

DIS N5 Hausaufgabe

Josua Kowalzik

25. November 2021

1 Aufgabe (a)

1.1 Aufgabenstellung(a)

Berechnen Sie mit dem euklidischen Algorithmus den $\text{ggT}(m,n)$ für die Zahlenpaare

(i) $n = 52, m = 18$ (ii) $n = 115, m = 42$,

und finden Sie $a, b \in \mathbb{Z}$ mit $\text{ggT}(m, n) = a \cdot n + b \cdot m$.

1.2 Lösung (a)

(i) $n = 52, m = 18$

		187	51	-q
$\text{ggT}(51, 187)$	187	1	0	.
	51	0	1	.
$187 = 3 \cdot 51 + 34$	34	1	-3	-3
$51 = 1 \cdot 34 + 17$	17	-1	4	-1
$34 = 2 \cdot 17$				

$$\text{ggT}(51, 187) = 17 = 4 \cdot 51 - 1 \cdot 187$$

(ii) $n = 115, m = 42$

		115	42	-q
$\text{ggT}(115, 42)$	115	1	0	.
	42	0	1	.
$115 = 2 \cdot 42 + 31$	31	1	-2	-2
$42 = 1 \cdot 31 + 11$	11	-1	3	-1
$31 = 2 \cdot 11 + 9$	9	3	-8	-2
$11 = 1 \cdot 9 + 2$	2	-4	11	-1
$9 = 4 \cdot 2 + 1$	1	19	-52	-4
$2 = 2 \cdot 1$				

$$\text{ggT}(115, 42) = 1 = 19 \cdot 115 - 52 \cdot 42$$

2 Aufgabe (b)

2.1 Aufgabenstellung (b)

Berechnen Sie die letzte Ziffer der Zahl 7^{543} mit der Methode "Quadrieren und Multiplizieren".

2.2 Lösung (b)

Die letzte Ziffer einer Zahl x entspricht $x \bmod 10$.

$$543_{10} = 1000011111_2$$

$(543)_2$	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1
Schritt	Start	Q	Q	Q	Q	QM	QM	QM	QM	QM
Zahl	7	49	81	1	1	7	$49 \cdot 7$	$9 \cdot 7$	$9 \cdot 7$	$9 \cdot 7$
mod 10	7	9	1	1	1	7	3	3	3	3

Die letzte Ziffer der Zahl 7^{543} lautet demnach "3".