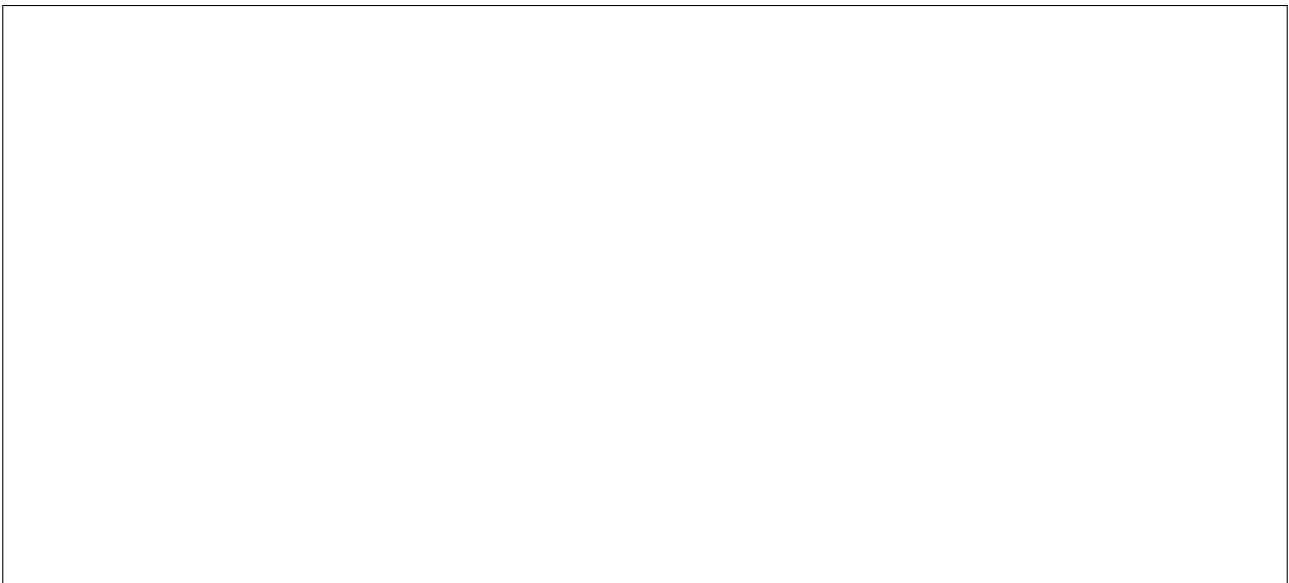

3 Ebene Tragwerke

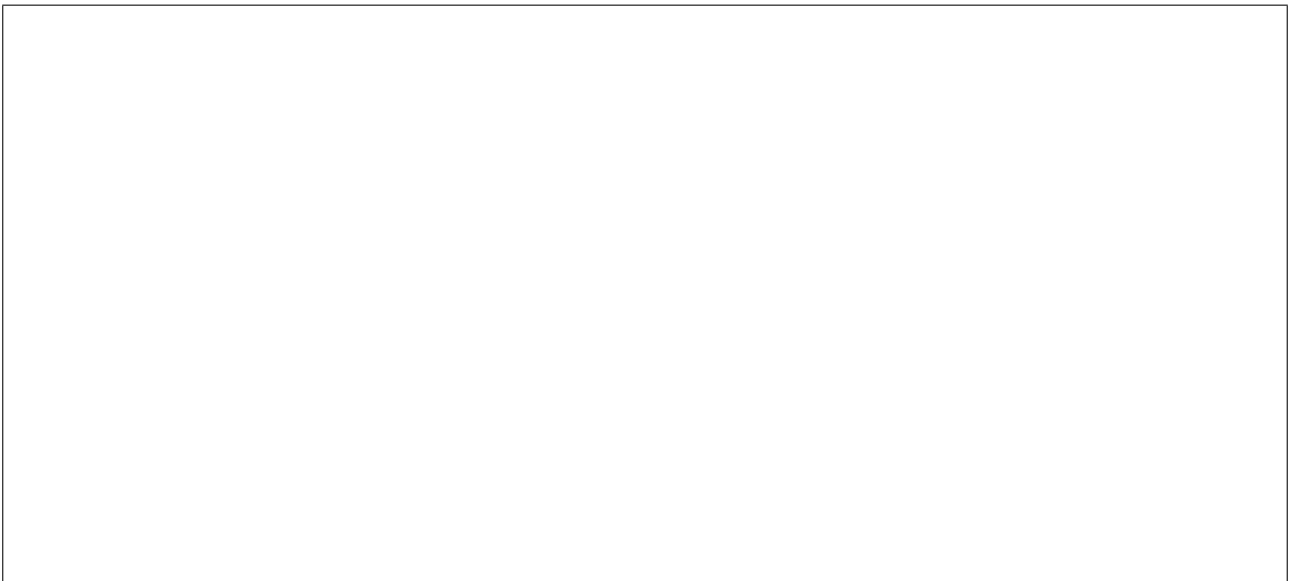
3.1 Grundlagen der Tragwerke

Im Maschinenbau werden verschiedene ebene Tragwerkstypen und Verbindungen eingesetzt. Die wichtigsten werden hier kurz vorgestellt. Jedes Tragwerk, jedes Lager und jede Verbindung kann bestimmte **Schnittgrößen** übertragen. Bei den Schnittgrößen wird zwischen Längskraft, Querkraft und Moment unterschieden. Nicht jedes Tragwerk oder jede Verbindung besitzt alle 3 Schnittgrößen.

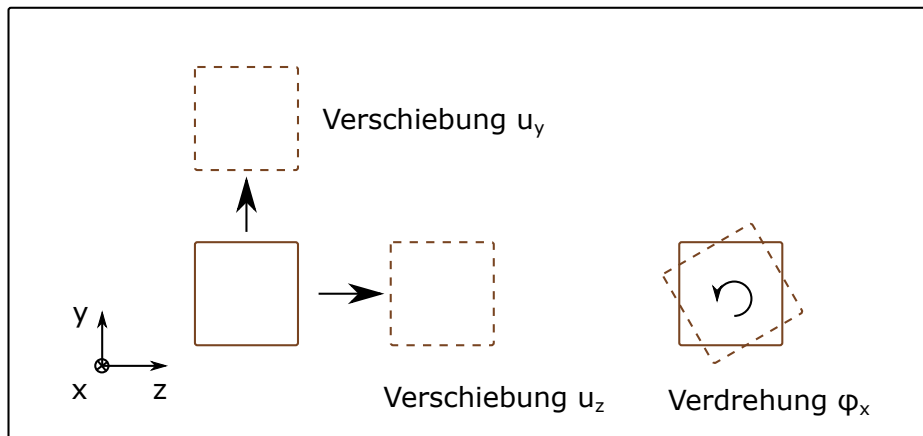
3.1.1 Linientragwerke



3.1.2 Flächentragwerke



3.1.3 Lager und Verbindungen (Ebene Systeme)



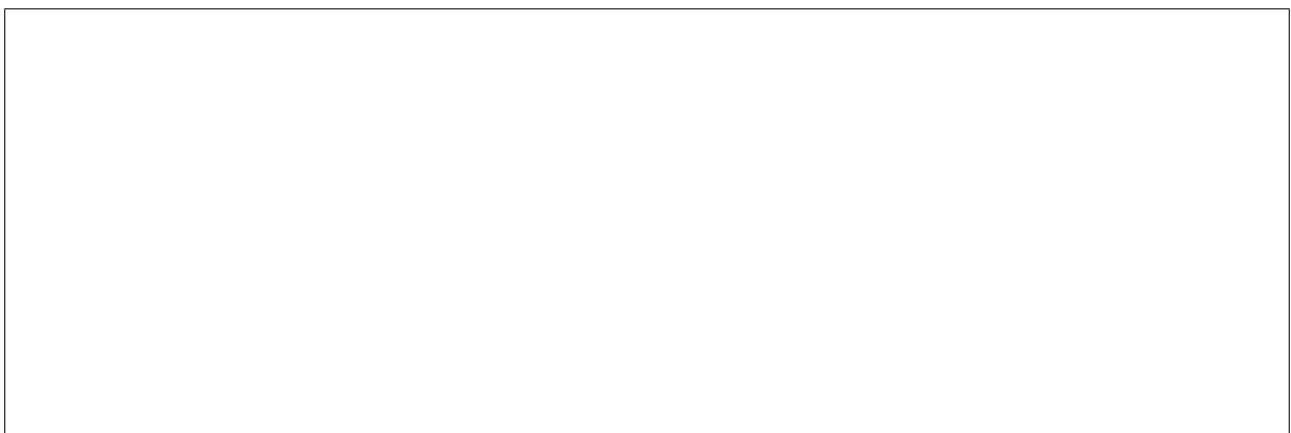
Lager	Lagerreaktionen	Freiheitsgrade
1-wertiges Lager		u_z u_y ϕ_x <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> frei <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> behindert
2-wertiges Lager		u_z u_y ϕ_x <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> frei <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> behindert
3-wertiges Lager (Einspannung)		u_z u_y ϕ_x <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> frei <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> behindert
parallele Führung		u_z u_y ϕ_x <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> frei <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> behindert
orthogonale Führung		u_z u_y ϕ_x <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> frei <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> behindert

Merke:

1. Maximal können in ebenen Systemen 3 Freiheitsgrade behindert werden, in dreidimensionalen Systemen sind es 6 (vgl. Kapitel 1).
2. Die Wertigkeit eines Lagers gibt an, wieviele Freiheitsgrade behindert werden.
3. Lagerkräfte in horizontaler und vertikaler Richtung behindern Verschiebungen, Lagermomente behindern Verdrehungen.

