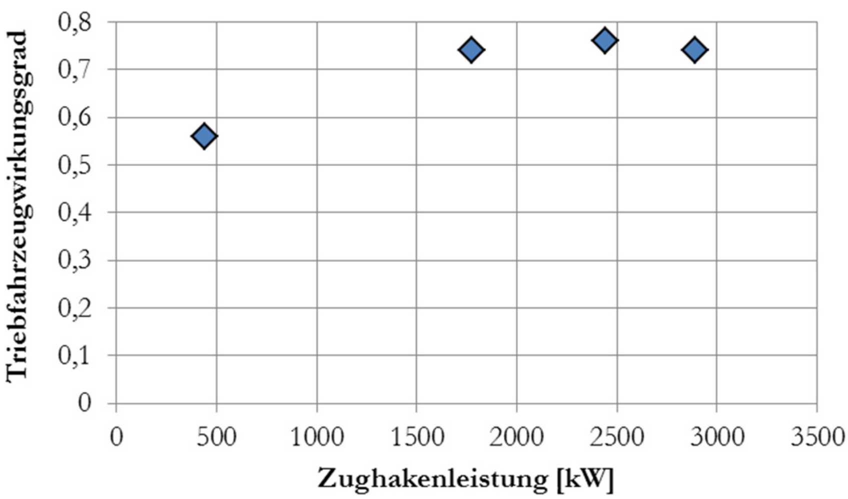
$$P_A = W_S \cdot v$$

damit ergibt sich für Tabelle:

Streckenlänge [m]	2000	1500	1700	2300
Neigung [‰]	1,75	3,05	-0,15	-4,00
$F_{Z,erf}$ [kN]	**110**	**130**	**80**	**20**
W_S [kWh/km]	**40**	**50**	**30**	**10**
P_A [kW]	**3200**	**≈ 3900**	**2400**	**800**

- Berechnung der Zughakenleistung und Bezug auf Leistungsaufnahme am Stromabnehmer zur Bestimmung des Gesamtwirkungsgrades ergibt:

Streckenlänge [m]	2000	1500	1700	2300
Neigung [‰]	1,75	3,05	-0,15	-4,00
$F_{Z,erf}$ [kN]	**110**	**130**	**80**	**20**
W_S [kWh/km]	**40**	**50**	**30**	**10**
P_A [kW]	**3200**	**≈ 3900**	**2400**	**800**
P_Z [kW]	**2444**	**2889**	**1778**	**444**
η_{Tfz} [-]	**0,76**	**0,74**	**0,74**	**0,56**



