## Thema: Parameter bei quadratischen Funktionen (DGS)

**Oberschule Klasse 9, Lernbereich 3**
(Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen)

## Anforderungen des Lehrplans (2009/2019)

**Klasse 9, S.36/37**

Die Schüler stellen Abhängigkeiten in verbaler, tabellarischer, symbolischer und grafischer Form dar. Die Schüler erzeugen und analysieren Schaubilder und grafische Darstellungen, deuten deren Aussagekraft und lesen aus ihnen Merkmale wie Minimum, Maximum und Spannweite ab.
Die Schüler untersuchen quadratische Funktionen, … (Einblick in wesentliche Eigenschaften wie Definitions-, Wertebereich, Nullstellen, Monotonieverhalten, Minimum, Maximum)
Beherrschen der zeichnerischen und rechnerischen Bestimmung des Scheitelpunktes

## Didaktischer Kommentar

Einsatz der Beispiele in der Phase der Erarbeitung (AB1), der Übung, Festigung und Wiederholung (AB2) in Klasse 9 bei der Einführung (AB1) der Scheitelpunktsform bzw. nach der Behandlung (AB2) von allgemeiner Form und Scheitelpunktsform.

Schwierigkeiten werden beim Darstellungswechsel (Funktionsgleichung ←→ Graph) wahrscheinlich dadurch entstehen, dass die SuS bei einer Übersetzung zu einer Gleichung häufig die Scheitelpunktform und die allgemeine Form miteinander vermischen und sich der Bedeutung der jeweiligen Parameter für die Lage der Parabel im Koordinatensystem nicht bewusst sind.

## Ziele

Die Schülerinnen und Schüler untersuchen, welchen Einfluss die Parameter d und e in der Scheitelpunktform auf die Lage des Graphen der Funktion $y = f(x) = (x + d)^2 + e$ haben.

Ausgehend von der Normalparabel zeichnen sie zunächst mithilfe von Wertetabellen und Parabelschablone die Graphen zu vorgebenen Parametern d und e.

Sie begründen mithilfe der SPF, ob ein Zusammenhang zwischen einer vorgegebenen Funktionsgleichung und einem Graphen besteht.

Unter Einsatz von dynamischer Geometrie-Software erzeugen die SuS dynamisch "Parabelscharen" und finden den Zusammenhang zwischen Parametern der SPF und der Lage des Graphen bzw. seines Scheitelpunktes.

Im Differenzierungsbereich erweitern sie ihre Erkundungen der Funktionsparameter auf die allgemeine Scheitelpunktform $y = a\,(x – d)2 + e$ sowie die allgemeine Form $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$.

## Potential des digitalen Werkzeugs

Dynamische Geometrie-Software ermöglicht es, mit geeigneten Arbeitsblättern das Verhalten des Scheitelpunktes durch SuS erkunden und entdecken zu lassen. Das vorgestellte AB enthält Erkundungsaufgaben, bei denen eine DGS einen anschaulichen und verständnisorientierten Zugang zur Formel für den Scheitelpunkt unterstützt. Außerdem wird gezeigt, wie man bei Funktionen mit DGS den Zusammenhang von Funktionenparametern und Lage des Graphen untersucht.

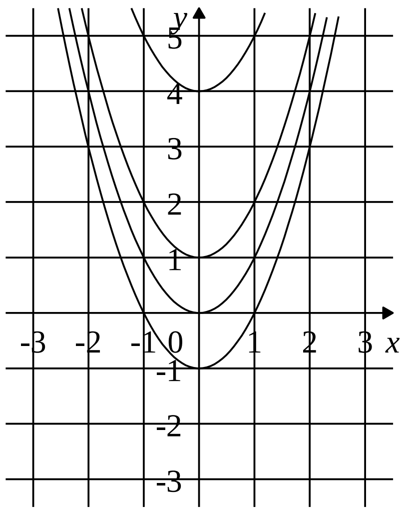
DGS haben hier einen Vorteil ggü. einfachen Funktionenplottern. Denn dort wird der dynamische Zusammenhang, wie ändert sich der Graph, wenn p, q oder d, e geändert werden?, für die SuS nicht sichtbar oder ist nur schwer zu entdecken. Denn der Schüler sieht nicht den Zusammenhang zwischen einem Wert eines Parameters und dem zugehörigen Graphen, sondern sieht viele Graphen gleichzeitig.

Mit DGS kann nun die kontinuierliche Veränderung der Parameter einfach durch Schieberegler realisiert werden. Der jeweilige Scheitelpunkt ist dann auf einer Ortslinie sichtbar. Änderungen des Parameters wirken sich unmittelbar auf den Graphen aus, die Schüler können interaktiv untersuchen, wie der Graph reagiert, wenn ein Parameter variiert wird.

