



TECHNISCHE UNIVERSITÄT  
CHEMNITZ

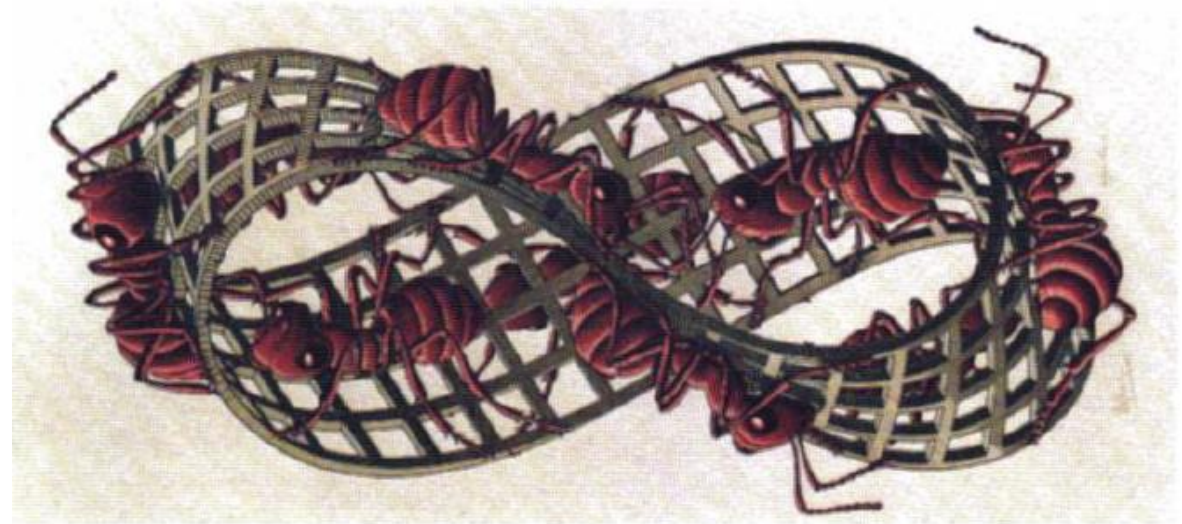
Zentrum für Lehrer\*innenbildung und Unterrichtsforschung  
Professur Grundschuldidaktik Mathematik



# Didaktik der Geometrie

## - Vorlesung Basismodul LAGS-GSD-MA-VM2

### 3.1 – 3.3 Begriffserwerb



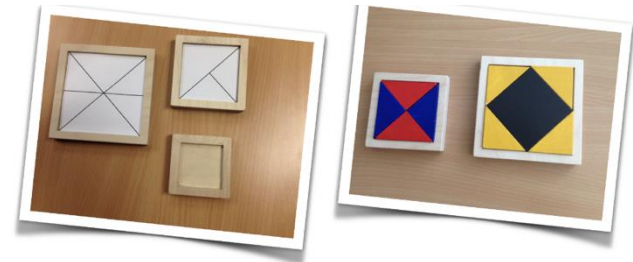
Grundschuldidaktik Mathematik  
Prof. Dr. phil. Birgit Brandt  
Sommersemester 2024/25

## Expert\*innen zu Besuch an der GSD-Mathematik

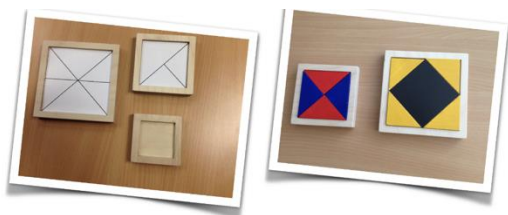
**Prof. Dr. Petra Scherer**  
**Universität Duisburg-Essen**  
**Fakultät für Mathematik**



**Inklusiver Mathematikunterricht im Spannungsfeld zwischen individuellen Voraussetzungen und gemeinsamen Anforderungen**



**Wann?** Dienstag, 14. Januar 2024; 09:15 – 10:45 Uhr  
**Wo?** Straße der Nationen | Böttcher-Bau, A10  
Hörsaal A10.201 (alt: 1/201)



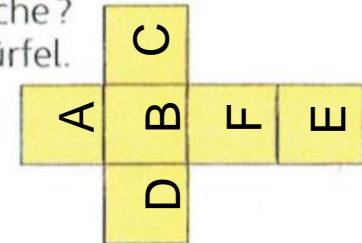
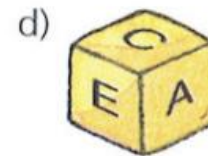
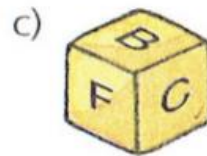
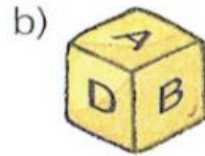
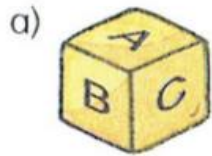
Die Vorlesung Didaktik der  
 Geometrie entfällt am 14.01.2025.  
 Die beiden Dienstagseminare finden  
 7:30 – 9:00 Uhr statt.