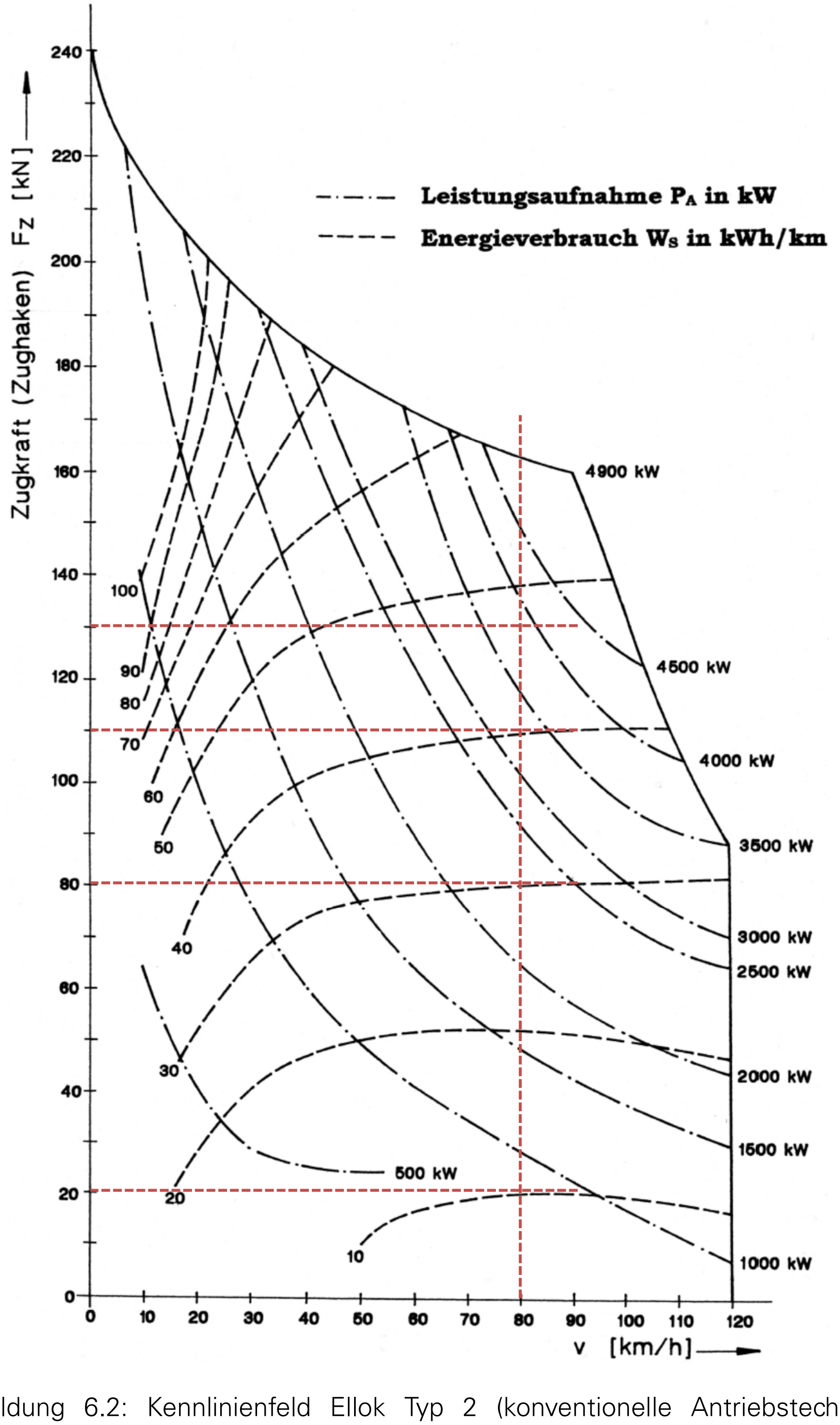


Abbildung 6.2: Kennlinienfeld Ellok Typ 2 (konventionelle Antriebstechnik), **Bezugspunkt: Zughaken**

Aufgabe 3

Ein Nutzfahrzeug mit einer Fahrzeuggesamtmasse von 4,5 t fährt mit einer Geschwindigkeit von 100 km/h auf der Autobahn. Dabei treten Längsneigungen zwischen 0,5 und 1 % auf. Ermitteln Sie den Bereich des Kraftstoffverbrauches, der sich bei diesen Randbedingungen für eine Distanz von 25 km ergibt. Nutzen Sie dafür das in Abbildung 6.3 gegebene Kennfeld des Dieselmotors und gehen Sie dabei von folgenden Annahmen aus:

- Luftwiderstandsbeiwert: $c_W = 0{,}35$
- Fahrzeugquerschnittsfläche: $A = 3\,m^2$
- spezifischer Rollwiderstand: $f_{WR} = 0{,}008$
- Hilfsleistungfaktor: $\psi = 0{,}05$
- Komfortleistungsbedarf: 6 kW
- Getriebewirkungsgrad: 0,92
- Getriebeübersetzung (inkl. Radsatzgetriebe): 4,3
- Rollradius der Antriebsräder: 0,3 m

