

Formelübersicht zur Sedimentation

Sedimentation des kugelförmigen Einzelteilchens

Vorgehen:

1. Welcher Aufgabentyp liegt vor?

Aufgabentyp I: Partikelgröße x gegeben, Sinkgeschwindigkeit v_S gesucht
 Aufgabentyp II: Sinkgeschwindigkeit v_S gegeben, Partikelgröße x gesucht

2. Berechnung der dimensionslosen Kennzahlen

für AT I - Archimedes-Zahl:
$$Ar = \frac{g \cdot \Delta\rho \cdot \rho_F \cdot x^3}{\eta_F^2}$$

für AT II - Ljascenko-Zahl:
$$Lj = \frac{\rho_F^2 \cdot v_S^3}{g \cdot \Delta\rho \cdot \eta_F}$$
 (auch Omega-Zahl Ω)

Achtung: Für Sedimentation in Zentrifugalfeldern muss die Fallbeschleunigung g durch die Zentrifugalbeschleunigung a_Z oder das Produkt $z \cdot g$ (z = Beschleunigungsvielaches) ersetzt werden.

3. Bestimmung des Strömungsregimes und der Koeffizienten A und B des Potenzansatzes für den Widerstandsbeiwert ($c_W = \frac{B}{Re^A}$) aus nachstehender Tabelle

Strömungsregime	Stokes	Übergangsregime			Newton
	schleichende Strömung	ablösefrei	beginnende Ablösung	Wirbelschlepe	turbulente Nachlaufströmung
Re	$Re \leq 0.56$	$0.56 < Re \leq 10.1$	$10.1 < Re \leq 122$	$122 < Re \leq 839$	$839 < Re \leq 10^5$
Ar	$Ar \leq 10$	$10 < Ar \leq 325$	$325 < Ar \leq 1.07 \cdot 10^4$	$1.07 \cdot 10^4 < Ar \leq 2.23 \cdot 10^5$	$2.23 \cdot 10^5 < Ar \leq 3 \cdot 10^9$
Lj	$Lj \leq 0.017$	$0.017 < Lj \leq 3.18$	$3.18 < Lj \leq 172$	$172 < Lj \leq 2542$	$2542 < Lj \leq 3 \cdot 10^5$
A	1	0.8	0.6	0.4	0
B	24	27	17	6.5	0.44

4. Berechnung von Sinkgeschwindigkeit bzw. Partikelgröße

Aufgabentyp I:
$$v_S = \frac{\eta_F}{\rho_F \cdot x} \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{Ar}{B} \right)^{\frac{1}{2-A}}$$

für Aufgabentyp II:
$$x = \frac{\eta_F}{\rho_F \cdot v_S} \cdot \left(\frac{3}{4} \cdot B \cdot Lj \right)^{\frac{1}{1+A}}$$

Sonderfall Stokes-Regime ($Re < 0.5$):
$$v_S = \frac{g \cdot \Delta\rho}{18 \cdot \eta_F} \cdot x^2 \qquad x = \sqrt{\frac{18 \cdot \eta_F}{g \cdot \Delta\rho}} \cdot v_S$$

wobei für Zentrifugalkraftsedim. g durch a_Z oder $z \cdot g$ ersetzt wird

Korrektur der Teilchenform

allgemeines Herangehen: $v_{SP} = k_{\Psi} \cdot v_{SK}$ $k_{\Psi} = f(\text{Form, Strömungsbedingungen})$
 (v_{SK} = Sinkgeschwindigkeit der volumengleiche Kugel)

Stokes-Bereich:
 ($Ar < 10$, $Re < 0.56$) $k_{\Psi St} = 0.843 \cdot \log\left(\frac{\Psi}{0.065}\right)$ Pettyjohn & Christiansen

Newton-Bereich:
 ($2.2 \cdot 10^5 < Ar < 3 \cdot 10^9$) $k_{\Psi N} = \sqrt{\frac{1}{1 + 11.1 \cdot (1 - \Psi)}}$ Pettyjohn & Christiansen
 für $\Psi > 0.65$

$k_{\Psi N} = 10^{-0.9074 \cdot \left(\log\left(\frac{1}{\Psi}\right)\right)^{0.5743}}$ Ganser, für $\Psi \leq 0.65$

Übergangsbereich:
 ($10 < Ar < 2.2 \cdot 10^5$) $k_{\Psi \ddot{U}} = k_{\Psi St}^{1-\alpha} \cdot k_{\Psi N}^{\alpha}$ Abschätzung nach Babick
 (basierend auf Rechenergebnissen der unten gezeigten Formkorrektur)

mit: $\alpha = \left(1 + \sqrt{\frac{185.5}{Ar}}\right)^{-1}$

wobei Ψ die Sphärizität nach Wadell: $\Psi = \left(\frac{x_V}{x_S}\right)^2 = \left(\frac{\text{volumenäquivalenter Durchmesser}}{\text{oberflächenäquivalenter Durchmesser}}\right)^2$