**Wann?** Dienstag, 14. Januar 2024; 09:15 – 10:45 Uhr  
**Wo?** Straße der Nationen | Böttcher-Bau, A10  
 Hörsaal A10.201 (alt: 1/201)

<del>12.</del>	<del>14.01.25</del>	<b>7. Der Symmetriebegriff</b>	7.1 <i>Begriffsanalyse</i>
13.	21.01.25		7.2 <i>Symmetrie in der Schule</i> 7.3 <i>Symmetrie und Kunst</i>
14.	28.01.25	<b>8. Etwas Axiomatik</b>	
15.	04.02.25	Puffer / Fragestunde	

## Aufgabe 2.4

4 Immer derselbe Würfel. Welcher Buchstabe steht auf der unteren Fläche?  
 Zeichne das Würfelnetz in dein Heft und falte zur Kontrolle einen Würfel.



Quelle: Welt der Zahl 4 (Schroedel, 2004), S.100, A4



## 3.1 Begriff versus Definition

# Minimalität versus Eigenschaftsportfolio

### Aufgaben zur individuellen Bearbeitung:

(3.1) Setzen Sie zunächst fort und überlegen Sie dann, um welchen Definitionstyp es sich handelt:

- a. Ein Viereck, bei dem alle vier Seiten gleich lang sind, heißt \_\_\_\_\_ .
- b. Wenn bei einem Viereck die gegenüberliegenden Winkel jeweils gleich groß sind, dann ist es ein \_\_\_\_\_ .
- c. Spiegelt man ein gleichschenkliges Dreieck **ABC** an der Grundseite **AB**, so ist das Viereck **AC'BC** ein \_\_\_\_\_ .

Wenn ein Trapez eine Spiegelachse besitzt, dann ist es ein \_\_\_\_\_.

Ein Trapez, das punktsymmetrisch ist, heißt \_\_\_\_\_.

Besitzt ein Trapez zwei rechte Winkel, dann ist es ein \_\_\_\_\_.

## Aufgabe 3.2

Finden Sie verschiedene Definitionen für unterschiedliche spezielle Vierecke.

# Quadrat als besondere Viereck: Eigenschaftsportfolio

4 rechte Winkel

4 gleichlange Seiten

4 Spiegelachsen (Diagonale und Seitenahlbierende)

Diagonale: gleichlang, orthogonal zueinander und halbieren sich einander

Seitenhalbierende: gleichlang, orthogonal zueinander und halbieren sich einander

Diagonale und Seitenhalbierende haben einen gemeinsamen Schnittpunkt (M).

Der Punkt M ist Mittelpunkt des Umkreises und des Innkreises.

Das Quadrat ist punktsymmetrisch zu M.

# Quadrat als besondere Viereck: Definitionen

Die (grundschultypische) Beschreibung „Ein Quadrat ist ein Viereck, dass 4 rechte Winkel und 4 gleichlange Seiten hat!“ ist keine Definition im mathematischen Sinne!

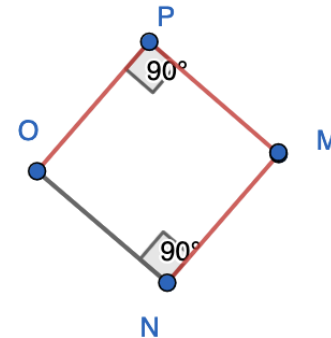
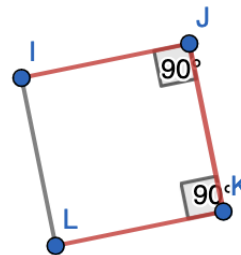
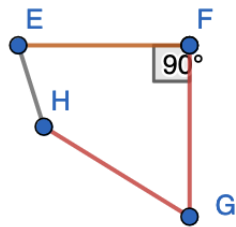
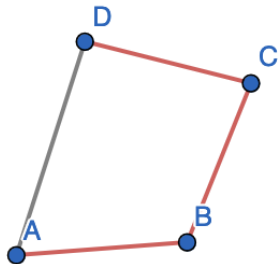
Rechteck: 4 rechte Winkel

Raute: 4 gleichlange Seiten

*Welche Ergänzungen sind notwendig, damit aus einem Rechteck bzw. einer Raute ein Quadrat?*

# Quadrat als besondere Viereck: Definitionen

Ein Viereck mit 3 gleichlange Seiten und ? rechten Winkel ist ein Quadrat.



