

Algorithmische Graphentheorie I

Prof. Dr. Rer. Nat. Habil. Ingo Schiermeyer
(gesetzt von Peter Felber)

Inhaltsverzeichnis

0.1	Das Wolf-Ziege-Kohlkopf-Problem	4
1	Kürzeste Wege	6
1.1	Floyd-Warshall-Algorithmus (1962)	6
1.2	Dijkstra-Algorithmus	9
2	Aufspannende Bäume minimalen Gewichts (ABMG)	11
2.1	Das Verbindungsproblem	11
3	Eulertouren	19
4	Hamiltonkreise	23
4.1	Das Hüllen-Konzept von Bondy & Chvátal (1976)	31
4.2	Konzept der triple closure	35
5	Matchings	38
5.1	Perfekte Matchings mit minimalen Gewicht (PMMG)	44
6	Das Problem des chinesischen Briefträgers	45
7	Das Problem des Handlungsreisenden	49
7.1	Heuristiken für das TSP	51
8	Exakte Algorithmen	53
8.1	Kernighan & Lin Heuristik '73	53
8.2	Genetische Algorithmen / Evolutionsstrategien	54
9	Färbung von Knoten	55
9.1	Ein Lagerhaltungsproblem	55
9.2	Ergebnisse zu Knotenfärbungen	55
9.3	Approximierbarkeit	56

Liste aller Algorithmen

1	Floyd-Warshall-Algorithmus	6
2	Dijkstra-Algorithmus	9
3	Kruskals Algorithmus	12
4	Prims Algorithmus (1957)	15
5	Fleury's Algorithmus	20
6	Hierholzer Algorithmus	22
7	Startkreis	24
8	Kreis 1 { Kreis 2 }	28
9	Bestimmung der k -Hülle	33
10	Zur Bestimmung eines Hamilton-kreises	34
11	Matchingalgorithmus von J.Edmonds	41
12	Chinesisches Briefträgerproblem	46
13	Christofides Algorithmus	49
14	Nearest Neighbour Algorithmus	51
15	Nearest Insertion Algorithmus	51
16	Metropolis-Algorithmus	52
17	Simulated Annealing	52
18	Threshold Accepting	52
19	Sintflut-Algorithmus	53
20	Vollständige Aufzählung	53
21	Branch & Bound	53

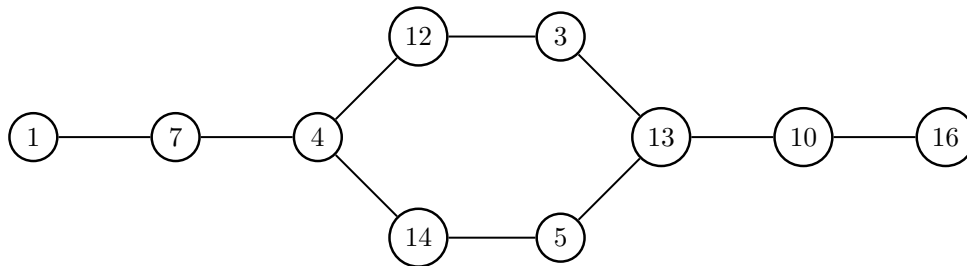
Einführung

0.1 Das Wolf-Ziege-Kohlkopf-Problem

Ein Wolf (W), eine Ziege (Z), und ein Kohlkopf (K) sind von einem Fährmann (F) über einen Fluss zu setzen. W möchte Z und Z möchte K fressen. Deshalb dürfen W und Z einerseits sowie Z und K andererseits nicht ohne Aufsicht von F alleingelassen werden. Das Boot trägt außer F nur entweder W oder Z oder K .

Die folgende Tabelle enthält die möglichen Anordnungen an den beiden Ufern, die eingeklammerten widersprechen der Aufgabenstellung. Die möglichen Übergänge lassen sich durch Wege in einem Graphen veranschaulichen. Die Aufgabe besteht darin, einen Weg von 1 nach 16 zu finden.

Nr.	linkes Ufer	rechtes Ufer	Übergang möglich nach
1	W Z K F		7
(2)	W Z K	F	-
3	W Z F	K	12,13
4	W K F	Z	7,12,14
5	Z K F	W	13,14
(6)	W Z	K F	-
7	W K	Z F	4
(8)	W F	Z K	-
(9)	Z K	W F	-
10	Z F	W K	13,16
(11)	K F	W Z	-
12	W	Z K F	3,4
13	Z	W K F	3,5,10
14	K	W Z F	4,5
(15)	F	W Z K	-
16		W Z K F	10



Man sieht, dass es -von Umwegen abgesehen- zwei verschiedene Lösungen gibt.

Bemerkung Algorithmen sind Rechenverfahren. Das Wort Algorithmus hat seine Her-

kunft im Orient. AL- Hwarizmi war ein Mathentiker im 9. Jahrhundert. Über 'al- Go- rizmi' und 'Alorismi' entstand Algorithmus.

Definition 0.1 Ein Graph $G = (V, E)$ besteht aus einer endlichen Knotenmenge $V(G)$ (**vertices**) und eine endlichen Kantenmenge $E(G) \subseteq V^2(G)$ (Knoten-Paare / **edges**). Graphen $\frac{\text{mit}}{\text{ohne}}$ Mehrfachkanten oder Schleifen werden Multigraphen/einfache Graphen genannt. Ferner wird zwischen gerichteten und ungerichteten Graphen unterschieden.

