

04 Liniensuchverfahren,  
Abstiegsverfahren,  
Schrittweitenstrategien  
Nichtlineare Optimierung  
WS 2020/21

# Quizfrage

Suche entlang von Linien (1D-Schnitte)

Was sind Liniensuchverfahren?

→ Umfrage

1 A Optimierungsverfahren, die nur 1-dimensionale Optimierungsaufgaben lösen können (~~✓~~  $\in \mathbb{R}$ )

D C Verfahren, die quadratische Modelle verwenden

10 B Verfahren, die zuerst eine Suchrichtung  $d$  und anschließend eine Schrittlänge  $\alpha$  bestimmen

1 D Verfahren, die nach Linien suchen

# Quizfrage

Abstieggerichtung:  
 $\underline{f'(x_0)} d < 0$

Welche der genannten Richtungen ist eine Abstiegsrichtung für  $f(x) = -x_1^2 + x_2$  im Punkt  $x_0 = (2, 1)^T$ ?

$$f'(x) = (-2x_1, 1)$$

$$f'(x_0) = (-4, 1)$$

→ Umfrage  $\underline{f'(x_0)} d$

A  $d = (0, 0)^T$       0

C  $d = (-1, 0)^T$       4

**E**  $d = (1, 0)^T$       -4

B  $d = (1, 4)^T$       0

D  $d = (0, 4)^T$       4

# Quizfrage

$$f'(x_0)d = \nabla f(x_0)^T d = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}^T d \leq 0$$

Wie kann man **alle** Abstiegsrichtungen für  $f(x) = -x_1^2 + x_2$  im Punkt  $x_0 = (2, 1)^T$  beschreiben?

$$f'(x_0) = (-4, 1)$$

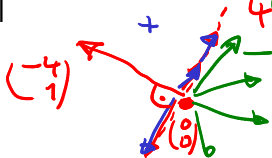
→ Umfrage

0 A ein einzelner Vektor

2 B eine Halbgerade

4 C ein Kegel

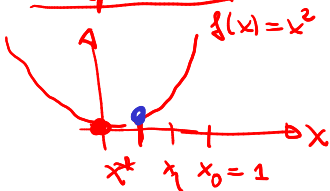
4 D ein offener Halbraum



# Allgemeines Abstiegsverfahren

- 1: Setze  $k := 0$
- 2: **while** Abbruchkriterium nicht erfüllt **do** *Abstiegsrichtung*
- 3: Bestimme eine Suchrichtung  $d_k$  mit  $f'(x_k) d_k < 0$
- 4: Wähle eine Schrittweite  $\alpha_k > 0$  mit  $f(x_k + \alpha_k d_k) < f(x_k)$  *→ Funktionswert nach Update kleiner als vorher*
- 5: Setze  $x_{k+1} := x_k + \alpha_k d_k$
- 6: Setze  $k := k + 1$
- 7: **end while**
- 8: **return**  $x_k$

## Beispiel 5.6



$$x_0 = 1, \quad d_0 = -1, \quad \alpha_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^{1+2}$$

$$x_1 = x_0 + \alpha_0 d_0 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$x_2 = x_1 + \alpha_1 d_1 = \frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

$$0 < x_{k+1} < x_k, \quad f(x_{k+1}) < f(x_k)$$

$$x_k \rightarrow \frac{1}{2} = x^*$$

# Quizfrage

$x^*$  stationäres Punkt ;  $f'(x^*) = 0$   
 $f(x) = -x$       $f(x) = e^x$

Welche Eigenschaft bezeichnet man als **globale Konvergenz** eines Abstiegsverfahrens?

→ Umfrage

- A Konvergenz von  $\{x_k\}$  gegen ein globales Minimum der Aufgabe
- B  $\{x_k\}$  konvergiert gegen einen stationären Punkt
- C Häufungspunkte von  $\{x_k\}$  sind stationär
- D Konvergenz von  $\{x_k\}$  gegen ein lokales Minimum der Aufgabe

Grenzwerte von Teilfolgen

# Quizfrage

Welche Eigenschaften wird ein Abstiegsverfahren mit Liniensuche benötigen? *für gute Konvergenzeigenschaften*

→ Umfrage

A Die Suchrichtungen  $d_k$  müssen „gut“ sein. Die Schrittweiten  $\alpha_k$  sind nicht wichtig.

B Die Schrittweiten  $\alpha_k$  müssen „gut“ sein. Die Suchrichtungen  $d_k$  sind nicht wichtig.

C Die Suchrichtungen  $d_k$  müssen „gut“ sein und die Schrittweiten  $\alpha_k$  müssen den möglichen Abstieg ausnutzen.

D Die Wahl der Suchrichtungen  $d_k$  und der Schrittweiten  $\alpha_k$  ist nicht so wichtig.

# Quizfrage

Wann heißt eine Folge von Suchrichtungen  $d_k$  zulässig?

→ Umfrage  
normalisierte Ansatz

g A  $\frac{f'(x_k) d_k}{\|d_k\|_M} \rightarrow 0 \Rightarrow f'(x_k) \rightarrow 0$  z B  $f'(x_k) d_k < 0$   
o D  $f'(x_k) d_k > 0$

z C  $f'(x_k) d_k \rightarrow 0$

# Quizfrage

Eine Folge von Schrittweiten  $\alpha_k$  heißt **zulässig**, wenn  $f(x_k + \alpha_k d_k) \leq f(x_k)$  gilt und zusätzlich ...