# Quadrat als besondere Viereck: Definitionen

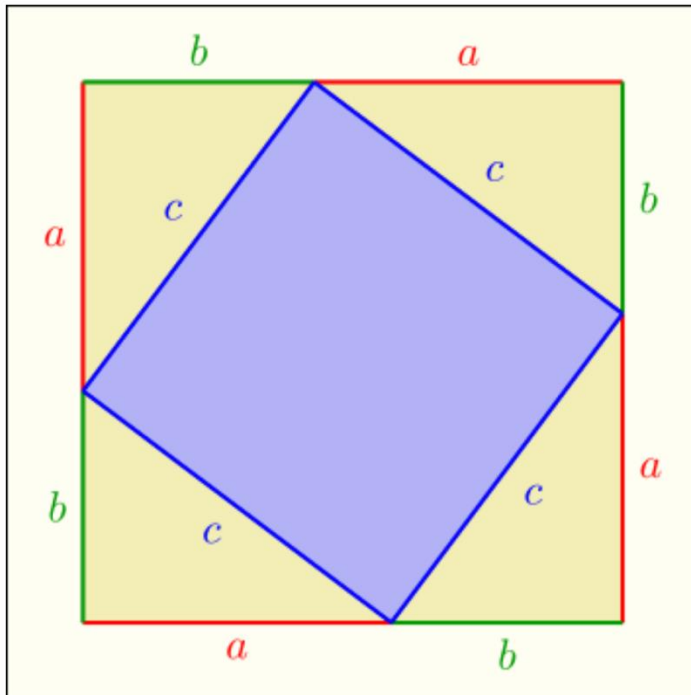
Parallelogramm mit ...

Definitionen über Symmetrieeigenschaften

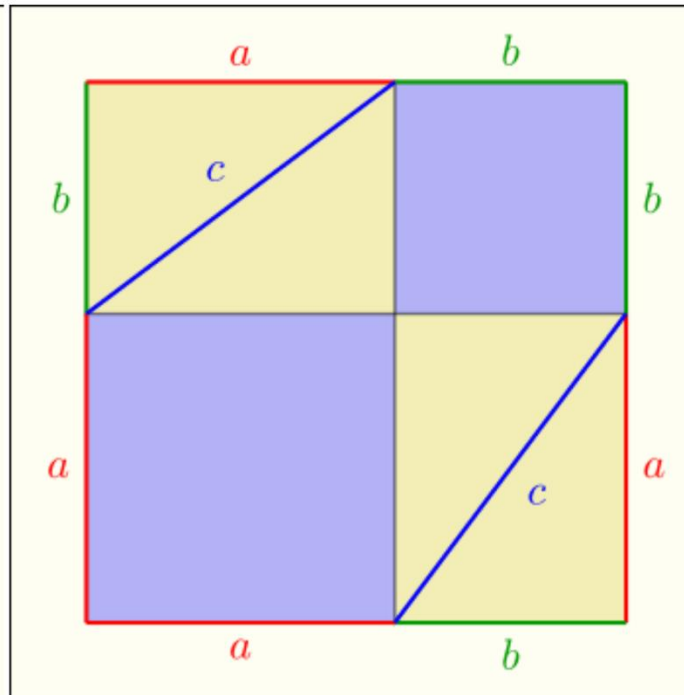
Definitionen über Eigenschaften der Diagonale

## 3.2 Begriffserwerb

3.3 Betrachten Sie folgende Bilder als inhaltlich anschaulichen Beweis des Satzes von Pythagoras auf der ikonischen Ebene. Welche Aspekte des Flächeninhaltsbegriffs werden hier genutzt, um den Satz einsichtig zu erklären. (Hinweis: Den Bezeichnungen folgend gilt  $a^2 + b^2 = c^2$ .)



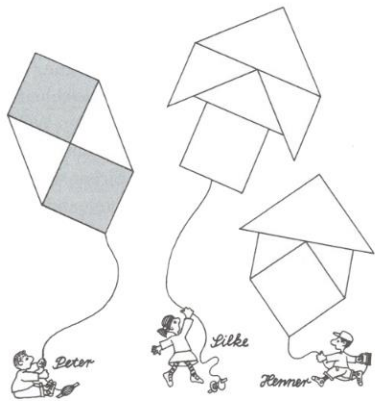
Eigene Erstellung - A. Kirsche (CC BY-NC-SA 4.0)



Eigene Erstellung - A. Kirsche (CC BY-NC-SA 4.0)

Deckungsgleichheit, Zerlegungsgleichheit,  
 Ergänzungsgleichheit, Auslegungsgleichheit

