Differentialgleichungen

Beispiel 11.1

Harmonische Schwingung eines Feder-Masse-Schwingers

Nach dem Grundgesetz der Mechanik (Newton) gilt:

$$m \cdot a = F_1 + F_2 \quad \text{mit} \quad F_1 = -c \cdot x,\ F_2 = -k \cdot v$$

(F_1 ... Rückstellkraft, F_2 ... Reibungskraft) bzw.

$$m \cdot \ddot{x} = -c \cdot x - k \cdot \dot{x}. \tag{1}$$

Im Fall fehlender Reibung, d. h. $k = 0$, lässt sich beschreiben:

$$t \mapsto x(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

Mit den Ableitungsfunktionen

$$t \mapsto \dot{x}(t) = A\omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$
$$t \mapsto \ddot{x}(t) = -A\omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

folgt die Differentialgleichung (1), g.d.w. für die Kreisfrequenz gilt: $\omega^2 = \frac{c}{m}$.