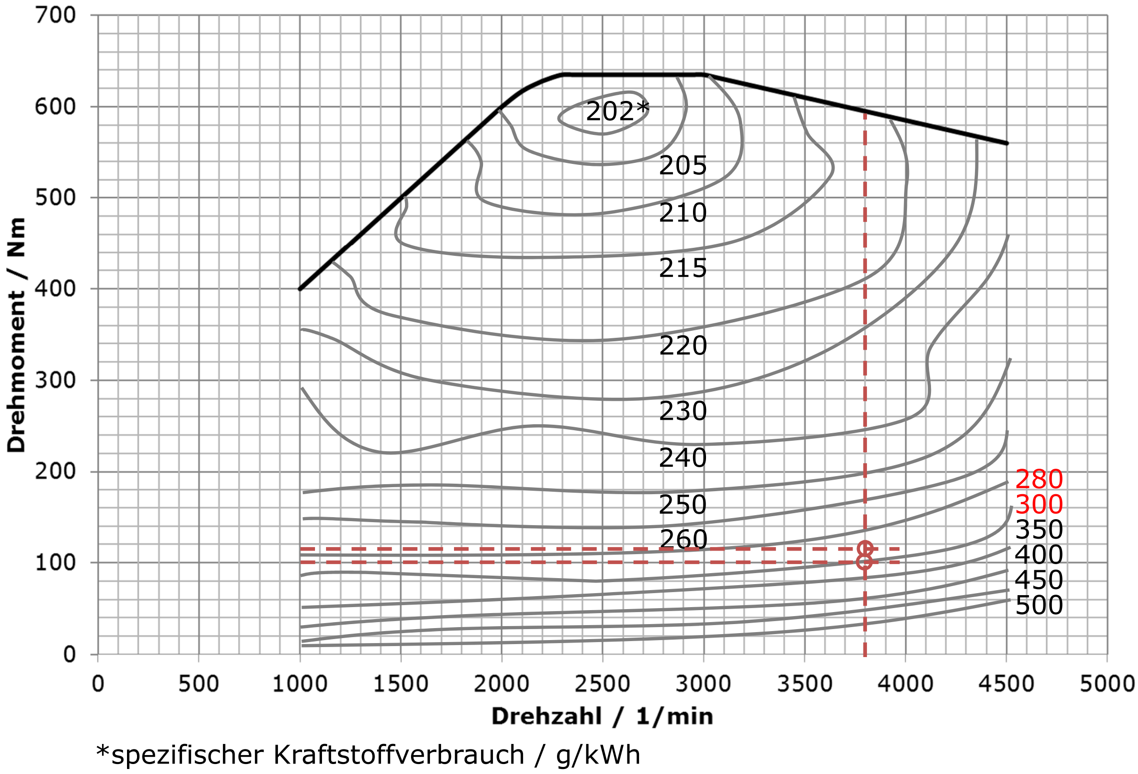


Abbildung 6.3: Kennfeld des Nutzfahrzeug-Dieselmotors (Aufgabe 3)

1. Rollwiderstandkraft:

$$F_{WR} \approx f_{WR} \cdot m \cdot g = 0,008 \cdot 4500\,\text{kg} \cdot 9,81\,\text{m/s}^2 = 353\,\text{N}$$

2. Luftwiderstandskraft:

$$F_{WL} = \frac{\rho_L}{2} c_W A v^2 = \frac{1,2\,\text{kg}}{2\,\text{m}^3} \cdot 0,35 \cdot 3\,\text{m}^2 \cdot 27,7778^2\,\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 486\,\text{N}$$

3. Streckenwiderstandskraft:

$$\begin{aligned} F_{WS} &= mgi = 4500\,\text{kg} \cdot 9,81\,\text{m/s}^2 \cdot (0,005...0,010) \\ &= 221...441\,\text{N} \end{aligned}$$

4. Beharrung: $F_{T,\text{erf}} = \sum F_W$:

$$F_{T,\text{erf}} = F_{WR} + F_{WL} + F_{WS} = 353\,\text{N} + 486\,\text{N} + (221...441)\,\text{N} = 1060...1280\,\text{N}$$

5. Dieselmotordrehzal bei v=100 km/h:

$$\begin{aligned} n_{DM} &= \frac{v i_{SG} i_{RG}}{2\pi r_T} = \frac{27,7778\,\text{m} \cdot 4,3}{2\pi \cdot 0,3\,\text{ms}} \\ &= 63,367\,\text{s}^{-1} \\ &\approx 3800\,\text{min}^{-1} \end{aligned}$$

6. erforderliches Drehmoment des Dieselmotors zur Traktionskrafterzeugung:

$$\begin{aligned} M_{DM,T} &= \frac{F_{T,\text{erf}} \cdot r_T}{\eta_{\text{Getr}} \cdot i_{\text{Getr}} \cdot (1 - \psi)} \\ &= \frac{(1060...1280)\ \text{N} \cdot 0,3\,\text{m}}{0,92 \cdot 4,3 \cdot (1 - 0,05)} \\ &= 82...102\,\text{Nm} \end{aligned}$$

7. erforderliches Zusatzdrehmoment zur Abdeckung des Komfortleistungsbedarfes:

$$\begin{aligned} M_{DM,\text{komf}} &= \frac{P_{DM,\text{Komf}}}{2\pi n_{DM}} = \frac{6000\,\text{Ws}}{2\pi \cdot 63,367} \\ &= 15,1\,\text{Nm} \end{aligned}$$

