

Hausaufgabe Nr.17

Dennis P. Kliem, Mtk-Nr.: 56856

20.1.2022

Aufgabe 30

Definition Dimension Vektorraum

Die Dimension eines Vektorraumes $(V; \oplus; \odot)$ über einem Körper \mathbb{K} ist definiert als die Anzahl der Basisvektoren in der Basis des Vektorraumes.

Beispiel unendlichdimensionaler Vektorraum

Ein einfaches Beispiel für einen unendlichdimensionalen Vektorraum ist der Vektorraum $(\mathbb{R}; +; \cdot)$ über \mathbb{Q} . Dabei ist seine Basis aufgrund der größeren Mächtigkeit von \mathbb{R} gegenüber \mathbb{Q} nicht definierbar.

Aufgabe 31

Definition Basis eines Vektorraumes

Die Basis eines Vektorraumes ist die kleinste Menge aller zu einander linear unabhängiger Vektoren $\vec{v} \in V$ in, durch die mittels Vektoraddition (\oplus) und skalarer Vektormultiplikation (\odot) jeder Vektor $v \in V$ gebildet werden kann.

Aufgabe 32

Definition Koordinatendarstellung eines Vektors bezüglich einer Basis

Als Koordinatendarstellung eines Vektors $\vec{u} \in V$ bezüglich einer Basis von V , wobei V ein \mathbb{K} -Vektorraum ist, bezeichnet man die Möglichkeit, den Vektor \vec{u} als Summe der Basisvektoren, multipliziert mit einem Skalar $k \in \mathbb{K}$, darzustellen:

$$\vec{u} = \sum_{i=1}^n k_i \odot \vec{v}_i = k_1 \odot \vec{v}_1 \oplus k_2 \odot \vec{v}_2 \oplus \dots \oplus k_n \odot \vec{v}_n | \vec{v}_i \in \text{Basis}(V); k_i \in \mathbb{K}$$

