

## Klausuraufgabe Sedimentation 10

Isabelle und Thomas möchten sich Frühstückskaffee zubereiten und überbrühen dazu Kaffeepulver (Schüttdichte  $\rho_{\text{Sch}} = 400 \text{ kg/m}^3$ , Porosität:  $\varepsilon = 66 \%$ ) mit heißem Wasser. Sie verrühren diese Suspension eine Weile, wobei sie sich rasch abkühlt. Dann lassen Sie die Kaffeepartikel sich in der ruhenden Flüssigkeit absetzen.

a) Wie viel Volumen Kaffeepulver muss in jede Tasse gefüllt werden, wenn man pro Portion 12 g Kaffee verwenden soll?

b) Berechnen Sie Dichte der Kaffeepartikel!

c) Angenommen, das Absetzen erfolgt bei einer konstanten Temperatur von  $65^\circ\text{C}$  ( $\eta_{\text{L}} = 0.43 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ ,  $\rho_{\text{L}} = 980.6 \text{ kg/m}^3$ ) und der Medianwert der sinkgeschwindigkeitsäquivalenten Durchmesser betrüge von  $100 \mu\text{m}$ , wie lange würde es dauern, bis die Hälfte der Kaffeepartikel in einer Tasse von 5 cm Füllhöhe abgesunken sind?

**Definition:**  $\mu\text{m} := 10^{-6} \text{ m}$        $\text{ml} := 1 \text{ cm}^3$        $\text{bar} := 10^5 \text{ Pa}$

### Vorgegebene Werte:

Portionsgröße:  $m_{\text{Port}} := 12 \text{ gm}$

Originalpulver:  $\rho_{\text{Sch}} := 400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$        $\varepsilon := 0.66$

flüssige Phase (Wasser):  $\rho_{\text{L}} := 980.6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$        $\eta_{\text{L}} := 0.00043 \text{ Pa}\cdot\text{s}$

Medianwert der Partikelgröße:  $x_{50} := 100 \mu\text{m}$

Sedimentation:  $H := 5 \text{ cm}$

**Lösung:**

ges. 3.0

**a) Volumen der Schüttung**

$\Sigma = 0.5$

Schüttvolumen (trocken):  $V_{Sch} = \frac{m_{Sch}}{\rho_{Sch}} \approx \frac{m_S}{\rho_{Sch}}$

0.25

$$V_{Sch} := \frac{m_{Port}}{\rho_{Sch}}$$

$V_{Sch} = 30 \text{ cm}^3$

0.25

**b) Partikeldichte**

$\Sigma = 0.75$

Schüttdichte (trocken):  $\rho_{Sch} = (1 - \epsilon) \cdot \rho_S$

0.25

Partikeldichte:  $\rho_S := \frac{\rho_{Sch}}{1 - \epsilon}$

$\rho_S = 1176.5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

2x 0.25

**c) Sinkzeit**

$\Sigma = 1.75$

**Berechnung der Sinkgeschwindigkeit bei Vorgabe des Stokes-Durchmessers**

$p\Sigma = 1.25$

Archimedes-Zahl von  $x_{min}$ :  $Ar_{50} := \frac{g \cdot (\rho_S - \rho_L) \cdot \rho_L \cdot x_{50}^3}{\eta_L^2}$

$Ar_{50} = 10.19$

0.25

$$A(Ar) := \begin{cases} 1 & \text{if } Ar \leq 10 \\ 0.8 & \text{if } 10 < Ar \leq 325 \\ 0.6 & \text{if } 325 < Ar \leq 1.067 \cdot 10^4 \\ 0.4 & \text{if } 1.067 \cdot 10^4 < Ar \leq 2.23 \cdot 10^5 \\ 0 & \text{if } 2.23 \cdot 10^5 < Ar \leq 3 \cdot 10^9 \end{cases}$$

$$B(Ar) := \begin{cases} 24 & \text{if } Ar \leq 10 \\ 27 & \text{if } 10 < Ar \leq 325 \\ 17 & \text{if } 325 < Ar \leq 1.067 \cdot 10^4 \\ 6.5 & \text{if } 1.067 \cdot 10^4 < Ar \leq 2.23 \cdot 10^5 \\ 0.4 & \text{if } 2.23 \cdot 10^5 < Ar \leq 3 \cdot 10^9 \end{cases}$$

$A_{50} := A(Ar_{50})$

$B_{50} := B(Ar_{50})$

$A_{50} = 0.8$

$B_{50} = 27$

0.25

$$v_{S.50} := \frac{\eta_L}{\rho_L \cdot x_{50}} \cdot \left( \frac{4 \cdot Ar_{50}}{3 \cdot B_{50}} \right)^{\frac{1}{2 - A_{50}}}$$

$v_{S.50} = 2.47 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$

0.25+0.25

alternativ - Stokes-Regime:  $v_{S.St} := \frac{g \cdot (\rho_S - \rho_L)}{18 \cdot \eta_L} \cdot x_{50}^2$

$v_{S.St} = 2.48 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$

(0.25 + 0.25)

**Dauer des Absedimentierens der halben Population:**

$p\Sigma = 0.5$

Sinkzeit:  $t_{Sink} := \frac{H}{v_{S.50}}$

$t_{Sink} = 20.2 \text{ s}$

0.25+0.25