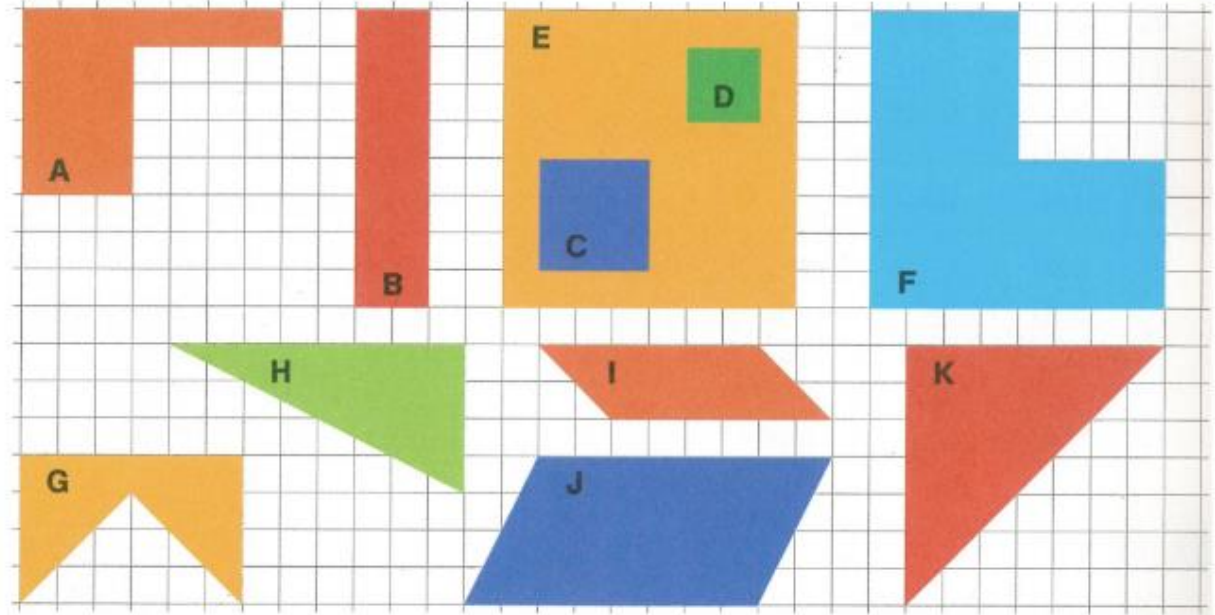
# Flächenvergleich



**Wer hat den größten Drachen?**

Quelle: Franke & Reinhold (2016), S. 311, Abb. 10.1

Bestimme den Flächeninhalt der Figuren. Überlege geschickt.



Quelle: Wochenplan Mathematik 3A - Übungen, Klett (2008), S. 23, A. 1  
(Ausschnitt)

# Zerlegungsgleichheit



Das Quadrat lässt sich in 4  
Teilpolygone zerlegen, die anders  
zusammengesetzt ein gleichseitiges  
Dreieck ergeben.




 Phidaux - Eigenes Werk

A drawing of the [Haberdasher's Problem](#), a dissection puzzle created by Henry Dudeney in 1902.

