

MSR - Zusammenfassung



Dr. Ing. Uwe Griebenow

Zusammenfassung

Steuerung – **System ohne Rückkopplung**
Regelung – **System mit Rückkopplung**

Regelung kann im Zeitbereich durch eine Differentialgleichung beschrieben werden → mathematisch oft sehr aufwendig

Transformation in den Frequenzbereich mittels Laplace → mathematisch starke Vereinfachung der Gleichung

Laplace-Transformierte von Standard-Funktionen können in Korrespondenztabelle nachgeschlagen werden

Nr.	Funktion im Zeitbereich $f(t)$	Laplace-Transformierte im Bildbereich $f(s)$	Diskrete Laplace-Transformierte nach z-Transformation $f(z)$
1	1	$\frac{1}{s}$	$\frac{z}{z-1}$
2	t	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
3	t^2	$\frac{2}{s^3}$	$\frac{T^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$

Zusammenfassung

Regelkreisglieder

Differentialgleichung $\xrightarrow{\text{Laplace}}$ Übertragungsfunktion $G_S = \frac{\text{Ausgangssignal } x_a(s)}{\text{Eingangssignal } x_e(s)}$

Regelkreis		Regelstrecke	
Regler/ Strecke	DGL	G_S	Strecke
P	$x_a(t) = K_P x_e(t)$	$G_S = K_P$	P-T₁ $T_1 \dot{x}_a(t) + x_a(t) = K_P x_e(t)$
I	$x_a(t) = K_I \int x_e(t) dt$	$G_S = \frac{K_I}{s}$	P-T₂ $T_1 T_2 \ddot{x}_a(t) + (T_1 + T_2) \dot{x}_a(t) + x_a(t) = K_P x_e(t)$
D	$x_a(t) = K_D \dot{x}_e(t)$	$G_S = s \cdot K_D$	T_t $x_a(t) = x_e(t - T_t)$
			$G(s) = e^{-sT_t}$

DGL in regelungstechnischer Normalform:

$$a_2 \ddot{x}_a(t) + a_1 \dot{x}_a(t) + x_a(t) = b_1 \dot{x}_e(t) + b_0 x_e(t)$$

Zusammenfassung

Laplace-Transformation:

$$a_2 s^2 x_a(s) + a_1 s x_a(s) + x_a(s) = b_1 s x_e(s) + b_0 x_e(s)$$

Übertragungsfunktion: $G = \frac{x_a(s)}{x_e(s)}$

Ein typisches Regelsystem enthält 4 Übertragungsfunktionen:

1. Die Übertragungsfunktion der Regelstrecke (Stab auf Finger, Auto mit Gaspedal, Kühlschrank mit Motor) wird $G_S(s)$ genannt.
2. Die Übertragungsfunktion des Reglers (Mensch, Tempomat, Kühlschrankelektronik) wird $G_R(s)$ genannt.
3. Die Multiplikation von 1 und 2 wird Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises genannt: $G_0 = G_R \cdot G_S$
4. 1 und 2 bilden zusammen die Übertragungsfunktion des Regelsystems $G(s)$ als Ganzes. Für unsere Beispiele sind dies ein balancierender Mensch, ein Auto mit eingeschaltetem Tempomat oder ein funktionierender Kühlschrank: $G_{\text{Geregelt}} = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)}$

Zusammenhang der Elementarsignale:

Sprungsignal

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= \int_{-\infty}^t \delta(t') \cdot dt' \\ &= \frac{d}{dt} \rho(t) \end{aligned}$$

Dirac-Impuls

$$\begin{aligned} \delta(t) &= \frac{d}{dt} \varepsilon(t) \\ &= \frac{d^2}{dt^2} \rho(t) \end{aligned}$$

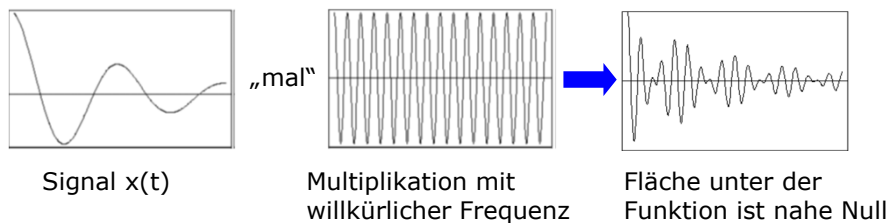
Rampensignal

$$\begin{aligned} \rho(t) &= \int_{-\infty}^t \varepsilon(t') \cdot dt' \\ &= \int_{-\infty}^t \int_{-\infty}^{t'} \delta(t'') \cdot dt'' \cdot dt' \end{aligned}$$

Was passiert bei der Fouriertransformation?

$$FT\{x(t)\} = X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

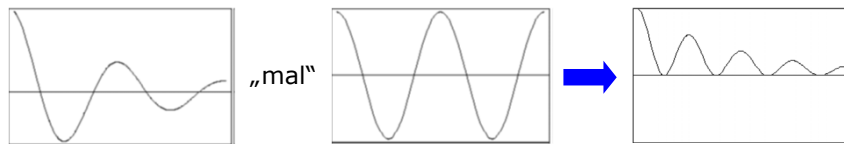
→ Ein Signal $x(t)$ wird mit einer Sinus/Cosinus-Schwingung multipliziert und anschließend integriert



→ die gewählte Frequenz „passt“ nicht, d.h. die Amplitudendichte ist bei dieser Frequenz nahezu Null

Zusammenfassung - Fouriertransformation

Wähle eine andere Frequenz:



Signal $x(t)$

Multiplikation mit ω

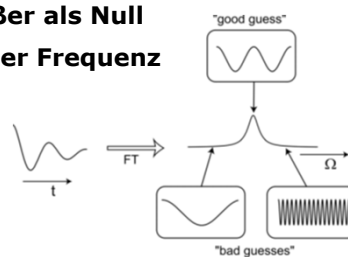
Fläche unter der Funktion ist groß

→ die gewählte Frequenz „passt“ sehr gut, d.h. die Amplitudendichte ist bei dieser Frequenz größer als Null

