Aufgabe 4.4

Welche der folgenden Aussagen gelten:

a. Mod((p → ¬q) ∧ (p ∨ q)) ⊆ Mod((p ∧ ¬p) ∧ q)

p	q	(p → ¬q) ∧ (p ∨ q)
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

p	q	((p ∧ ¬p) ∧ q)
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Mod((p → ¬q) ist keine Teilmenge von Mod((p ∧ ¬p) ∧ q)

Mod((p ∧ q) ∧ (p → ¬q) ∧ (p ∨ q)) ⊆ Mod((p ∧ ¬p) ∧ q)

p	q	p ∧ q ∧ (p → ¬q) ∧ (p ∨ q)
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	0

p	q	p ∧ ¬p ∧ q
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Mod((p ∧ q) ∧ (p → ¬q) ∧ (p ∨ q)) und Mod((p ∧ ¬p) ∧ q)

Sind leere Mengen. Deshalb ist Mod((p ∧ q) ∧ (p → ¬q) ∧ (p ∨ q)) eine Teilmenge von Mod((p ∧ ¬p) ∧ q) weil Mod((p ∧ q) ∧ (p → ¬q) ∧ (p ∨ q)) eine Teilmenge von sich selbst ist. Und weil beide leere Mengen sind, ist die Aussage wahr.

b. {p → ¬q, p ∨ q} |= (p ∧ ¬p) ∧ q

p	q	p → ¬q , p ∨ q
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

p	q	(p ∧ ¬p) ∧ q
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Diese Aussage gilt nicht, weil Mod(p → ¬q, p ∨ q) keine Teilmenge von Mod((p ∧ ¬p) ∧ q) ist. Damit ist die Bedingung für die semantische Folgerung nicht erfüllt.

$\{p \wedge q, p \rightarrow \neg q, p \vee q\} \models (p \wedge \neg p) \wedge q$

p	q	{p ∧ q , p → ¬q , p ∨ q}
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	0

p	q	(p ∧ ¬p) ∧ q
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Diese Aussage gilt nicht, da Mod($p \wedge q, p \rightarrow \neg q, p \vee q$) unerfüllbar ist.

Aus einem Widerspruch lässt sich keine semantische Folgerung ziehen.