8. Lastpunkte im Dieselmotorkennfeld:

i / %	n_{DM} / min^{-1}	M_{DM}	P_{DM}/kW	b_{DK} / g/kWh
0,5	3800	100	39,8	300
1,0	3800	117	46,6	290

9. Verbrauch auf 25 km (Anmerkung: Fahrzeit: 0,25 h und 1 l Dieselkraftstoff ≈ 0,83 kg Dieselkraftstoff)

   (a) Neigung = 0,5 %:

$$B_{DK} = 39,8\,\text{kW} \cdot 300\,\frac{\text{g}}{kWh} \cdot 0,25\,\text{h} = 2,985\,\text{kg}\,(3,6\,\text{l})$$

   (b) Neigung = 1 %:

$$B_{DK} = 46,6\,\text{kW} \cdot 290\,\frac{\text{g}}{kWh} \cdot 0,25\,\text{h} = 3,379\,\text{kg}\,(4,1\,\text{l})$$

7 Übungskomplex Fahrdynamische Anwendungen

7.1 Aufgaben zum Selbststudium

1. 6 ‰
2. 82 t
3. 26 t
4. $a \approx 0$ ($v \approx 90$ km/h wird gerade so erreicht)

Hinweise

Zur Lösung der Aufgaben zum Selbststudium benötigen Sie lediglich die Formelsammlung (Abschnitt: „Fahrdynamische Charakteristiken“) und einen Taschenrechner.

7.2 Aufgaben zur 6. Gruppenübung

Aufgabe 1

Über Fahrversuche mit einer elektrischen Lokomotive (Drehstromantriebstechnik) wurde folgendes veröffentlicht:
„In Schweden wurde ein Güterzug mit rund 2300 t eine sechs Kilometer lange 10-Promille-Rampe hinaufgezogen. Die Zuglok [...] mit einer Leistung (Anmerkung: an den Treibrädern) von 6.400 kW sorgte für eine konstante Zuggeschwindigkeit von 40 km/h über die komplette Steigung hinweg." (Zitat: LokMagazin 1/2014)
Folgende Daten der Lokomotive sind außerdem bekannt:

Masse der Lokomotive:	87 t
maximale Zugkraft an den Treibrädern:	300 kN
Zugkraft bei max. Leistung:	250 kN

Schätzen Sie die Größenordnung des Fahrzeugwiderstandes des gesamten Zuges ab und legen Sie dabei einen linearen Verlauf der Zugkraft zwischen $v = 0$ und $v = v_{ü}$ zugrunde.

1. Übergangsgeschwindigkeit:

$$v_{ü} = \frac{P_T}{F_T} = \frac{6400\,\text{kW}}{250\,\text{kN}} = 25,6\,\text{m/s} = 92,2\,\text{km/h}$$

2. Zugkraftfunktion für $v=0...v_{ü}$ (zugeschnittene Größengleichung: v in km/h):

$$F_T = 300\,\text{kN} - 0,5423\frac{\text{kN}}{\text{km/h}}v$$

3. Zugkraft bei v=40 km/h:

$$F_T = 300\,\text{kN} - 0,5423\frac{\text{kN}}{\text{km/h}} \cdot 40\,\text{km/h} = 278,3\,\text{kN}$$

4. Streckenwiderstandskraft:

$$F_{WS} = (2300\,\text{t} + 87\,\text{t}) \cdot 9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,010 = 234,2\,\text{kN}$$

5. Fahrzeugwiderstandskraft:

$$F_{WF} = F_T - F_{WS} = 278,3\,\text{kN} - 234,2\,\text{kN} = 44,1\,\text{kN}$$

Wahlaufgabe 2A (Schienenverkehr)