Arbeitsblatt 1

# Quadratische Funktionen in Scheitelpunktform

A1) Verschiedene Graphen wurden hier gezeichnet.




A1.a) Welcher Graph gehört zu welcher Funktion?
(Anm.: Methode Denken-Teilen-Austauschen)

$f_1 = x^2 - 1$ $f_3 = x^2 + 1$

$f_2 = x^2 + 4$ $f_4 = x^2$

A1.b) Wie wir der Graph der Funktion $k(x) = x^2 - 0{,}5$ verlaufen? Begründe.

________________________________________

A1.c) An welcher Stelle liegt sein Scheitelpunkt?

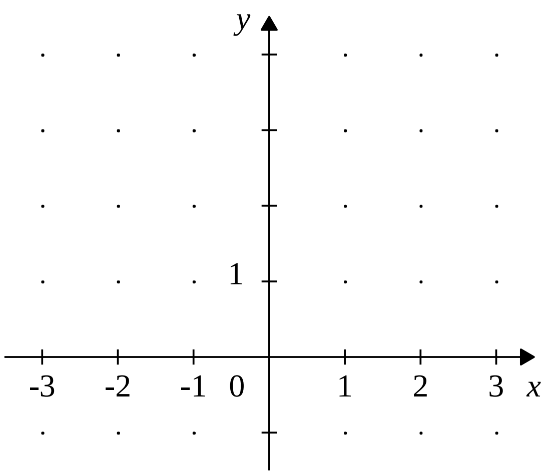
________________________________________

A2) Skizziere für drei Werte d mit $-2 \leq d \leq +2$ je einen Graphen der Funktion $f_d = (x + d)^2 + 1$.

| d= | x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | f(x) | | | | | | | |

| d= | x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | f(x) | | | | | | | |

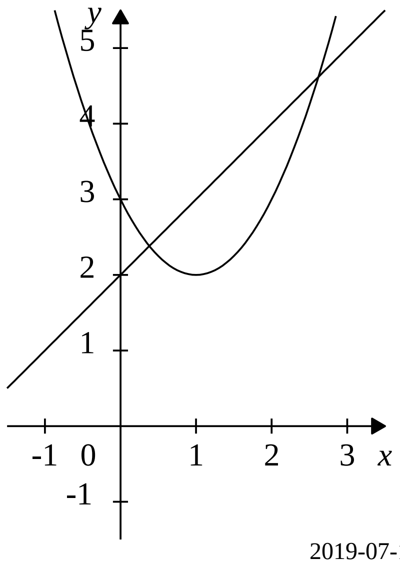
| d= | x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | f(x) | | | | | | | |




Was bewirkt die Variable d?

____________________________________________________________ .

A3) Vervollständige die Aussagen:




A3.a) Der Graph g passt zur Funktion $g(x) = x + 2$, weil …

________________________________________

________________________________________

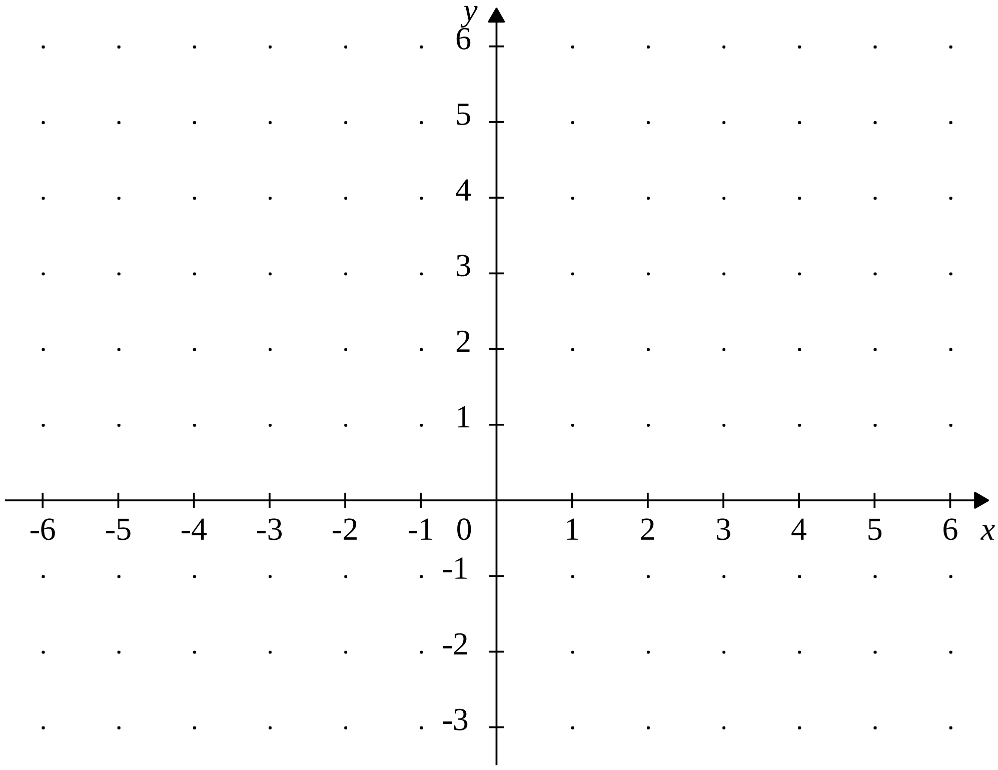
A3.b) Der Graph f passt zur Funktion $f(x) = (x - 1)^2 + 2$,