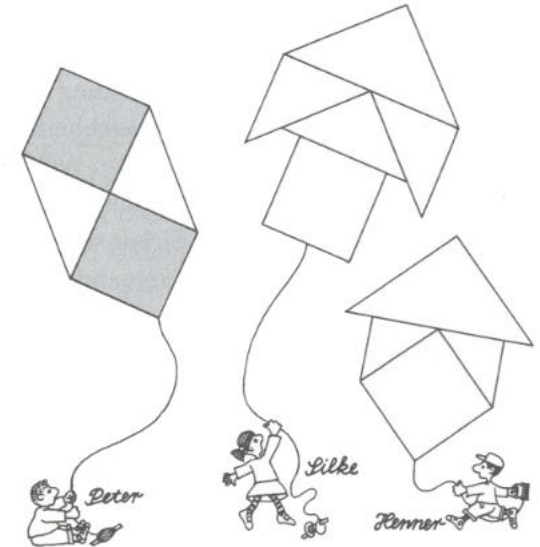
Erinnerungen

 **Gemeinfrei**

 Datei: Triangledissection.svg

 Erstellt: 8. August 2006

 Hochgeladen: 8. August 2006



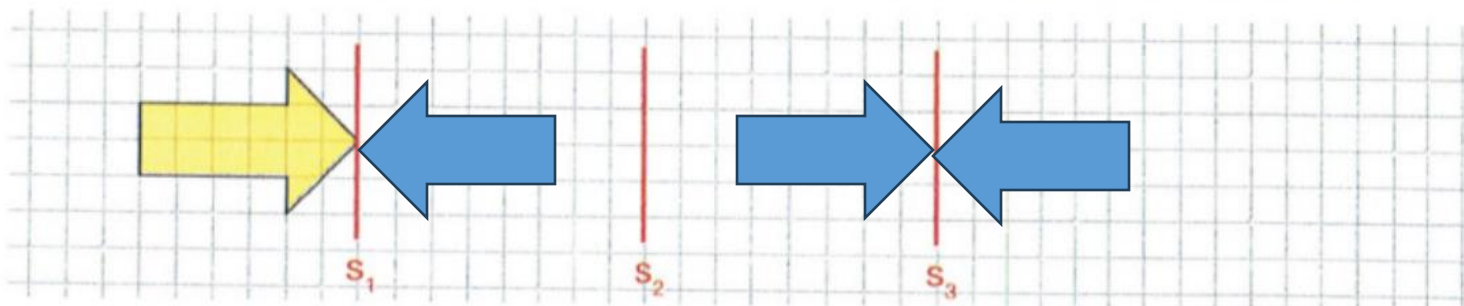
**Wer hat den größten Drachen?**

Quelle: Franke & Reinhold (2016), S. 311, Abb. 10.1

## 3.3 Übungsaktivitäten

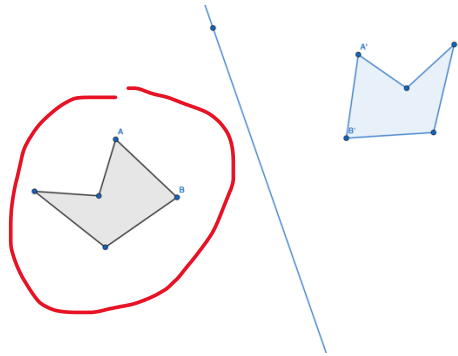
## Aufgabe 3.5

- 2
- Zeichne die 3 Spiegelachsen und den Pfeil ins Heft (Querformat). Spiegle den Pfeil an der ersten Spiegelachse. Spiegle den so entstandenen Pfeil an der 2. Spiegelachse. Was fällt dir auf?
  - Zeichne weitere Spiegelachsen im gleichen Abstand und setze das Muster fort.

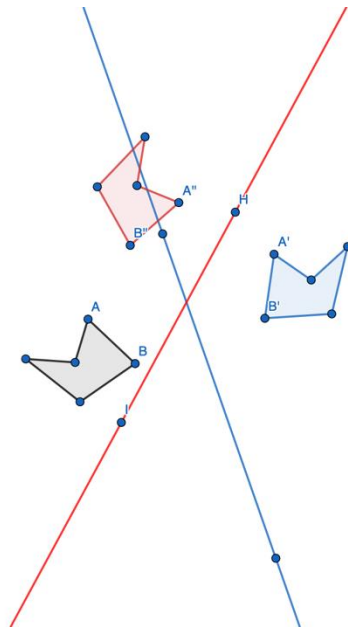


Quelle: Duden Mathematik 4, Duden 2005, S. 114

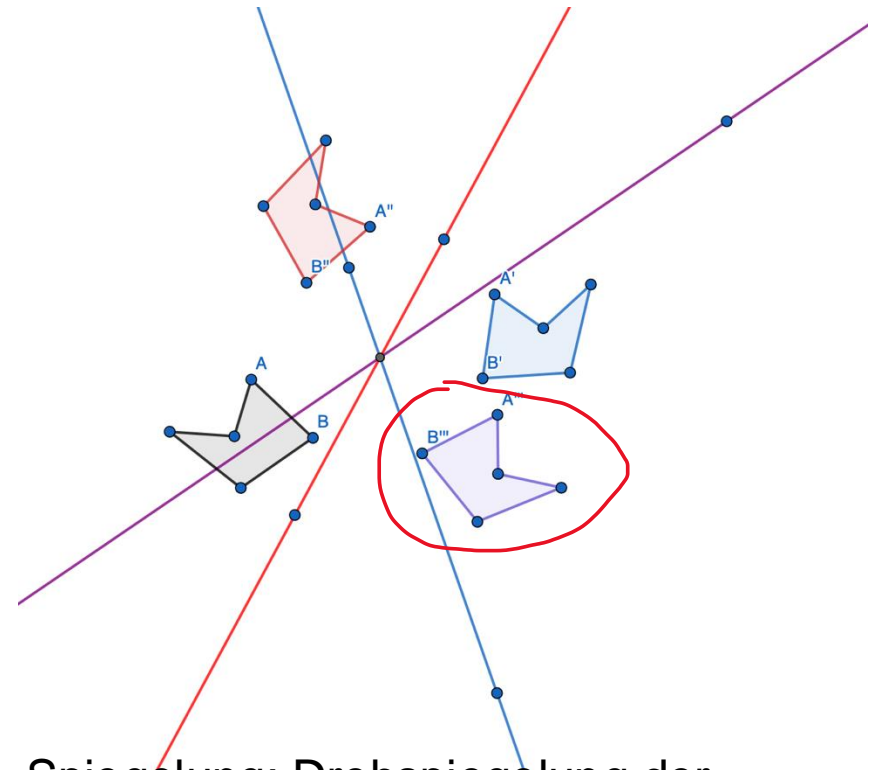
1. Spiegelung: Spiegelung der Originalfigur (Orientierungsänderung)