→ Spektralanteil des Signals bei dieser Frequenz

→ ω wird systematisch über den gesamten Frequenzbereich variiert (Sweep)

→ es entsteht ein Fourier-Spektrum



Zusammenfassung

Elementare Systeme

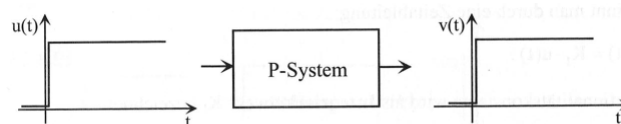
Bei Systemen mit **proportionalem Verhalten** ist der Wert des Ausgangssignals im Beharrungszustand proportional zum Eingangssignal. Den Zeitgrenzwert des Quotienten aus Ausgangs- und Eingangsgröße bezeichnet man als **Proportionalbeiwert K_p** .

$$K_p = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{y(t)}{x(t)}$$

Ausgangssignal

Eingangssignal

$$v(t) = K_p \cdot u(t)$$

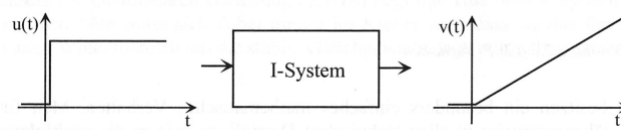


Elementare Systeme

Bei Systemen mit **integrierendem Verhalten** verhält sich das Ausgangssignal proportional zum Zeitintegral des Eingangssignals.

Integralform:
$$v(t) = K_I \int_0^t u(\tau) d\tau$$

Differentialform:
$$\dot{v}(t) = K_I \cdot u(t)$$



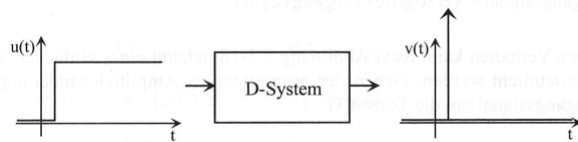
Die Proportionalitätskonstante wird **Integrierbeiwert K_I** genannt.

Elementare Systeme

Bei Systemen mit **differenzierendem Verhalten** verhält sich das Ausgangssignal proportional zur zeitlichen Ableitung des Eingangssignals.

$$v(t) = K_D \cdot \frac{d}{dt} u(t)$$

Ausgangssignal \sim Differential des Eingangssignals



Den Proportionalitätsfaktor bezeichnet man als **Differenzierbeiwert K_D** .

Zusammenfassung



Verzögertes Zeitverhalten

- Elementare Systeme reichen zur Beschreibung realer Systeme im Allgemeinen nicht aus

→ Erweitertes Zeitverhalten wird durch Hinzufügen der nächst höheren Terme erreicht

$$a_1 \cdot \dot{v}(t), a_2 \cdot \ddot{v}(t), \dots$$

verzögerte Ausgangssignale, wirken erst nach zeitlicher Änderung
Der Ausgangssignale $v(t)$ der Ursache entgegen

$$T_1 \cdot \dot{v}(t) + v(t) = \begin{cases} K_p \cdot u(t) & \text{P-}T_1\text{-System} \\ K_I \int_0^t u(t') dt' & \text{I-}T_1\text{-System} \\ K_D \cdot \dot{u}(t) & \text{D-}T_1\text{-System} \end{cases}$$

11/01/2021

11

Zusammenfassung



Zusammengesetztes Zeitverhalten

Nomenklatur: Systemname =

Eingangsverhalten – Ausgangsverzögerung - Sonderverhalten

Bezeichnung	Systemgleichung
PD- T_2	$a_2 \cdot \ddot{v}(t) + a_1 \cdot \dot{v}(t) + v(t) = K_p \cdot u(t) + K_D \cdot \dot{u}(t)$
PI- T_1	$a_2 \cdot \ddot{v}(t) + a_1 \cdot \dot{v}(t) = b_0 \cdot u(t) + b_1 \cdot \dot{u}(t) \quad \int dt$
	$a_2 \cdot \dot{v}(t) + a_1 \cdot v(t) = b_0 \cdot \int_0^t u(\tau) d\tau + b_1 \cdot u(t) \quad \rightarrow \text{MSR-Form}$
	$\frac{a_2}{a_1} \dot{v}(t) + v(t) = \frac{b_0}{a_1} \int_0^t u(\tau) d\tau + \frac{b_1}{a_1} u(t)$
PI- T_1 - T_i	$T_1 \cdot \dot{v}(t) + v(t) = K_p \cdot u(t - T_i) + K_I \int_0^t u(\tau - T_i) d\tau$
PD $_2$ - T_2	$a_2 \cdot \ddot{v}(t) + a_1 \cdot \dot{v}(t) + v(t) = b_0 \cdot u(t) + b_2 \cdot \ddot{u}(t)$
P- T_1	$v(t) = K_p \cdot u(t - T_1)$

MSR-Form der Systemgleichung liegt vor, wenn die Ausgangsgröße $v(t)$ in der Differentialgleichung vorkommt und den Vorfaktor 1 aufweist:

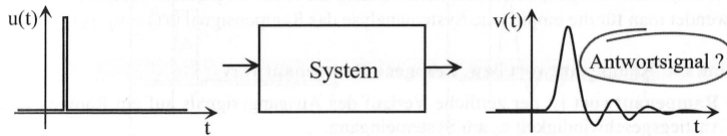
$$\dots + a_2 \cdot \ddot{v}(t) + a_1 \cdot \dot{v}(t) + \underline{1 \cdot v(t)} = b_0 \cdot u(t) + \dots$$

11/01/2021

12

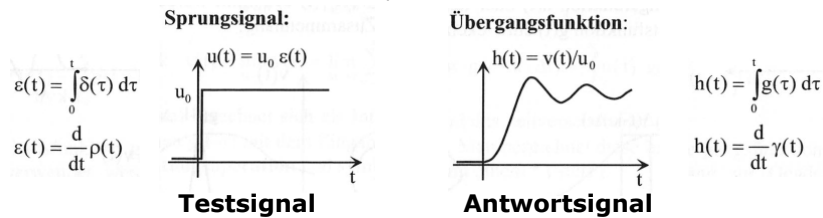
Zusammenfassung - Sprungantwort

Ausgangssignale auf einseitig mit Testsignalen erregte Systeme bezeichnet man als **Antwortsignale**.