→ Umfrage

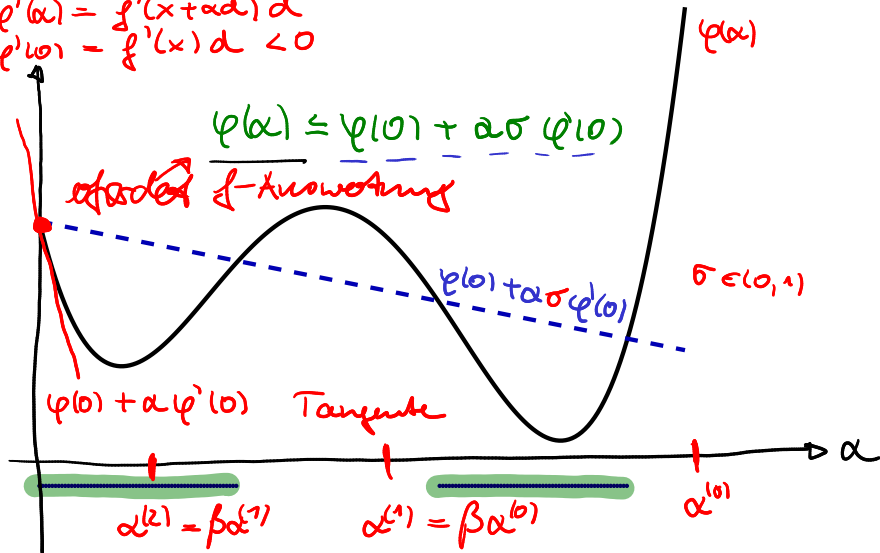
A  $f(x_k + \alpha_k d_k) < f(x_k)$   
 B  $f(x_k + \alpha_k d_k) - f(x_k) \rightarrow 0$   
impliziert  $\frac{f'(x_k) d_k}{\|d_k\|_M} \rightarrow 0$

C  $\alpha_k \geq 1$   
 D  $\alpha_k$  konvergiert nicht gegen 0

# Armijo-Bedingung

Linien suchfunktion  
 $\varphi(\alpha) := f(x + \alpha d)$

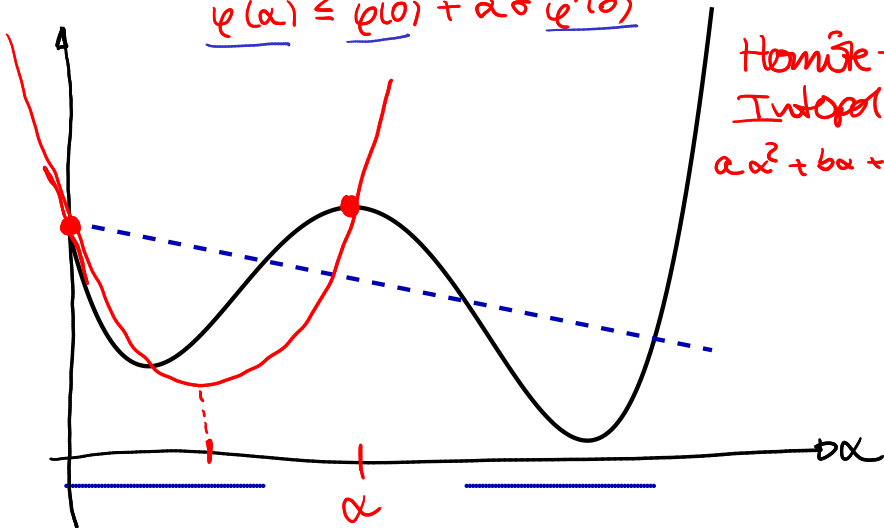
$$\varphi'(\alpha) = f'(x + \alpha d) d$$
$$\varphi'(0) = f'(x) d < 0$$



# Armijo-Bedingung

Backtracking mit Interpolation

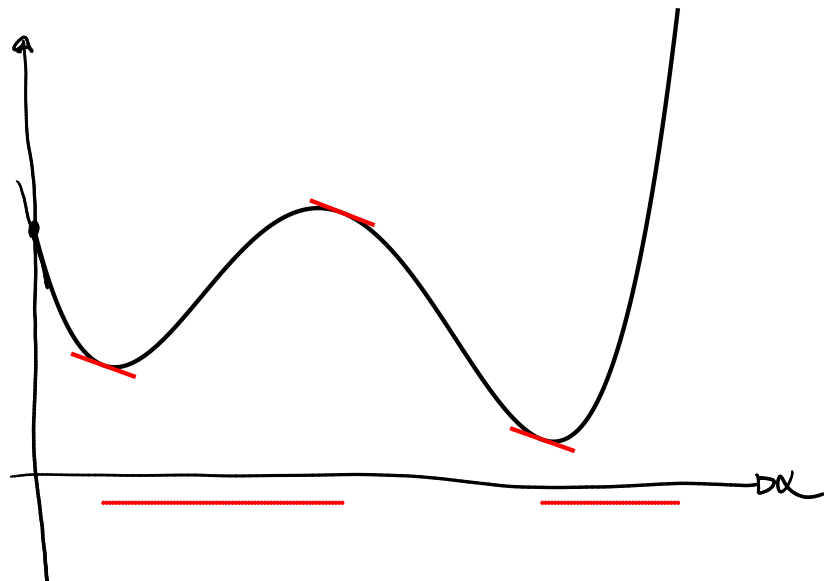
$$\underline{\varphi(\alpha)} \leq \underline{\varphi(0)} + \alpha \sigma \underline{\varphi'(0)}$$



# Demonstration Armijo-Liniensuche

test\_Armijo.m

# Krümmungs-Bedingung



# Demonstration Wolfe-Liniensuche

test\_Wolfe.m

# Zeit für Ihre Fragen

Was sind Ihre Fragen zu den Themen der Woche?

→ Benutzen Sie den **Chat**.

# Fragen und Antworten 1

# Fragen und Antworten 2