Es soll die in der Abbildung 7.1 dargestellte Anfahrsituation eines Güterzuges untersucht werden. Es handelt sich um einen Ganzzug, der nur beladene Wagen der gleichen Bauart enthält. Der Zug wurde an einem Signal gestellt, das sich kurz hinter einem Steigungsabschnitt befindet. Aufgrund der Neigungswechsel vor der Anfahrstelle kann der Güterzug in Abhängigkeit der Zuglänge in unterschiedlichen Neigungen stehen. Die Lokomotive (Masse: 80 t, Länge: 20 m) kann, wie in der Abbildung gezeigt, eine Anfahrzugkraft von maximal 250 kN erzeugen. Berechnen Sie die maximale Zugmasse, die an dem skizzierten Streckenpunkt mit der betrachteten Lokomotive angefahren werden kann. Ermitteln Sie anschließend die Masse, um die die Wagenzugmasse reduziert werden müsste, wenn der verfügbare Kraftschluss durch ungünstige äußere Bedingungen um 25 % gegenüber dem in dem gezeigten Diagramm zugrunde gelegten Wert reduziert wird.
Folgende weitere Randbedingungen sind bei der Berechnung zu beachten:

- Triebfahrzeugwiderstand der Lokomotive:

$$F_{WFT} = 2,5 + 3,7\left(\frac{v+12}{100}\right)^2$$

- Zuglängenfaktor: 0,38 m/t
- Anfahrwiderstand des Wagenzuges:

$$f_{WFW,0} = 0,006 + 0,3i$$

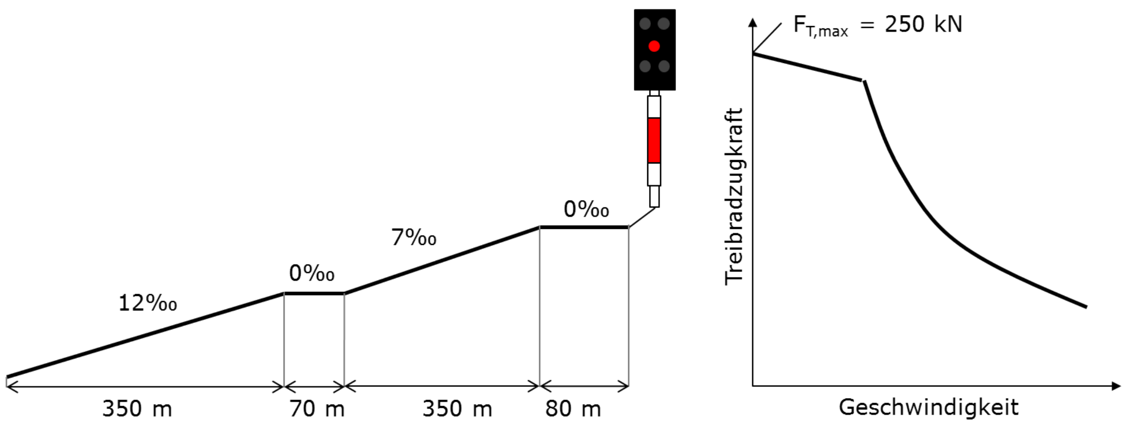


Abbildung 7.1: Anfahrsituation (Aufgabe 2A)

1. Aufstellen des fahrdynamischen Kräftegleichgewichtes im Anfahrpunkt (v=0):

$$0 = F_T(0) - F_{WFT}(0) - m_T g i - m_W g\left(f_{WFA} + i_e\right)$$

2. Umstellen nach der Wagenzugmasse:

$$m_W = \frac{F_T(0) - F_{WFT}(0) - m_T g i}{g\,(f_{WFA} + i_e)}$$

3. Einsetzen des steigungsabhängigen Anfahrwiderstandes: $f_{WFA} = 0,006 + 0,3 i_e$

$$m_W = \frac{F_T(0) - F_{WFT}(0) - m_T g i}{g\,(0,006 + 1,3 i_e)}$$

4. Einsetzen der bekannten Größen (Lok steht vor dem Signal in der Ebene):

$$m_W = \frac{250\,\text{kN} - 2,55\,\text{kN}}{9,81\,\text{m/s}^2\,(0,006 + 1,3 i_e)}$$

5. Annahme: Wagenzuglänge l_Z=700 m, Bestimmung der effektiven Neigung unter dem Wagenzug:

$$\begin{aligned} i_e &= \frac{\sum (l_{W,j} i_j)}{l_W} \\ &= \frac{60\,\text{m} \cdot 0 + 350\,\text{m} \cdot 0,007 + 70\,\text{m} \cdot 0 + 220\,\text{m} \cdot 0,012}{700\,\text{m}} \\ &= 0,00727 \end{aligned}$$