Die **Sprungantwort** eines Systems ist der zeitliche Verlauf seines Ausgangssignals als Reaktion auf eine Sprungfunktion am Eingang.

$$u(t) = u_0 \cdot \varepsilon(t)$$



Zusammenfassung - Ortskurve

Der Frequenzgang korrespondiert mit der Gewichtsfunktion $g(t)$ über die Fourier-Transformation: $g(t) \rightarrow FG(j\omega)$.

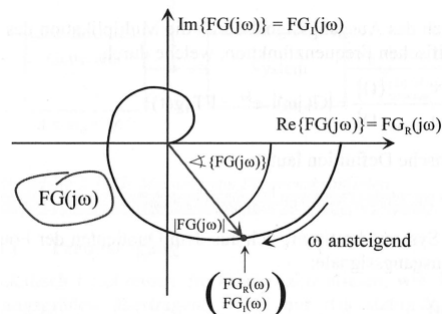
Er besitzt als komplexe Funktion zwei math. Darstellungsformen:

Kartesische Form: $FG(j\omega) = FG_R(\omega) + j \cdot FG_I(\omega)$

Polare Form: $FG(j\omega) = |FG(j\omega)| \cdot e^{j\varphi G(\omega)} \equiv AG(\omega) \cdot e^{j\varphi G(\omega)}$

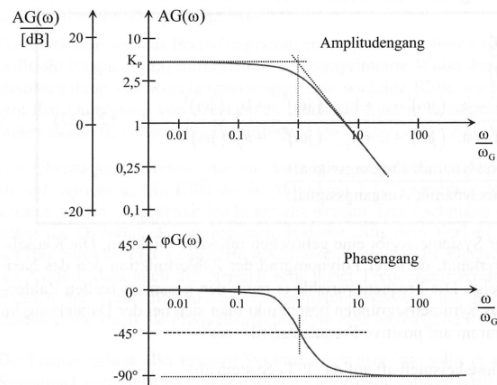
AG = Amplitudengang

Wird der Frequenzgang $FG(j\omega)$ als Kurve in der komplexen Ebene in Abhängigkeit des Frequenzparameters ω dargestellt, spricht man von der **Ortskurve** oder dem **Nyquist-Diagramm** eines Systems:



Zusammenfassung – Bode-Diagramm

Das **Bode-Diagramm** stellt den Frequenzgang als Amplituden- und Phasengang in zwei getrennten Diagrammen als Funktion der Frequenz dar. Die Frequenzachse & die Amplituden-Ordinate sind logarithmisch skaliert, die Phase linear.



Zusammenfassung – Pol-Nullstellen-Form

Die **Übertragungsfunktion G(s)** beschreibt die Eigendynamik eines Systems (in Polynomform).

$$G(s) = \frac{b_0 + b_1 \cdot s^1 + b_2 \cdot s^2 + \dots + b_q \cdot s^q}{a_0 + a_1 \cdot s^1 + a_2 \cdot s^2 + \dots + a_p \cdot s^p} = \frac{ZP(s)}{NP(s)}$$

ZP(s) – Zählerpolynom

NP(s) – Nennerpolynom

Fundamentalsatz der Algebra: Polynom kann auch durch die Linearfaktoren, die seine Nullstellen enthalten, ausgedrückt werden:

$$G(s) = \frac{ZP(s)}{NP(s)} = \frac{b_q}{a_p} \cdot \frac{\prod_{k=1}^q (s - s_{Nk})}{\prod_{k=1}^p (s - s_{Pk})}$$

Übertragungsfunktion in der **Pol-Nullstellen-Form**

Beispiel:

$P(x) = x^5 - 5x^4 + 17x^3 - 13x^2$ hat Nullstellen bei: $x=0^{(2)}, 1, 2-3j, 2+3j$

➡ $P(x) = x \cdot x \cdot (x - 1) \cdot (2 + 3j) \cdot (2 - 3j)$

Ein Polynom n-ten Grades besitzt n Nullstellen

Nullstellen des Zählerpolynoms s_{NK}
 → **Nullstellen** der Übertragungsfunktion $G(s_{NK})=0$

Nullstellen des Nennerpolynoms s_{PK}
 → **Polstellen** der Übertragungsfunktion $G(s_{PK})=\infty$

Das Nennerpolynom $NP(s)$ der Übertragungsfunktion $G(s)$ wird auch als **charakteristisches Polynom** bezeichnet.

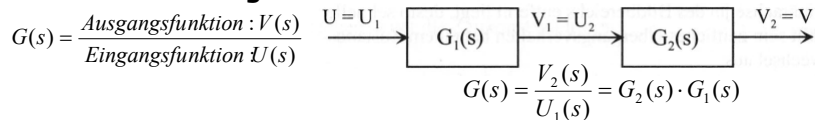
$$NP(s) = a_0 + a_1 \cdot s^1 + \dots + a_p \cdot s^p = a_p \prod_{k=1}^p (s - s_{pk})$$

Die Gleichung zur Bestimmung der Polstellen nennt man die **charakteristische Gleichung**.

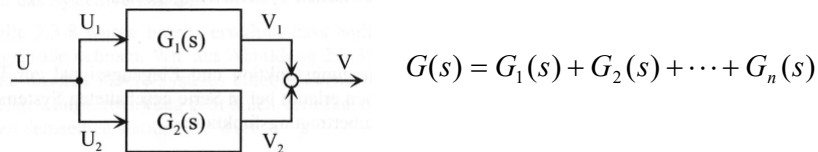
$$a_0 + a_1 \cdot s^1 + \dots + a_p \cdot s^p = 0$$

Ihre Lösungen werden auch als Wurzeln bezeichnet.

