

# GLAAG HA 03

Becky Besser  
Mtr.-Nr. 4529327

## Aufgabe 3.1:

- (a) Zu zeigen:  $S$  rechtstotal

*Annahme:* Die Relation  $S \circ R$  sei rechtstotal.

Es sei  $z$  ein Element aus  $Z$ . Da  $S \circ R$  rechtstotal ist, existiert  $x \in X$ , so dass  $(x, z) \in S \circ R$ .

Also folgt aus der Definition der Komposition, dass es ein  $y \in Y$  gibt, so dass  $(x, y) \in R$  und  $(y, z) \in S$ .

Somit gibt es für jedes Element  $z \in Z$  auch ein Element  $y \in Y$  so, dass  $(y, z)$  ein Element aus  $S$  ist. Das heißt, dass  $S$  rechtstotal ist.

- (b) Zu zeigen:  $\forall x, \hat{x} \in X \forall y \in Y : (x, y) \in R \wedge (\hat{x}, y) \in R \Rightarrow x = \hat{x}$

*Annahme:* Die Relation  $S \circ R$  sei linkseindeutig und die Relation  $S$  linkstotal.

Es sein  $x$  und  $\hat{x} \in X$ , sowie  $y \in Y$ , so dass  $(x, y)$  und  $(\hat{x}, y) \in R$ .

Da  $S$  linkstotal ist, existiert  $z \in Z$ , so dass  $(y, z) \in S$ .

Aus der Definition der Komposition für  $S \circ R$  folgt:

$(x, z) \in S \circ R$  und  $(\hat{x}, z) \in S \circ R$ .

Da  $S \circ R$  linkseindeutig ist, folgt aus der Definition :

$x = \hat{x}$ .

Somit folgt für alle Elemente  $x$  und  $\hat{x} \in X$  und jedes  $y \in Y$ , für die  $(x, y)$  und  $(\hat{x}, y)$  Elemente aus  $R$  sind, dass  $x$  und  $\hat{x}$  gleich sind. Das heißt, dass  $R$  linkseindeutig ist.

- (c) Zu zeigen:  $(x, y) \in R$

*Annahme:* Die Relation  $S \circ R$  sei rechtstotal und die Relation  $S$  linkseindeutig und linkstotal.

Es sei  $y$  ein Element aus  $Y$ .

Da  $S$  linkstotal ist, gibt es ein  $z \in Z$ , so dass  $(y, z) \in S$ .

Wegen der Rechtstotalität von  $S \circ R$  gibt es ein  $x \in X$ , so dass  $(x, z) \in S \circ R$ .

Aus der Definition der Komposition folgt, dass es ein  $\hat{y} \in Y$  gibt, für das gilt:  
 $(x, \hat{y}) \in R$  und  $(\hat{y}, z) \in S$ .

Wegen der Linkseindeutigkeit von  $S$  gilt:

$$y = \hat{y}$$

Da  $(x, \hat{y}) \in R$  und  $y = \hat{y}$  gilt auch:

$$(x, y) \in R$$

Somit gibt es für jedes Element  $y$  aus  $Y$  ein Element  $x$  aus  $X$  so, dass  $(x, y)$  ein Element aus  $R$  ist. Das heißt, dass  $R$  rechtstotal ist.