6. Berechnung der Wagenzugmasse für die ermittelte effektive Neigung:

$$\begin{aligned} m_W &= \frac{247,45\,\text{kN}}{9,81\,\text{m/s}^2\,(0,006 + 1,3 \cdot 0,00727)} \\ &= 1632,5\,\text{t} \end{aligned}$$

7. Ermittlung der korrigierten Wagenzuglänge mit Hilfe des Zuglängenfaktors:

$$\begin{aligned} l_{W,\text{korr},1} &= 1632,5\,\text{t} \cdot 0,38\,\frac{\text{m}}{\text{t}} \\ &= 620\,\text{m} \end{aligned}$$

8. Es liegt ein Iterationsproblem vor, weil Zuglänge, effektive Neigung und Zugmasse sich wechselseitig bedingen. Es muss nun so lange eine Korrektur der Wagenzuglänge vorgenommen werden, bis die auf Grundlage des fahrdynamischen Kräftegleichgewichtes ermittelte Wagenzugmasse sich nicht mehr verändert. Dazu wird ein Gütekriterium δ definiert. Im vorliegenden Beispiel wird die Berechnung genau dann als beendet angesehen, wenn die in dem jeweiligen Iterationsschritt errechnete Wagenzugmasse um weniger als 0,2 % von dem im vorhergehenden Iterationsschritt errechneten Wagenzugmasse abweicht ($\delta \leq 0,2$ %).

$$\delta = \left| \frac{m_{W,j}}{m_{W,(j-1)}} - 1 \right|$$

Der Iterationsprozess liefert:

j	$l_{W,\text{korr},j}$	i_e	$m_{W,j}$	δ
1	620 m	0,00666	1721 t	5,42 %
2	654 m	0,00694	1679 t	2,44 %
3	638 m	0,00681	1698 t	1,13 %
4	645 m	0,00687	1689 t	0,53 %
5	642 m	0,00684	1694 t	0,30 %
6	644 m	0,00686	1691 t	0,18 %

Die Wagenzugmasse, mit der der Zug noch angefahren werden kann, beträgt ca. 1690 t.

alternativer Lösungsansatz:

Annahme: Wagenzuglänge $l_z >= 480m$,

Bestimmung der effektiven Neigung unter dem Wagenzug:

$$i_e = \frac{60m \cdot 0 + 350m \cdot 0,007 + 70m \cdot 0 + (l_W - 480m) \cdot 0,012}{l_W}$$

- Einsetzen von $i_e(l_W)$ in $m_W(i_e)$ ergibt die Funktion $m_W(l_W)$.
- Mit der Voraussetzung, dass $\frac{l_W}{m_W}$=0,38 m/t gilt, lässt sich auch diese Funktion in der Form $m_W(l_W)$ darstellen.
- Somit müssen beide nur noch gleichgesetzt werden (2 Unbekannte und 2 Gleichungen).

Für einen um 25 % reduzierten Kraftschluss ergibt sich eine im Vergleich zum Diagramm auf 75 % reduzierte Anfahrzugkraft von 187,5 kN und damit für die Wagenzugmasse:

$$m_W = \frac{184,95\,\text{kN}}{9,81\,\text{m/s}^2\,(0,006 + 1,3 \cdot i_e)}$$

Mit einen Start-Schätzwert von l_W=580 m erhält man i_e=0,00629, m_W=1329 t und $l_{W,\text{korr}}$=505 m. Durch Iteration erhält man:

j	$l_{W,\text{korr},j}$	i_e	$m_{W,j}$	δ
1	505 m	0,00545	1441 t	8,40 %
2	548 m	0,00596	1372 t	4,80 %
3	521 m	0,00565	1413 t	2,97 %
4	537 m	0,00583	1388 t	1,75 %
5	527 m	0,00572	1403 t	1,06 %
6	533 m	0,00579	1394 t	0,63 %
7	530 m	0,00575	1399 t	0,38 %
8	532 m	0,00577	1396 t	0,23 %
9	530 m	0,00576	1398 t	0,14 %

Die Wagenzugmasse müsste bei einem um 25 % verringerten Kraftschlussniveau um ca. 290 t vermindert werden. Dies entspricht etwa 17 % der ursprünglichen Wagenzugmasse.