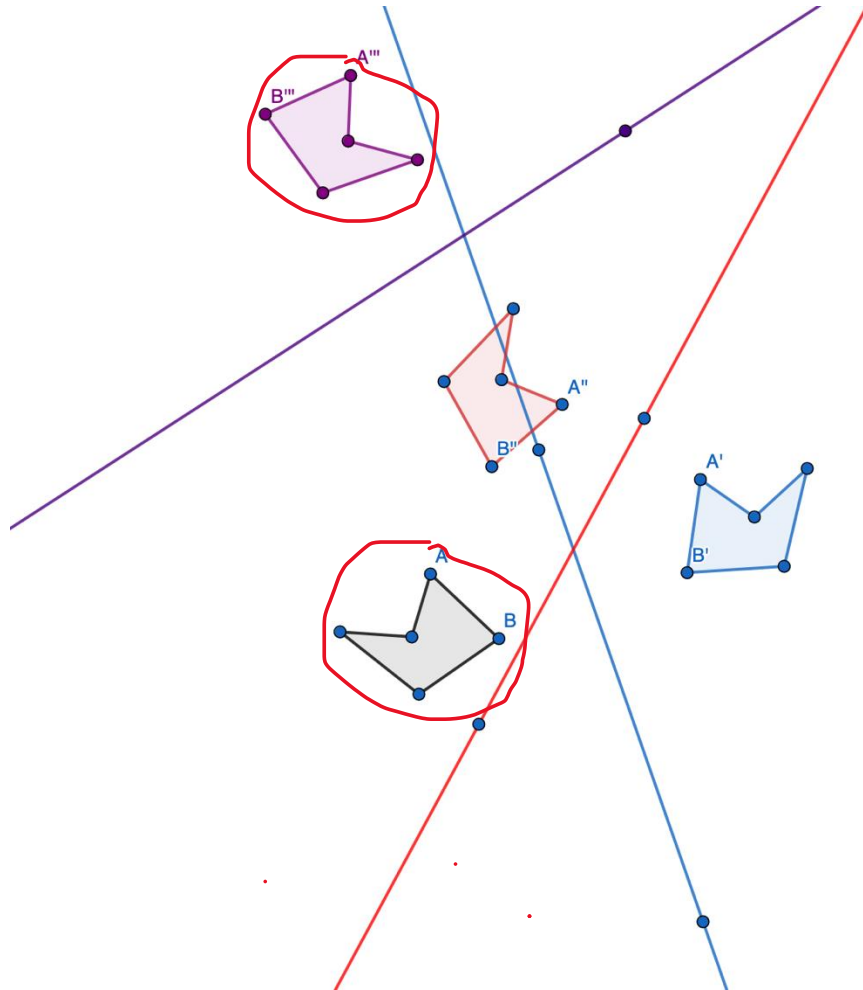


2. Spiegelung: Drehung der Originalfigur



3. Spiegelung: Drehspiegelung der Originalfigur (Orientierungsänderung)





### 3. Spiegelung: Drehspiegelung der Originalfigur (Orientierungsänderung)

# Begriffserwerb und Kopfgeometrie

## Kopfgeometrie (vgl. Weigand 2018, S. 94, Beispiel 5.5)

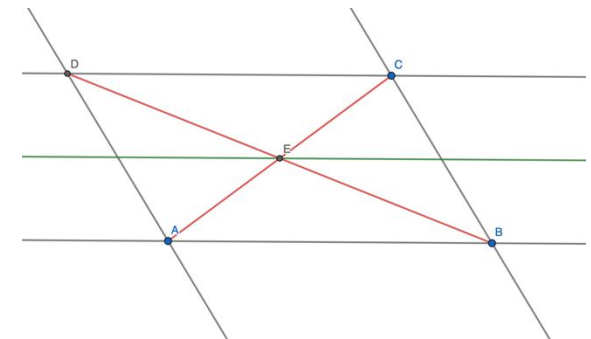
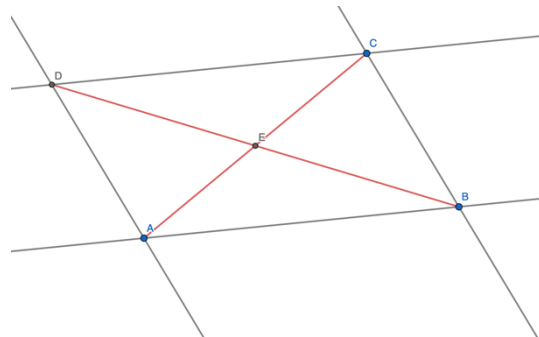
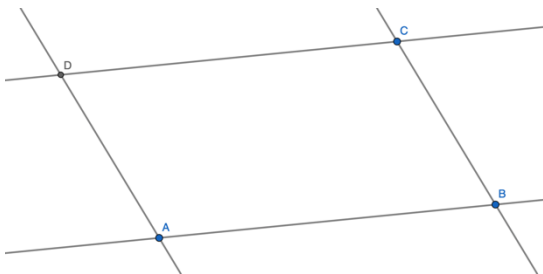
*Stell dir ein Parallelogramm vor, die Diagonalen eingezeichnet. Wie viele Teildreiecke siehst du?*