Formkorrektur für beliebige Partikelformen und Strömungsbedingungen:
 (nach Ganser sowie Brown & Lawler)

Widerstandsbeiwert: $c_W = \frac{24}{Re_K \cdot k_{\Psi St}} \left[1 + 0.150 \cdot \left(Re_K \cdot \frac{k_{\Psi St}}{k_{\Psi N}^2} \right)^{0.681} \right] + \frac{0.407}{k_{\Psi N}^2} \left(1 + \frac{k_{\Psi N}^2}{Re_K \cdot k_{\Psi St}} \right)^{-1}$

Korrekturfaktor für v_S : $k_{\Psi} = \left(\frac{c_W(Re_K, 1)}{c_W(Re_K, \Psi)} \right)^{\frac{1}{2-A}}$

(Re_K = Reynoldszahl aus realer Sinkgeschwindigkeit und volumenäquivalenten Durchmesser
 A = Exponent des Potenzansatzes für c_W)

Korrektur des Schwarmeinfluss

Die nachfolgend vorgestellten Beziehungen gelten nur für nichtgeflockte Partikelsysteme (hohes Abstoßungspotenzial und/oder hohe Strömungsturbulenz; Relativbewegung zwischen den Partikeln ist möglich). Die Sedimentation eines einzelnen Teilchens wird dann behindert/beeinflusst:

- von einer Gegenströmung des infolge der Sedimentation verdrängten Fluids,
- der Überlagerung der deformierten Strömungsfelder um die einzelnen Partikel.

Der Fall kollektiver Sedimentationsbewegung in Partikelkomplexen/Flocken (Zonensedimentation) bedarf einer getrennten Betrachtung.

allgemeines Herangehen: $v_{SS} = k_{\phi} \cdot v_{SP}$ $k_{\phi} = f(\phi, V, Re)$

(v_{SP} ist die Sinkgeschwindigkeit eines Einzelteilchens, ϕ_V der Volumenanteil der dispersen Phase, Re die Reynoldszahl des sedimentierenden Einzelteilchens)

Korrekturfaktor: $k_{\phi RZ} = (1 - \phi_V)^n$ Richardson & Zaki

Standardweg: $n = \begin{cases} 4.65 & \text{if } Re \leq 0.2 \\ 4.35 \cdot Re^{-0.03} & \text{if } 0.2 < Re \leq 1 \\ 4.45 \cdot Re^{-0.1} & \text{if } 1 < Re \leq 500 \\ 2.39 & \text{if } 500 < Re \end{cases}$ Richardson & Zaki

Alternative I: $\frac{n_{\text{Stokes}} - n}{n - n_{\text{Newton}}} = 0.175 \cdot Re^{0.75}$ Richardson & Zaki
 (abh. von Re)

$$n = \frac{4.65 + 0.418 \cdot Re^{0.75}}{1 + 0.175 \cdot Re^{0.75}}$$

Alternative II: $n = \frac{n_{\text{Stokes}}}{2 - A}$ Maude & Whitmore
 (A über Re , Ar oder L_j bestimmbar)

Literaturquellen

P. P. Brown, D. F. Lawler, Sphere drag and settling velocity revisited. *J. Environ. Eng.*, 129:222-231, **2003**; doi: 10.1061/(ASCE)0733-9372(2003)129:3(222)

G. H. Ganser, A rational approach to drag prediction of spherical and nonspherical particles. *Powder Technol.*, 77(2):143-152, **1993**; doi: 10.1016/0032-5910(93)80051-B

A. D. Maude, R. L. Whitmore, A generalized theory of sedimentation. *Br. J. Appl. Phys.*, 9(12):477-482, **1958**; doi: 10.1088/0508-3443/9/12/304

E. S. Pettyjohn, E. B. Christiansen. Effect of particle shape on free-settling rates of isometric particles. *Chem. Eng. Progr.*, 44:157-172, **1948**.

J. F. Richardson, W. N. Zaki, Sedimentation and fluidisation: Part I. *Trans. Inst. Chem. Eng.*, 32:35:53, **1954**. (reprint: J. F. Richardson, W. N. Zaki, Sedimentation and fluidisation: Part I. *Chem. Eng. Res. Des.*, 75:S82-S100, **1997**; doi: 10.1016/S0263-8762(97)80006-8.)

H. Schubert, (Hrsg.): *Mechanische Verfahrenstechnik*, aus der Reihe: *Verfahrenstechnik*. Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, **1990**.