Wahlaufgabe 2B (Straßenverkehr)

Betrachtet wird ein Fernreisebus mit einer Gesamtmasse von 30 t, der von dem in Abbildung 7.2 charakterisierten Dieselmotor angetrieben wird. Typischwerweise wird das Fahrzeug im Geschwindigkeitsbereich zwischen 80 und 100 km/h auf Autobahnen unterwegs sein. Die auftretenden Längsneigungen liegen dabei in der Regel unterhalb von 60 ‰. Für den Bus soll das mechanische Übersetzungsverhältnis des Schaltgetriebes so ausgelegt werden, dass sich für die Beharrungsfahrt mit 90 km/h in geringer Längsneigung (10 ‰) ein günstiger Kraftstoffverbrauch ergibt. Überprüfen Sie anschließend, ob der Bus mit der so ermittelten Getriebeübersetzung eine Steigung von 30 ‰ mit mindestens 70 km/h befahren kann. Dabei sollen folgende Randbedingungen beachtet werden:

- Luftwiderstandsbeiwert des Busses: 0,4
- Fahrzeugquerschnittsfläche: 9 m^2
- Getriebewirkungsgrad (gesamt): 0,9
- Rollradius der Antriebsräder: 0,5 m
- Getriebeübersetzung des Radsatzgetriebes: 5,1
- spezifischer Rollwiderstand: 0,008
- Komfortleistungsbedarf: 16 kW
- Hilfsleistungfaktor: 0,07

1. Fahrzeugwiderstandskraft bei v = 90 km/h:

$$\begin{aligned} F_{WF} &= F_{WR} + F_{WL} = f_{WR} mg + \frac{\rho_L}{2} c_W A v^2 \\ &= 0,008 \cdot 9,81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 30000\,\mathrm{kg} + \frac{1,2\,\mathrm{kg}}{2\,\mathrm{m}^3} \cdot 0,4 \cdot 9\,\mathrm{m}^2 \cdot 25^2\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} \\ &= 3704\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

2. Neigungswiderstandskraft:

$$\begin{aligned} F_{WS} &= mgi \\ &= 30000\,\mathrm{kg} \cdot 9,81\,\mathrm{m/s}^2 \cdot 0,01 \\ &= 2943\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

3. erforderliche Treibradleistung für v=90 km/h in einer Steigung von 10 ‰:

$$\begin{aligned} P_T &= \sum F_W \cdot v \\ &= (3704\,\mathrm{N} + 2943\,\mathrm{N}) \cdot 25\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\ &= 166,2\,\mathrm{kW} \end{aligned}$$