*Stell dir eine Parallele zu einem Seitenpaar durch den Schnittpunkt der Diagonalen vor. Wie viele Teildreiecke siehst du jetzt?*

Senftleben?  
Müller?

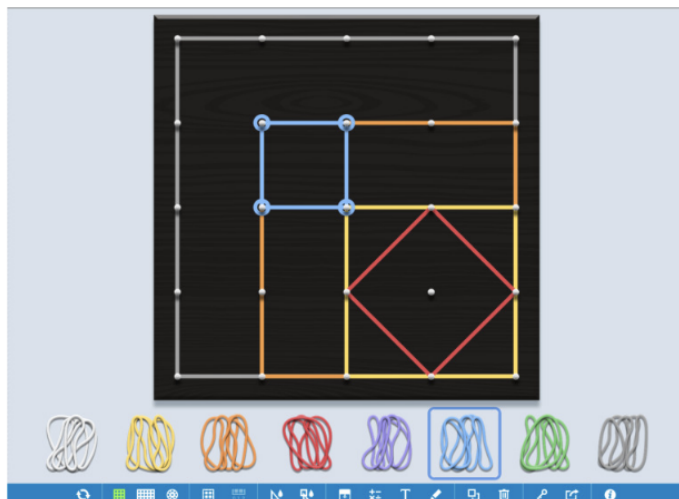
TUC, ZLB · Dr. Andreas Kirsche

5 / 13



© B. Brandt, erstellt mit geogebra

# Begriffserwerb und Problemlösen



Quelle: Screenshot App Geoboard, by A. Kirsche

## Spannen am Geobrett (Weigand 2018, S.122, Beispiel 6.11)

Spanne möglichst verschiedene Quadrate.  
Findest du alle?

