

# Quaternionen

## Rechenoperationen

Seien  $Q_m = a_m + b_m i + c_m j + d_m k \in \mathbb{H}$ ,  $m \in \{1, 2\}$ , beliebige Quaternionen mit

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1, \quad i \cdot j = k, \quad j \cdot k = i \quad \text{und} \quad k \cdot i = j.$$

Es sind die folgenden Operationen erklärt:

1. Die **Summe** von  $Q_1$  und  $Q_2$ ,

$$Q_1 + Q_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i + (c_1 + c_2)j + (d_1 + d_2)k.$$

2. Das **Produkt** von  $Q_1$  und  $Q_2$ ,

$$\begin{aligned} Q_1 \cdot Q_2 &= (a_1 a_2 - b_1 b_2 - c_1 c_2 - d_1 d_2) + (a_1 b_2 + b_1 a_2 + c_1 d_2 - d_1 c_2) i \\ &\quad + (a_1 c_2 + c_1 a_2 + d_1 b_2 - b_1 d_2) j + (a_1 d_2 + d_1 a_2 + b_1 c_2 - c_1 b_2) k \end{aligned}$$

(Ausmultiplizieren der Klammern unter Benutzung der Produktregeln)

**Beachte:** Für  $c_i = d_j = 0$  für alle  $(i, j)$  ergeben sich die Rechenregeln in  $\mathbb{C}$ .