- $u(t)$ periodisch mit Periode T
- Grundfrequenz: $\omega_0 = 2\pi/T$

$$u(t) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \cos(n\omega_0 t) + B_n \sin(n\omega_0 t)\right)$$

mit

$$A_n = \frac{2}{T} \int_{\epsilon}^{\epsilon+T} u(t) \cos(n\omega_0 t) \mathrm{d}t$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_{\epsilon}^{\epsilon+T} u(t) \sin(n\omega_0 t) \mathrm{d}t$$

$$U_0 = \frac{1}{T} \int_{\epsilon}^{\epsilon+T} u(t) \mathrm{d}t$$

$$u(t) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(U_n \cos(n\omega_0 t + \phi_n) \right)$$

mit

$$U_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \rightarrow \text{Amplitudenspektrum (Spektrumanalysator)}$$

$$U_0 = \frac{1}{T} \int_{\epsilon}^{\epsilon+T} u(t) \mathrm{d}t$$

$$\phi_n = -\text{arctan} \frac{B_n}{A_n} \rightarrow \text{Phasenspektrum}$$

$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(C_n \exp(\mathrm{j}n\omega_0 t)\right)$$

mit

$$C_n = \frac{1}{T}\int_{\epsilon}^{\epsilon+T} u(t)\exp(-\mathrm{j}n\omega_0 t)\mathrm{d}t$$

$$C_n = C_{-n}^{*}, A_n = 2\cdot\mathrm{Re}(C_n), B_n = -2\cdot\mathrm{Im}(C_n),$$

$$U_n = |C_n| + |C_{-n}|$$

$$C_0 = |C_0| = U_0$$

Negative Frequenzen?

- Werden hier benötigt, damit das Ergebnis wieder reell wird.
- C_n und C_{-n} sind zueinander konjugiert komplex.
- Imaginärteile heben sich auf.

- Nicht-periodischer Vorgang: Periode T unendlich

$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T} \int_{\epsilon}^{\epsilon+T} u(t) \exp(-\mathrm{j} n \omega_0 t) \mathrm{d}t \right] \exp(\mathrm{j} n \omega_0 t)$$

$$\overset{T=\frac{2\pi}{\Delta\omega}}{=} \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\Delta\omega \int_{-T/2}^{T/2} u(t) \exp(-\mathrm{j} n \omega_0 t) \mathrm{d}t \right] \exp(\mathrm{j} n \omega_0 t)$$

$$\overset{T\to\infty}{=} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} u(t) \exp(-\mathrm{j} \omega t) \mathrm{d}t \right] \exp(\mathrm{j} \omega t) \mathrm{d}\omega$$

$$U(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \exp(-\mathrm{j} \omega t) \mathrm{d}t$$

- Funktion $U(\omega)$ heißt Fourier-Transformierte von $u(t)$

$$C_n = U(n\omega_0) \mathrm{d}\omega$$

$$U_n = |C_n| + |C_{-n}| = 2 \cdot |U(n\omega_0)| \mathrm{d}\omega$$