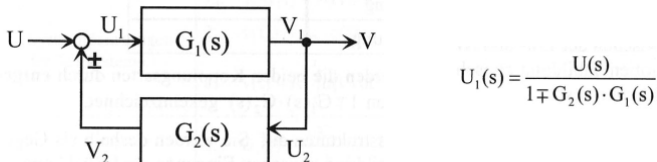
1. Serienschaltung



2. Parallelschaltung



3. Kreisschaltung



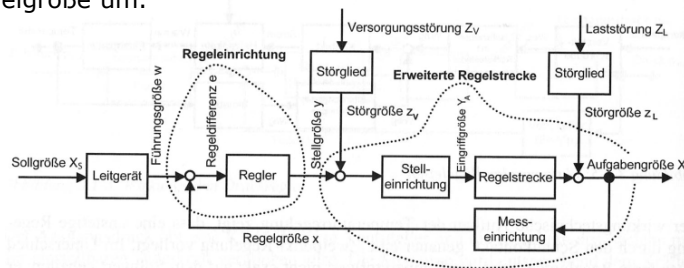
Zusammenfassung

Regelungstechnik

Die **Regelstrecke** ist derjenige Teil des Wirkungswegs, welcher den aufgabengemäß zu beeinflussenden Bereich der Anlage bzw. des Prozesses darstellt.

Die **Stelleinrichtung** besteht aus Stellantrieb und Stellglied. Sie verbindet den Reglerausgang mit dem Eingang der Regelstrecke.

Die **Meßeinrichtung** wandelt die Aufgabengröße der Regelstrecke in ein weiter verwertbares Signal innerhalb des Regelkreises, in die Regelgröße um.



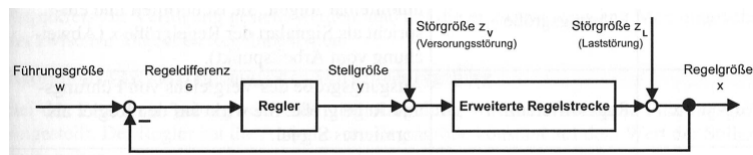
Zusammenfassung

Die prinzipielle Aufgabe eines **Reglers** besteht darin, eine ausgesuchte physikalische Größe (Aufgabengröße X_A) auf einen vorgegebenen Sollwert (Sollgröße X_S) zu bringen und dort zu halten.

Das **Führungsverhalten** eines Regelkreises beschreibt die dynamische Auswirkung einer Veränderung der Führungsgröße auf die Aufgabengröße.

Das **Störverhalten** eines Regelkreises gibt die dynamischen Auswirkungen von Versorgungs- und Laststörungen auf die Regelgröße an.

Der standardisierte einschleifige Regelkreis



Zusammenfassung

Anforderungen an Regelungen:

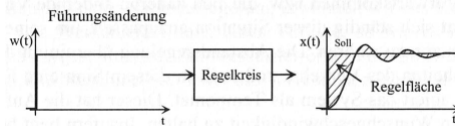
1. Genauigkeit (Stationäre Regelgüte)

- Regelgröße $x(t)$ folgt der Führungsgröße $w(t)$ asymptotisch
- Die bleibende Regeldifferenz soll verschwinden.

$$e(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} (e(t)) = \lim_{t \rightarrow \infty} (w(t) - x(t)) = 0$$

2. Schnelligkeit (Dynamische Regelgüte)

- Regelgröße $x(t)$ soll der Führungsgröße bei zeitlicher Änderung unmittelbar folgen

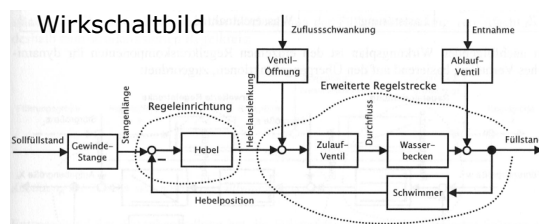
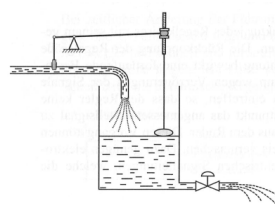


3. Stabilität

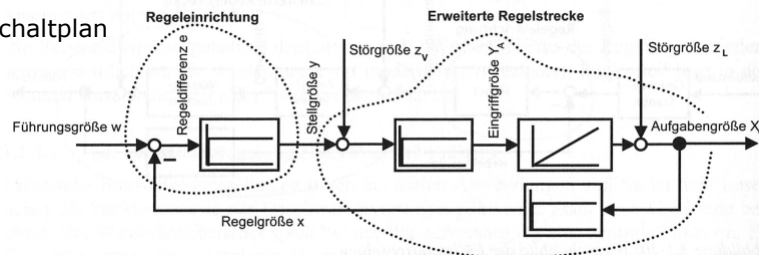
- Ein Regelkreis muss immer stabil sein.

Zusammenfassung

Beispiel: Füllstandsregelung eines Wasserbehälters



Wirksaltplan



Zusammenfassung

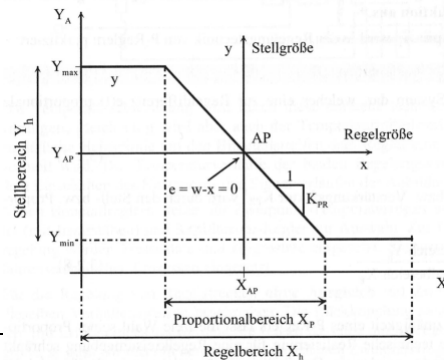
Stetige Regler mit Basisverhalten

Der **P-Regler** stellt ein System dar, welches eine zur Regeldifferenz $e(t)$ proportionale Stellgröße generiert.

$$y(t) = K_{PR} \cdot e(t) \quad \text{mit dem Verstärkungsfaktor} \quad K_{PR} = \frac{\text{Stellbereich } Y_h}{\text{Proportionalbereich } X_p}$$

Der **Regelbereich** X_h eines Reglers beschreibt den maximalen Aussteuerbereich eines Reglers.

