Luca Etienne Schulz
Matrikelnummer 5165836
luca_etienne.schulz@mailbox.tu-dresden.de

2. Ubungsblatt für die Woche 28.10. - 03.11.2024

Abbildungen & Permutationen

N2 Hausaufgabe (Nachbereitung)

(a)

$$f : \mathbb{C} \to \mathbb{C} \text{ mit } f(z) = -1 + i(z-1)$$

Injektivität

$$z_1 \land z_2 \in \mathbb{C}$$

Wir setzen $f(z_1) = f(z_2)$:

$$-1 + i(z_1 - 1) = -1 + i(z_2 - 1) \Rightarrow i(z_1 - 1) = i(z_2 - 1)$$

Wir dividieren beide Seiten mit i:

$$z_1 - 1 = z_2 - 1 \Rightarrow z_1 = z_2$$

f ist injektiv.

Surjektivität

Sei $y \in \mathbb{C}$.

$$f(z) = -1 + i(z-1) = y$$

Umstellen nach z:

$$\begin{aligned} & y = -1 + i(z-1) \\ & \Rightarrow y + 1 = i(z-1) \\ & \Rightarrow \frac{y+1}{i} = z - 1 \\ & \Rightarrow z = \frac{y+1}{i} + 1 \end{aligned}$$

Da $\frac{w+1}{i}$, $1 \in \mathbb{C}$ sind, ist auch $z \in \mathbb{C}$. Somit existiert für jedes $y \in \mathbb{C}$ ein $z \in \mathbb{C}$, so dass $f(z) = y$.

f ist surjektiv.

Da f injektiv und surjektiv ist, ist f bijektiv. ■

(b)

Zyklenschreibweise

$$\begin{aligned} \alpha &= (1\ 3)(2\ 8\ 6\ 9\ 4)(5\ 10)(7) \\ \beta &= (1\ 5\ 4)(1\ 2\ 7\ 8\ 5)(2\ 3\ 10) \end{aligned}$$

Fixpunkte

Der Fixpunkt von α ist (7).

β hat keinen Fixpunkt.

Darstellung von α als Komposition von Transpositionen

$$\alpha = (1\ 3)(2\ 4)(2\ 9)(2\ 6)(2\ 8)(5\ 10)$$