weil … ___________________________________

________________________________________

A4) Zeichne mit der Parabelschablone die Graphen zu den angegeben Funktionen. Überlege zuerst, wo der Scheitelpunkt liegen müsste.

| | | |
|---|---|---|
| $f_1(x) = (x - 4)^2$ | $f_3(x) = (x + 4)^2 - 2$ | $f_5(x) = (x + 0)^2 + 4$ |
| $f_2(x) = (x + 4)^2$ | $f_4(x) = (x - 2)^2 + 2$ | |




A5) Nenne jeweils zwei Funktionsgleichungen, deren Graph

A5.a) den Scheitelpunkt im 1. Quadranten hat:

________________________ ________________________

A5.b) den Scheitelpunkt im 3. Quadranten hat:

________________________ ________________________

A5.c) keinen Schnittpunkt mit der x-Achse hat

________________________ ________________________

Arbeitsblatt 2

# Parameter der Scheitelpunktform mit dem DGS erkunden

Bearbeite die folgenden Aufgaben mit der digitalen Geometrie-Software (DGS) GeoGebra.

Blende auf dem Zeichenblatt das Koordinatengitter ein (Ansicht > Koordinatengitter).

A1) Erstelle über das Feld [Eingabe:] die Parabel zu der Funktion $f(x) = (x + 1) + 2$.
(Anm.: Wenn eingeübt, sollte auch eine Wertetabelle angezeigt und angelegt werden)

Vergleiche mit der Normalparabel. Was fällt dir am Graphen auf?

______________________________________________________________.

A2) Setze nun in $f(x) = (x +$ ▒$) + 2$ verschiedene Zahlen ein.

A2.a) Gehe so vor: Füge einen Schieberegler auf dem Zeichenblatt ein und
trage bei "Name die Variable "d" ein. Ersetze in der Funktionsgleichung ("Algebra-Ansicht" am linken Bildschirmrand) den Wert 1 durch die Variable d.

A2.b) Wie verändert sich der Graph der Funktion?

_________________________________________________________________ .

A3) Setze danach in $f(x) = (x + d) +$ ▒ für den Platzhalter verschiedene Zahlen ein.
Gehe so vor wie bei A2.a) und nenne den neuen Schieberegler "e".
Wie verändern sich die Graphen jeweils?

___________________________________________________________________.

A4) Experimentiere nun mit dem Faktor **a** und lasse dir Funktionsgraphen
für $f(x) = \mathbf{a} \cdot (x + d)^2 + e$ zeichnen. Erstelle wieder einen Schieberegler für a und gehe ansonsten so vor wie bei A2.a).

A5) Wovon ist der Verlauf des Funktionsgraphen einer quadratischen Funktion abhängig?
Notiere deine Entdeckungen:

____________________________________________________________________

____________________________________________________________________

A6) Zusatz: Die Variablen *p und q* in der sogenannten Normalform $y = f(x) = x^2 + px + q$
dürfen nicht mit den Variablen *d und e* in der Scheitelpunktform $y = f(x) = (x + d)^2 + e$
verwechselt werden.

A6.a) Erkunde, wie sich der Verlauf des Graphen der Funktion $f(x) = x^2 + px + q$ ändert, wenn du p und q variierst. Gehe dabei so vor wie bei A2 und A3. Notiere deine Beobachtungen:

_______________________________________________________________

A6.b) Wie verläuft die sogenannte Orskurve des Scheitelpunktes von f, wenn du nur die Variable p änderst? Erstelle dazu über die Eingabe-Zeile den Extrempunkt S [Eingabe: S=Extremum(f) ] und schalte die "Spur ein" (Rechtsklick auf den Punkt S).

Notiere wieder deine Beobachtung: __________________________________________________ .