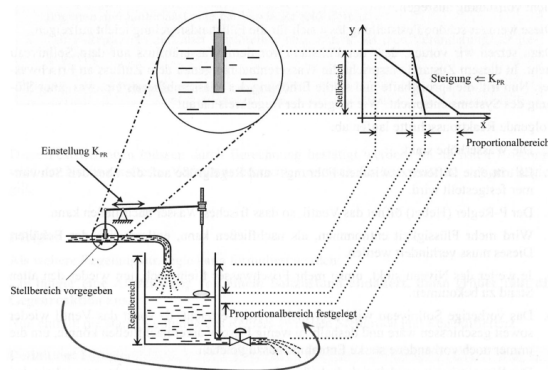
Der **Proportionalbereich** X_p gibt denjenigen Wertebereich der Regeldifferenz e an, innerhalb dessen ein P-Regler den Stellbereich Y_h einer Stelleinrichtung proportional ansteuern kann.



11/01/2021

Zusammenfassung

Beispiel für einen P-Regler: Füllstandsregelung



- P-Regler reagiert schnell auf jede Veränderung
- P-Regler hinterläßt bleibende Regeldifferenz

→ Der P-Regler arbeitet ungenau!

- kleiner Verstärkungsfaktor K_{PR} ergibt einen großen Proportionalbereich → gesamte Füllhöhe ist zur Regelung nutzbar
- großer Proportionalbeiwert K_{PR} verursacht große Ventilhubhöhe → jeder Wasserabfluß wird sofort ausgeglichen → Kompromiss erforderlich

11/01/2021

24

Zusammenfassung

Der **I-Regler** stellt ein dynamisches System dar, das eine zum Zeitintegral der Regeldifferenz $e(t)$ proportionale Stellgröße $y(t)$ erzeugt.

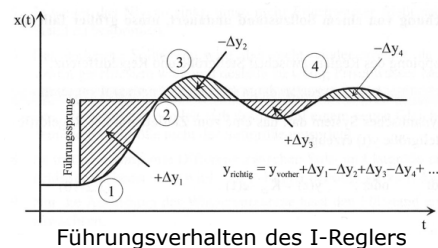
$$y(t) = K_{IR} \cdot \int_0^t e(t') dt' \quad \text{oder} \quad \dot{y}(t) = K_{IR} \cdot e(t)$$

Der **Integrierbeiwert K_{IR}** repräsentiert die Änderungsgeschwindigkeit der Stellgröße $y(t)$.

$$K_{IR} = \frac{\text{Maximale_Stellg eschwindigkeit} \cdot y_{\max}}{\text{Pr oportionalbereich} X_p}$$

- I-Regler stellt die Regelgröße exakt auf die Führungsgröße ein
- Im Vergleich zum P-Regler benötigt der I-Regler zusätzlich die Integrierzeit T_{IR} für den Regelvorgang
- I-Regler neigt zu Schwingungen

→ **präzise, langsam, neigt zu Schwingungen**

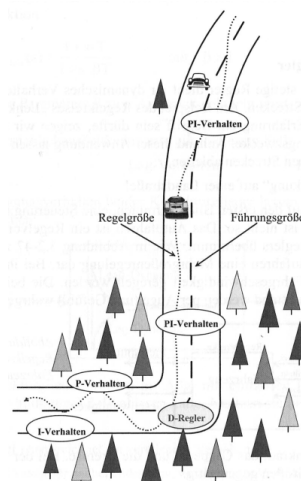


Zusammenfassung

Der **D-Regler** reagiert nur auf zeitliche Änderungen der Regeldifferenz $e(t)$ durch ein der Änderungsgeschwindigkeit proportionales Stellsignal.

$$y(t) = K_{DR} \cdot \dot{e}(t)$$

Der D-Regler regelt zeitlich konstante Regeldifferenzen nicht aus, unabhängig davon, wie groß diese auch ausfallen.
Der D-Regler ist für sich allein nicht zu gebrauchen.



Zusammenfassung

Kombination der Basisregler

PI-Regler: Parallelschaltung von P- & I-Regler

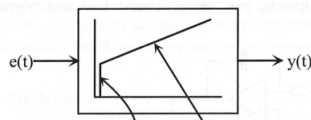
$$y(t) = K_{PR} \left(e(t) + \frac{1}{T_n} \int_0^t e(t') dt' \right) \quad \text{mit} \quad T_n = \frac{K_{PR}}{K_{IR}} = K_{PR} \cdot T_{IR}$$

T_n - Nachlaufzeit

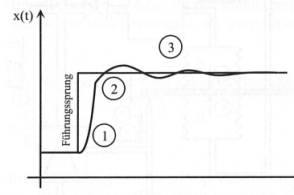
K_{PR} - Proportionalbeiwert

Blocksymbol des PI-Reglers

Führungsverhalten des PI-Reglers



P-Wirkung:	I-Wirkung:
Kurzfristig	Langfristig
Schnell	Langsam
Ungenau	Genau

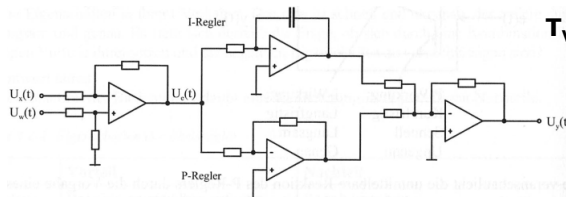


- P-Regler fängt die Differenz schnell ab, ohne sie vollst. auszuregeln
- I-Komponente beseitigt die restliche Regeldifferenz

→ **Der PI-Regler arbeitet schnell und präzise**

Zusammenfassung

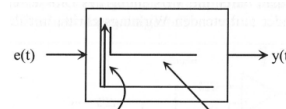
Technische Realisierung eines PI-Reglers



T_V - Vorlaufzeit

PD-Regler: Parallelschaltung von P- & D-Regler

$$y(t) = K_{PR} \left(e(t) + T_V \cdot \dot{e}(t) \right) \quad \text{mit} \quad T_V = \frac{K_{DR}}{K_{PR}}$$



D-Wirkung:	P-Wirkung:
Kurzfristig	Langfristig
Extrem schnell	Schnell
Überreaktion	Ungenau

- D-Anteil wendet durch Vorhalt die „größte Gefahr“ von der Regelstrecke ab
 - P-Regleranteil bestimmt sein langfristiges Verhalten → ungenau
- **Der PD-Regler reagiert schnell, aber ungenau**
- Der PD-Regler ist nur von theoretischem Interesse