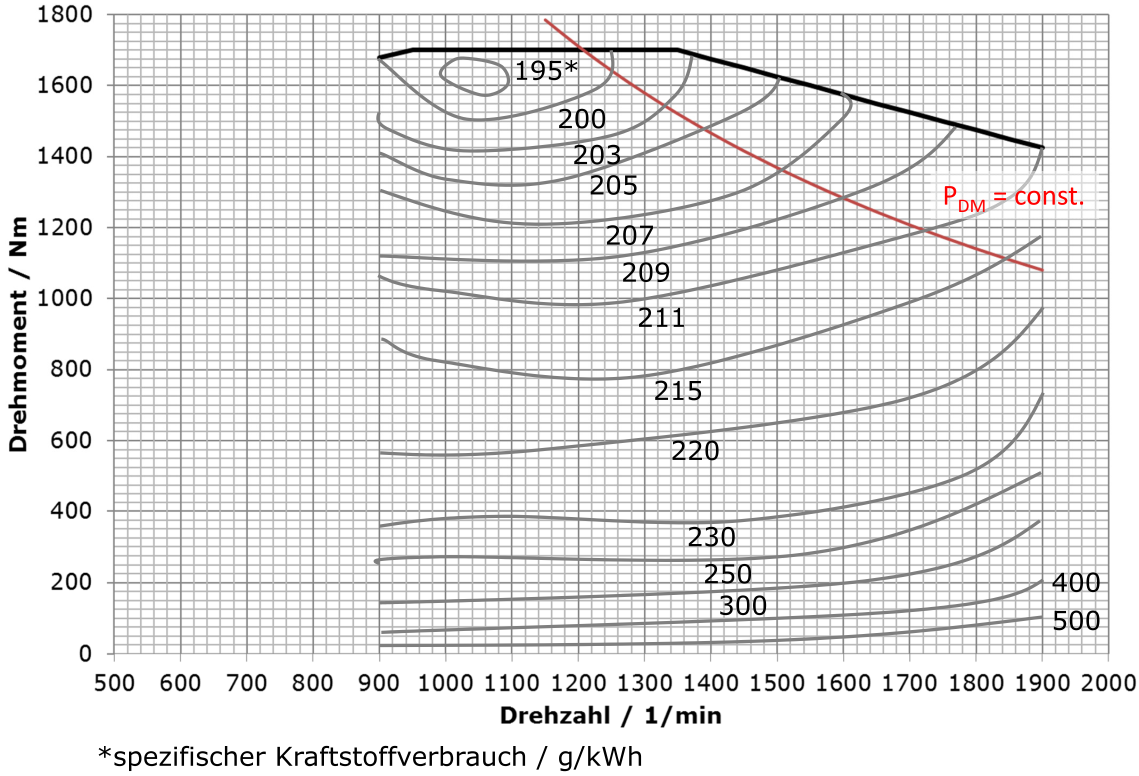


Abbildung 7.2: Kennfeld des Bus-Motors (Aufgabe 2A)

4. erforderliche Dieselmotorleistung:

$$
\begin{aligned}
P_{DM} &= \frac{P_T}{\eta_{\text{Getr}}\,(1-\psi)} + P_{\text{Komf}} \\
&= \frac{166,2\,\text{kW}}{0,90 \cdot 0,93} + 16\,\text{kW} \\
&= 215\,\text{kW}
\end{aligned}
$$

5. Auslesen des Dieselmotor-Kennfeldes für P_{DM}=const. = 215 kW:

n_{DM} / 1/min	b_{DK} / g/kWh	$b_{DK,t}$ / kg/h
1250	**200**	**43,0**
1330	203	43,6
1390	205	44,1
1510	207	44,5
1600	209	44,9

6. Ermittlung der Schaltgetriebeübersetzung zur optimalen Drehzahl von 1250 min^{-1}:

$$
\begin{aligned}
i_{SG} &= \frac{2\pi \cdot r_T}{v \cdot i_{RG}} n_{DM} \\
&= \frac{2\pi \cdot 0,5\,\text{ms}}{25 \cdot 5,1\,\text{m}} 20,833\,\text{s}^{-1} \\
&= 0,513
\end{aligned}
$$

7. Ermittlung der Dieselmotordrehzahl für v = 70 km/h:

$$\begin{aligned} n_{DM} &= \frac{v \cdot i_{SG} \cdot i_{RG}}{2\pi \cdot r_T} \\ n_{DM}(70\,\text{km/h}) &= \frac{19,4444\,\text{m} \cdot 0,513 \cdot 5,1}{2\pi \cdot 0,5\,\text{m}} \\ &= 16,193\,\text{s}^{-1} \\ &\approx 972\,\text{min}^{-1} \end{aligned}$$

8. Ermittlung des maximalen Dieselmotordrehmomentes bei v=70 km/h (entsprechend: n_{DM} = 972 min^{-1}):

$$M_{DM}(n_{DM} = 972\,\text{min}^{-1}) = 1700\,\text{Nm}$$

9. Ermittlung des für Antriebszwecke zur Verfügung stehenden Drehmomentes:

$$\begin{aligned} M_{DM,T} = M_{DM} - M_{DM,\text{Komf}} &= M_{DM} - \frac{P_{\text{Komf}}}{2\pi \cdot n} \\ &= 1700\,\text{Nm} - \frac{16000}{2\pi \cdot 16,193} \\ &= 1543\,\text{Nm} \end{aligned}$$

10. Berechnung der zugehörigen Antriebskraft an den Treibrädern:

$$\begin{aligned} F_T &= \frac{1}{r_T} \eta_{\text{ges}} i_{SG} i_{RG} M_{DM,T} (1 - \psi) \\ &= \frac{1}{0,5\,\text{m}} \cdot 0,9 \cdot 0,513 \cdot 5,1 \cdot 1543\,\text{Nm} \cdot 0,93 \\ &= 6758\,\text{N} \end{aligned}$$

11. Streckenwiderstandskraft in 3 % Steigung:

$$F_W S = 30000\,\text{kg} \cdot 9,81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,03 = 8829\,\text{N}$$

Wegen $F_{WS} >> F_T$ kann in diesem Gang nicht mit 70 km/h in einer Steigung von 30 ‰ gefahren werden.