Aufgabe 1

(a)

Viewport: $6x6$
$n = 0$
$f = 1$
$\rightarrow$
$f(x) = 3x + 3$; $x \in [-1, 1]$
$f(y) = 3y + 3$; $y \in [-1, 1]$
$f(z) = 0.5z + 0.5$; $z \in [-1, 1]$
woraus sich folgende Viewport-Transformationsmatrix ergibt

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{cccc|cccc} 3 & 0 & 0 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$AB_{win} = \begin{pmatrix} \frac{5}{2} & \frac{5}{2} \\ \frac{9}{2} & \frac{9}{2} \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} \times AB_{win} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = AB_{NDC}$$

(b)

$$P^{-1} \times AB_{NDC} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ -1 & -1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{10} \end{pmatrix} = AB_{clip}$$

$$AB_{clip}/w = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -1\frac{2}{3} \\ \frac{1}{2} & 2\frac{1}{2} \\ -2 & -10 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = AB_{View}$$

$$V^{-1} \times AB_{View} = \begin{pmatrix} 4 & 12 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{5}{3} \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = AB_{world}$$

$$M^{-1} \times AB_{world} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \\ -4 & -12 \\ \frac{7}{3} & \frac{11}{3} \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = AB_{Object}$$

(c)

$$\vec{AB} = B - A = \begin{pmatrix} -2 \\ -8 \\ 1\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$A + t \cdot \vec{AB} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow t = -1\frac{3}{4}$$

$$A + -1\frac{3}{4} \cdot \vec{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix} = Q$$

Aufgabe 2

(a)

P1: $z_{ndc}(z_{eye}) = -\frac{3}{2}z_{eye} - \frac{1}{4}$

P2: $z_{ndc}z_{eye}) = \frac{-\frac{5}{2}z_{eye}-3}{-z_{eye}}$

(b)

P1:
$z_1 = -9 \rightarrow z_{buf} = \lfloor 7.5(z_{ndc}(-9) + 1) \rfloor = 106$
$z_1 = -9 \rightarrow z_{buf} = \lfloor 7.5(z_{ndc}(-8) + 1) \rfloor = 95$

P2:
$z_1 = -9 \rightarrow z_{buf} = \lfloor 7.5(z_{ndc}(-9) + 1) \rfloor = 23$
$z_1 = -9 \rightarrow z_{buf} = \lfloor 7.5(z_{ndc}(-8) + 1) \rfloor = 23$

Beim Einsatz der zweiten Matrix entsteht aufgrund des hyperbolischen Tiefenpuffers ein Phänomen genannt SZ-Fightingöder "Deep-Fighting". Fragmente von 2 Ebenen, die nah beieinander, aber insgesamt vom Betrachter weit entfernt liegen, erhalten unterschiedliche Z-Werte, was zu Flimmereffekten führt.

Abgesehen davon übersteigen die meisten errechneten Z-Werte die Größe des Z-Buffers von 2^4 ...

3. Tiefentest in der Renderpipeline (*5 Punkte*)

Wir betrachten einen *Draw Call*, bei dem nacheinander drei Rechtecke R_1,R_2 und R_3 (bestehend aus jeweils zwei Dreiecken) gezeichnet werden. Im Object Space seien die Rechtecke alle parallel zur xy-Ebene ausgerichtet, lediglich die z-Koordinaten der drei Rechtecke unterscheide sich. Als Model-, View- und Projektionsmatrix komme die Einheitsmatrix zum Einsatz, d.h. $M = V = P = I$ und die Object-Space-Koordinaten sind identisch mit den NDC-Koordinaten. Der Viewport entspricht dem gesamten Fenster und die Near Plane werde im Window Space auf $z_{win} = 0$, die Far-Plane auf $z_{win} = 1$ abgebildet. Alle drei Rechtecke füllen den Viewport komplett aus. Backface-Culling und Blending sei deaktiviert. Direkt vor dem Draw Call wurde der Color Buffer in jedem Pixel auf schwarz intialisiert, und der Depth Buffer überall auf 1. Der Tiefentest sei aktiviert und auf die Vergleichsrichtung **kleiner gleich** eingestellt. Der Framebuffer sei 640×480 Pixel groß und wir betrachten das Pixel p mit den Koordinaten $p = \begin{pmatrix} 400 & 200 \end{pmatrix}^T$ im Framebuffer.

Während der Ausführung des Draw Calls ergeben sich für das Pixel p eine gewisse Anzahl von schreibenden Zugriffen auf den Depth Buffer, und nach dem Draw Call steht im Color Buffer an der Stelle p der Farbwert eines der Rechtecke. Seien z_1, z_2 und z_3 die *Object Space* z-Koordinaten der drei Rechtecke. Diese Werte können innerhalb der folgenden Grenzen gewählt werden: $-1 \leq z_1, z_2, z_3 \leq 1$. Füllen Sie die folgende Tabelle aus:

#Schreibzugriffe	**sichtbares Rechteck**	z_1	z_2	z_3
2	R_3	0.5	0.6	-0.2
1	R_1	0,2	0,3	0,4
3	R_3	0,5	0,5	0,5

(In den Fällen, in denen die z-Werte nicht vorgeben sind, sollen konkrete Zahlenwerte angegeben werden, die zu der geforderten Situation führen.)