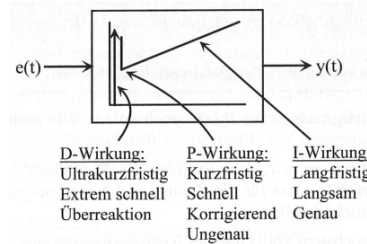
Zusammenfassung – PID-Regler

Der **PID-Regler** kombiniert alle drei Basisregler zu einem universellen Regler durch Parallelschaltung von P-, I- und D-Reglern.

$$y(t) = K_{PR} \left(e(t) + \frac{1}{T_n} \int_0^t e(t') dt' + T_v \cdot \dot{e}(t) \right)$$

Das Verhalten des PID-Reglers wird durch die drei Kennwerte K_{PR} , T_n und T_v bestimmt. Durch richtige Wahl der Kennwerte können auch alle anderen Reglertypen realisiert werden:

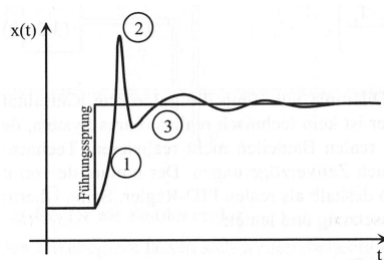
- $T_n \rightarrow \infty$ ➔ PD-Regler
- $T_v = 0$ ➔ PI-Regler
- $T_n \rightarrow \infty$ & $T_v = 0$ ➔ P-Regler



- Vorteile der 3 Grundregler summieren sich
- durch die Parametervielfalt sehr gut an alle Regelstrecken anpassbar

Zusammenfassung

Führungsverhalten des PID-Reglers:



1. D-Regler steuert die Regelgröße schnell und schießt über das Ziel hinaus
2. P-Regler korrigiert die Regelgröße in Richtung Sollgröße und hinterläßt eine Differenz
3. I-Regler beginnt zu wirken und beseitigt schnell die Differenz, da nur noch eine geringe Abweichung vorliegt

Zusammenfassung:

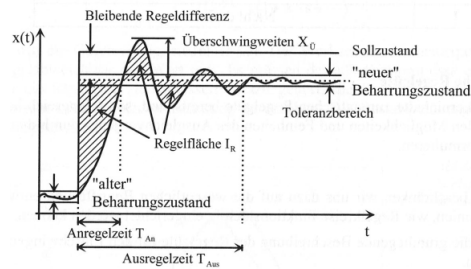
- der PID-Regler kann optimal an verschiedene Regelstrecken angepaßt werden
- er reagiert auf Regeldifferenzen durch schnelles Vorhalten, gezieltes Anfahren in die Nähe des Sollwertes und anschließendes präzises Ausregeln der Regeldifferenz

➔ **Der PID-Regler kann als Universalregler bezeichnet werden.**

Zusammenfassung

Die **dynamische Regelgüte** definiert sich als vorübergehende Regeldifferenz während des Einschwingvorgangs auf einen neuen Beharrungswert. Sie beschränkt sich auf den Zeitraum des Ausgleichsvorgangs.

Der **Toleranzbereich** ist eine vom Anwender vorgegebene kleine tolerierbare Abweichung vom Sollwert, in dem die Regelgröße während der Beharrung liegen soll.



Die Zeitdauer des Übergangs von einem Beharrungszustand in einen anderen gibt Auskunft über die **Schnelligkeit eines Regelkreises**.

Die **Anregelzeit T_{An}** ist die minimale Zeitspanne, welche die Regelgröße $x(t)$ für einen Übergang bedeutet, um vom Toleranzbereich des einen Zustands in den anderen zu gelangen, ohne endgültig in diesen einzutauchen.

Die **Ausregelzeit T_{Aus}** ist die Zeitspanne, welche die Regelgröße $x(t)$ für den Übergang benötigt, um von einem Toleranzbereich eines Beharrungszustands endgültig in einen anderen zu wechseln.

Zusammenfassung

Charakterisierung von Regelstrecken mit Ausgleich

1. Verzugszeit T_u

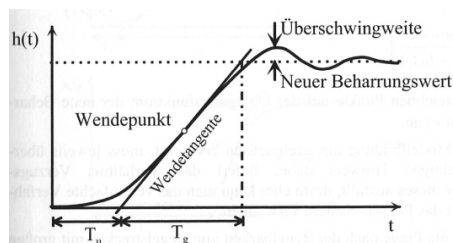
- Zeitabschnitt, der von Beginn des Übergangs bis zum Schnittpunkt mit der Wendetangente dauert

2. Ausgleichszeit T_g

- Zeit für den Übergang vom Ausgangszustand zum neuen Beharrungszustand entlang der Wendetangente der Sprungantwort

3. Überschwingweite

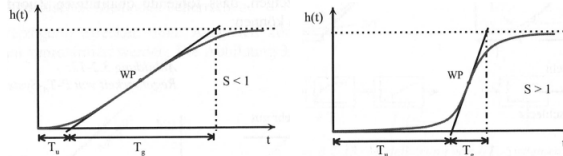
- maximale Amplitude, mit der das Ausgangssignal bei einem Zustandswechsel über den neuen Beharrungszustand hinaus schwingt



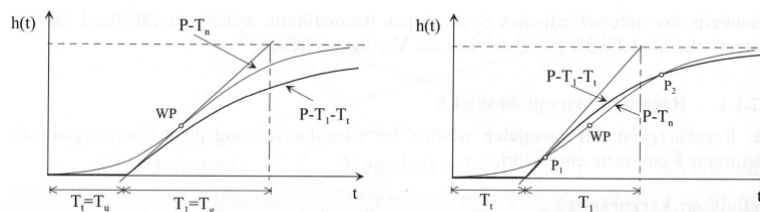
Zusammenfassung

Ein Kriterium für die Regelbarkeit von stark verzögernden Strecken ist der **Schwierigkeitsgrad S**:

$$S = \frac{\text{Verzugszeit}}{\text{Ausgleichszeit}} = \frac{T_u}{T_g}$$



Je kleiner der Schwierigkeitsgrad S ist, desto besser ist die Strecke regelbar.



