Schulz, Luca Etienne 4. November 2021

Hausaufgabe 6 zum 9. November 2021

geordnete Paare

A_1, A_2 nichtleere Mengen $a_1 \in A_1$, $a_2 \in A_2$

Das geordnete Paar ist def.:

$$(a_1, a_2) := \{\{a_1, a_2\}, \{a_2\}\}$$

zwei-elementige Menge, außer, wenn $a_1 = a_2$

Die Menge aller geordneten Paare

$$A_1 \times A_2 := \{(a_1, a_2) \mid a_1 \in A_1 \wedge a_2 \in A_2\}.$$

heißt das kartesische Produkt von A_1 und A_2.

Wenn gilt $A_1 = \emptyset$ oder $A_2 = \emptyset$,

dann $A_1 \times A_2 = \emptyset$

n-Tupel:

Für n Mengen $(n \geq 3)$, $A_1, A_2, A_3, \dots$ $(A_h \neq \emptyset \ \forall h)$ definiert man die geordneten n-Tupel induktiv durch

$$(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) := ((a_1, a_2, \dots, a_{n-1}), (a_n))$$

aus dem Einen folgt das Andere

geordnete Menge

$a_1 \in A_1, a_2 \in A_2, \dots, a_n \in A_n$

kartesische Produkt (Produktmenge)

Das kartesische Produkt (Produktmenge) ist def. durch:

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n := \prod_{i=1}^{n} A_i := \{(a_1, \dots, a_n) \mid a_i \in A_i\}$$

Gilt $A_i = \emptyset$ für ein i, dann ist $A_1 \times \dots \times A_n := \emptyset$

n-stellige Relation

Eine Teilmenge $R \subseteq A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ nennt man eine n-stellige Relation in $\prod_{i=1}^{n} A_i$.
Im Fall $A_1 = A_2 = A_3 = A$ spricht man von einer Relation auf A.

Für zwei-stellige Relationen R sagt man „x steht in Relation mit y" (bzgl. Relation R) falls $x, y \in R$.

Im Falle von $R = \emptyset$, spricht man von einer leeren Relation.

Ordnungsrelation

R ist eine Ordnungsrelation auf der Menge G, wenn folgende Eigenschaften erfüllt sind:

(i) $\forall\, x \in G$ gilt xRx (Reflexivität)

(ii) es gilt die Implikation $(xRy \wedge yRz) \Rightarrow xRz$ (Transivität)

(iii) es gilt die Implikation $(xRy \wedge yRz) \Rightarrow x = y$ (Antisymmetrie)

Ist R eine Ordnungsrelation, heißt G eine durch R geordnete Menge.

Äquivalenzrelation

Eine 2-stellige Relation R auf einer Menge G heißt Äquivalenzrelation auf G, falls gilt:

(i) $\forall\, x \in G$ gilt xRx (Reflexivität)

(ii) Es gilt die Implikation $xRy \Rightarrow yRx$ (Symmetrie)

(iii) Es gilt die Implikation $(xRy \wedge yRz) \Rightarrow xRz$ (Transivität)

Stehen x und y in Relation, xRy, sagt man „x ist äquivalent zu y“.

inverse Relation

Sei R in $A \times B$ definierte zwei-stellige Relation ist definiert als

$$R^{-1} := \{ (y,x) \in B \times A \mid (x,y) \in R \} \subseteq B \times A$$

die inverse Relation R^{-1} als eine zwei-stellige Relation in $B \times A$.

L. Schulz 7. November 2021 :)