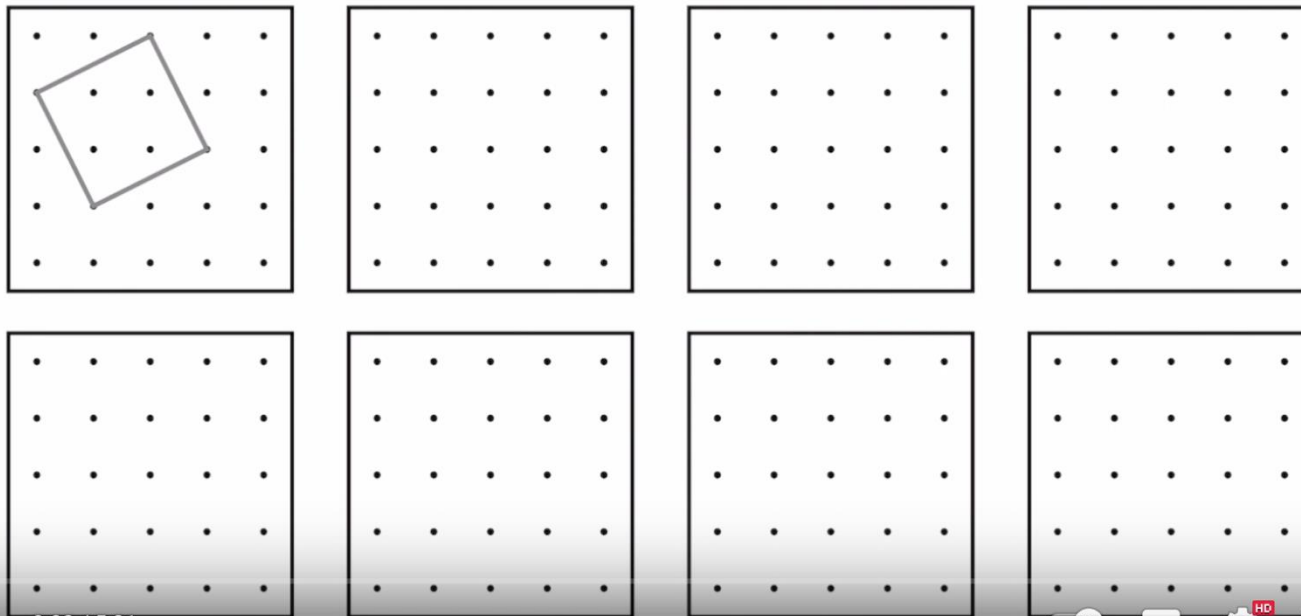
### Hinweis

*Es gibt acht verschiedene Quadrate, die auf dem  
5x5-Geobrett gespannt werden können.*

<https://www.youtube.com/watch?v=34DIRAZvMLA>

## Mathematik-Olympiade 2020/2021, 2. Stufe NI, Aufgabe 6, Klasse 4

Auf dem 5x5-Nagelbrett lassen sich 8 **unterschiedlich große** Quadrate spannen.  
 Auf dem ersten Nagelbrett ist ein solches Quadrat schon eingezeichnet.  
 Finde die 7 weiteren Möglichkeiten.



# Relationsbegriffe

Die Gerade  $g$  ist parallel zur Geraden  $h$ .

Die Gerade  $g$  ist Mittelsenkrechte zur Strecke  $AB$ .

Die Gerade  $g$  ist Tangente zum Kreis  $k$ .

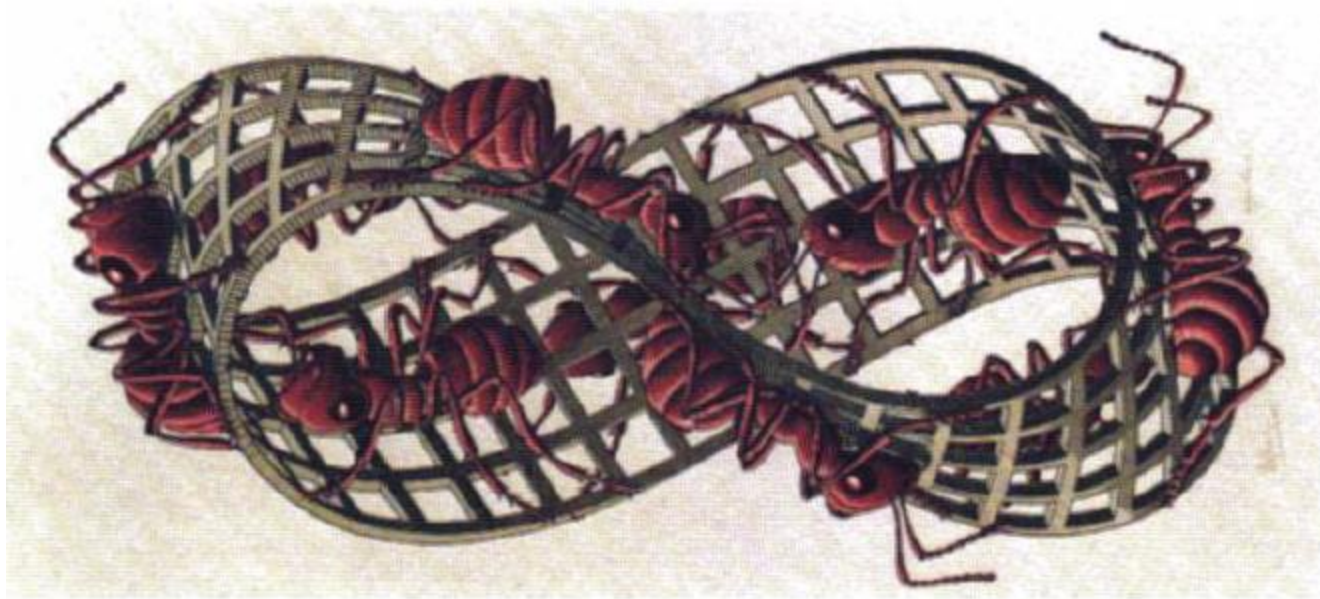
Der Punkt  $S$  ist Berührungspunkt der Kreise  $K1$  und  $K2$ .

Relation	Vorbereich	Nachbereich
ist parallel zu	Gerade	Gerade
ist kongruent (deckungsgleich) zu	Figuren	Figuren
ist Mittelpunkt von	Punkt	Strecke, Kreis
ist Durchmesser von	Strecke	Kreis
ist Schnittpunkt von	Punkt	zwei (oder mehr) Kurven (Spezialfall: Geraden)

Vgl. Holland, S. 46



# VIELEN DANK FÜR IHRE AUFMERKSAMKEIT



Escher: Möbiusband