Annäherung eines P-T_n-Systems durch P-T₁-T_t-Systeme

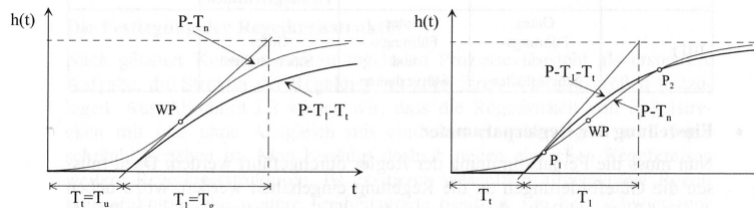
Zusammenfassung

Einstellung der Reglerparameter

Empirische Einstellregeln für Regelstrecken mit Ausgleich

- viele Regelstrecken reagieren als Proportionalstrecken mit **starken Verzögerungen und aperiodischem Übergangsverhalten**

→ Approximation mit P-T₁-T_t-System $G_S \approx \frac{K_{PS}}{1 + s \cdot T_1} \cdot e^{-s \cdot T_t}$



- sind die Ersatz-Zeitkenwerte T₁ und T_t und die Streckenverstärkung K_{PS} der Regelstrecke bekannt, können folgende Einstellparameter angegeben werden:

Zusammenfassung

Reglereinstellung nach Ziegler-Nichols (bekannte Regelstreckenparameter)

Regler	K_{PR}	T_n	T_v
P	$\frac{T_i}{K_{PS} \cdot T_i}$	-	-
PI	$0,9 \cdot \frac{T_i}{K_{PS} \cdot T_i}$	$3,3 \cdot T_i$	-
PID	$1,2 \cdot \frac{T_i}{K_{PS} \cdot T_i}$	$2,0 \cdot T_i$	$0,5 \cdot T_i$

- sind die Regelstreckenparameter unbekannt wird der Regelkreis zunächst notdürftig mit einem P-Regler bei kleinen K_{PR} -Werten betrieben
- anschließend Steigerung von K_{PR} bis der Regler Dauerschwingungen ausführt → Verstärkungsfaktor $K_{PR-kritisch}$ und Schwingungsdauer $T_{kritisch}$

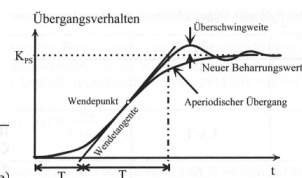
Reglereinstellung nach Ziegler-Nichols (unbekannte Regelstreckenparameter)

Regler	K_{PR}	T_n	T_v
P	$0,50 \cdot K_{PR-kritisch}$	-	-
PI	$0,45 \cdot K_{PR-kritisch}$	$0,83 \cdot T_{kritisch}$	-
PID	$0,60 \cdot K_{PR-kritisch}$	$0,50 \cdot T_{kritisch}$	$0,125 \cdot T_{kritisch}$

Zusammenfassung

Verfahren nach Chien-Hrones-Reswick

→ geeignet für Proportionalstrecken mit **schwingendem Übergangsverhalten**

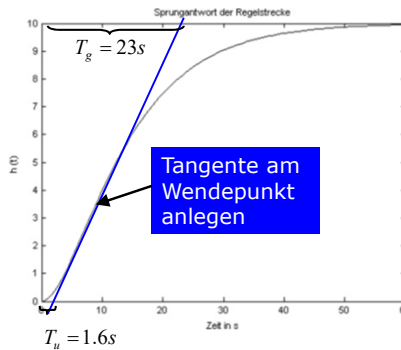


Regler	Aperiodisches Übergangsverhalten			Schwingendes Übergangsverhalten (bei 20% Überschwingweite)			
	K_{PR}	T_n	T_v	K_{PR}	T_n	T_v	
Führung	P	$0,3 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	-	-	$0,7 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	-	-
	PI	$0,35 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	$1,2 \cdot T_g$	-	$0,6 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	T_g	-
	PID	$0,6 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	T_g	$0,5 \cdot T_u$	$0,95 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	$1,35 \cdot T_g$	$0,47 \cdot T_u$
Störung	P	$0,3 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	-	-	$0,7 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	-	-
	PI	$0,6 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	$4 \cdot T_u$	-	$0,7 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	$2,3 \cdot T_u$	-
	PID	$0,95 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	$2,4 \cdot T_u$	$0,42 \cdot T_u$	$1,2 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	$2 \cdot T_u$	$0,42 \cdot T_u$

Vorschlag: Regelung der Strecke mit PID-Regler

Einstellung des PID-Reglers bei Störverhalten mit Überschwingen:

Regler	Aperiodisches Übergangsverhalten			Schwingendes Übergangsverhalten (bei 20% Überschwingweite)		
	K_{PR}	T_n	T_v	K_{PR}	T_n	T_v
Führung						
P	$0,3 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	-	-	$0,7 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	-	-
PI	$0,35 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	$1,2 \cdot T_u$	-	$0,6 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	T_u	-
PID	$0,6 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	T_u	$0,5 \cdot T_u$	$0,95 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	$1,35 \cdot T_u$	$0,47 \cdot T_u$
Störung						
P	$0,3 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	-	-	$0,7 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	-	-
PI	$0,6 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	$4 \cdot T_u$	-	$0,7 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	$2,3 \cdot T_u$	-
PID	$0,95 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	$2,4 \cdot T_u$	$0,42 \cdot T_u$	$1,2 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u}$	$2 \cdot T_u$	$0,42 \cdot T_u$



$$K_{PS} = h\{\infty\} = 10$$

$$K_{PR} = 1,2 \cdot \frac{T_g}{K_{PS} \cdot T_u} = 1,2 \cdot \frac{23s}{10 \cdot 1,6s} = 1,72$$

$$T_n = 2 \cdot T_u = 2 \cdot 1,6s = 3,2s \quad T_v = 0,42 \cdot T_u = 0,42 \cdot 1,6s = 0,67s$$

Hurwitz-Kriterium:

- mathematisches Stabilitätskriterium zur Beurteilung von Regelkreisen
- nur absolute Aussage zur Stabilität möglich
- charakteristische Funktion $1+G_0(s) \rightarrow$ charakt. Polynom n-ten Grades

$$P_{RK}(s) = N_0(s) + Z_0(s) = a_0 + a_1 \cdot s^1 + a_2 \cdot s^2 + a_3 \cdot s^3 + \dots + a_n \cdot s^n$$

Aufstellen der **Hurwitz-Matrix** (n x n-Matrix):

$$H = \begin{pmatrix} \boxed{a_1} & a_3 & a_5 & a_7 & \dots \\ a_0 & \boxed{a_2} & a_4 & a_6 & \dots \\ 0 & a_1 & \boxed{a_3} & a_5 & \dots \\ 0 & a_0 & a_2 & \boxed{a_4} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Der Regelkreis ist **asymptotisch stabil**, wenn sein charakteristisches Polynom n-ter Ordnung folgende **Hurwitz-Bedingungen** erfüllt:

1. Alle Koeffizienten a_i ($0 \leq i \leq n$) müssen ungleich Null sein und gleiches Vorzeichen besitzen.
2. Die Hurwitz-Determinanten D_i ($0 \leq i \leq n$) müssen alle größer Null sein.

Zusammenfassung - Routh-Kriterium

Routh-Kriterium:

- vermeidet die Auswertung großer Determinanten
- Routh-Kriterium basiert auf dem Hurwitz-Kriterium

Routh-Schema:

Zeile	1. Spalte					
0	a_n		a_{n-2}		a_{n-4}	$\dots a_1/a_0 \quad 0$
1	a_{n-1}		a_{n-3}		a_{n-5}	$\dots a_0/0 \quad 0$
2	$b_{n-1} = a_{n-2} - \frac{a_n}{a_{n-1}} a_{n-3}$		$b_{n-2} = a_{n-4} - \frac{a_n}{a_{n-1}} a_{n-5}$		$b_{n-3} = a_{n-6} - \frac{a_n}{a_{n-1}} a_{n-7}$	$\dots 0$
3	$c_{n-1} = a_{n-3} - \frac{a_{n-1}}{b_{n-1}} b_{n-2}$		$c_{n-2} = a_{n-5} - \frac{a_{n-1}}{b_{n-1}} b_{n-3}$		$c_{n-3} = a_{n-7} - \frac{a_{n-1}}{b_{n-1}} b_{n-4}$	$\dots 0$
⋮	⋮					
n-3	$w_{n-1} = \dots$					
n-2	$x_{n-1} = \dots$					
n-1	$y_{n-1} = w_{n-2} - \frac{w_{n-1}}{x_{n-1}} x_{n-2}$					
n	$z_{n-1} = x_{n-1}$					

Der Regelkreis ist genau dann **asymptotisch stabil**, wenn sein charakteristisches Polynom **n-ter** Ordnung folgende **Routh-Bedingung** erfüllt:

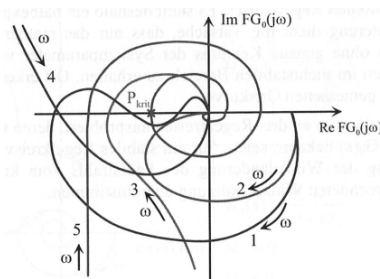
1. Alle Koeffizienten a_i ($0 \leq i \leq n$) müssen ungleich Null sein und ein positives Vorzeichen besitzen.
2. Alle Koeffizienten der 1. Spalte im Routh-Schema müssen größer Null sein.

Zusammenfassung – Einfaches Nyquist-Kriterium

Der Punkt $P_{krit} = (-1, j \cdot 0)$ im Nyquist-Diagramm wird als **kritischer Punkt** bezeichnet.

Einfaches Nyquist-Kriterium:

Der geschlossene Regelkreis ist genau dann stabil, wenn die Ortskurve $FG_0(j\omega)$ des offenen Regelkreises **mit anwachsender Frequenz den kritischen Punkt links** liegen läßt, d.h. ihn weder umschließt noch schneidet.



- Legende:**
- 1: stabil
 - 2: stabil
 - 3: instabil
 - 4: stabil
 - 5: grenzstabil

Stabilitätsuntersuchung mit Ortskurven

Rechenregeln der Laplace-Transformation

Satz	Rechenregel
Definition der Laplace-Transformation	$L[x(t)] = x(s) = \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-st} \cdot dt$
Linearitätssatz	$L[a \cdot x_1(t) + b \cdot x_2(t)] = a \cdot L[x_1(t)] + b \cdot L[x_2(t)]$
Dämpfungssatz	$L[e^{-at} \cdot x(t)] = x(s+a) \text{ mit } x(s) = L[x(t)]$
Differentiationssatz	$L\left[\frac{d^n x(t)}{dt^n}\right] = s^n \cdot L[x(t)] - s^{n-1} \cdot x(0) - s^{n-2} \cdot \dot{x}(0) - \dots - s \cdot x^{(n-2)}(0) - x^{(n-1)}(0)$
Integrationsatz	$L\left[\int_0^t x(\tau) \cdot d\tau\right] = \frac{1}{s} \cdot L[x(t)]$

Rechenregeln der Laplace-Transformation

Verschiebungssatz	$L[x(t-\tau)] = e^{-s\tau} \cdot L[x(t)] \text{ für } \tau \geq 0$
Anfangswertsatz	$\lim_{t \rightarrow 0} x(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot x(s)$
Endwertsatz	$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot x(s)$
Faltungssatz	$L[x_1(t)] \cdot L[x_2(t)] = \int_0^t x_1(\tau) \cdot x_2(t-\tau) \cdot d\tau = \int_0^t x_1(t-\tau) \cdot x_2(\tau) \cdot d\tau$
Residuensatz für eine n-fache Polstelle in $s = a$	$\text{Res} \left[G(s) e^{st} \right]_{s=a} = \frac{1}{(n-1)!} \lim_{s \rightarrow a} \frac{d^{n-1}}{ds^{n-1}} \left[(s-a)^n \cdot G(s) e^{st} \right]$