Gelenke

Gelenke sind Verbindungselemente zwischen Balken, die einzelne Freiheitsgrade behindern. Es wird zwischen Momenten-, Querkraft- und Normalkraftgelenken unterschieden. Der Name gibt an, welche Reaktionskraft im Gelenk **nicht** vorhanden ist.



3.1.4 Lasten

Je nach Art der Belastung werden verschiedene Symboliken verwendet.

Symbolik			
Typ	Einzellasten	Linienlasten	Flächenlasten
Bsp.			

3.1.5 Berechnung der Lagerreaktionen bei Einzellasten

Für die Auslegung von Bauteilen ist es wichtig zu wissen, welche Kräfte und Momente durch die Lager aufgenommen werden müssen, um diese richtig dimensionieren zu können. Für die Berechnung der Lagerreaktionen wird folgendes Vorgehen empfohlen:

1. Freischnitt des Tragwerks und Eintragen der Lagerreaktionen
2. Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen der Kräfte und Momente
3. Lösen der Gleichungen

Beispiel



Merke:

1. Für ein ebenes Tragwerk stehen 3 Gleichgewichtsbedingungen zur Verfügung.
2. Pro Gleichgewichtsbedingung kann je eine Lagerreaktion bestimmt werden.
3. Die Pfeile vor den Kräfte-Gleichgewichtsbedingungen geben an, in welche Richtung die Kräfte positiv gezählt werden.
4. Das Momentengleichgewicht kann um jeden beliebigen Punkt gebildet werden. Vor dem Aufstellen der Gleichgewichtsbedingung müssen der Bezugspunkt und die positive Momentendrehrichtung festgelegt werden.

Statische Bestimmtheit

Unter dem Begriff „Statische Bestimmtheit“ wird die Lösbarkeit eines Tragwerkproblems definiert. Ein ebenes Problem ist **statisch bestimmt** und somit allein unter Verwendung der Gleichgewichtsbedingungen lösbar, wenn

1. k Gleichgewichtsbedingungen und
2. k Lagerreaktionen

im betrachteten System zur Verfügung stehen. An einem Körper in ebener Betrachtung (2D, Freiheitsgrad $f = 3$) können 3 Gleichgewichtsbedingungen aufgestellt und somit 3 Lagerreaktionen berechnet werden.

Besitzt ein Tragwerk k Gleichgewichtsbedingungen bei $k - 1$ Lagerreaktionen, so wird es als **beweglicher Mechanismus** bezeichnet. In diesem Fall existieren zu wenig Lager, um den Körper in Ruhe zu halten. Das System wird kinematisch (bewegt sich). Besitzt ein Tragwerk mehr als k Lagerreaktionen, so wird es als **statisch unbestimmt** bezeichnet. Es müssen zusätzliche Gleichungen aus der Festigkeitslehre (Verformungsbetrachtung + Stoffgesetz) herangezogen werden, um das Problem zu lösen.

Werden Gelenke in das System eingebracht, müssen pro Gelenk 2 zusätzliche Gelenkreaktionen bestimmt werden. Durch das Gelenk wird ein Körper jedoch in 2 Teilkörper geteilt, so dass auch zusätzliche 3 Gleichgewichtsbedingungen entstehen. Die statische Bestimmtheit eines Systems lässt sich durch folgende Gleichung berechnen:

$$n = c + g - b \quad (1)$$

mit n dem Grad der statischen Bestimmtheit, c der Anzahl der Lagerreaktionen aus Lagern, g der Anzahl an Gelenkreaktionen und b der Anzahl an Gleichgewichtsbedingungen der (Teil-)Körper.

Es gilt dann

$$n \begin{cases} = 0 & \text{das System ist statisch bestimmt} \\ < 0 & \text{das System ist ein beweglicher Mechanismus} \\ > 0 & \text{das System ist } n\text{-fach statisch unbestimmt} \end{cases} \quad (2)$$

Vorsicht: Ein System kann auch kinematisch werden, obwohl es laut Gleichung statisch bestimmt ist. Dies ist z.B. der Fall, wenn ein System nur durch 1-wertige, vertikale Lager gehalten und das System so in horizontale Richtung verschieblich wird.



Beispiel

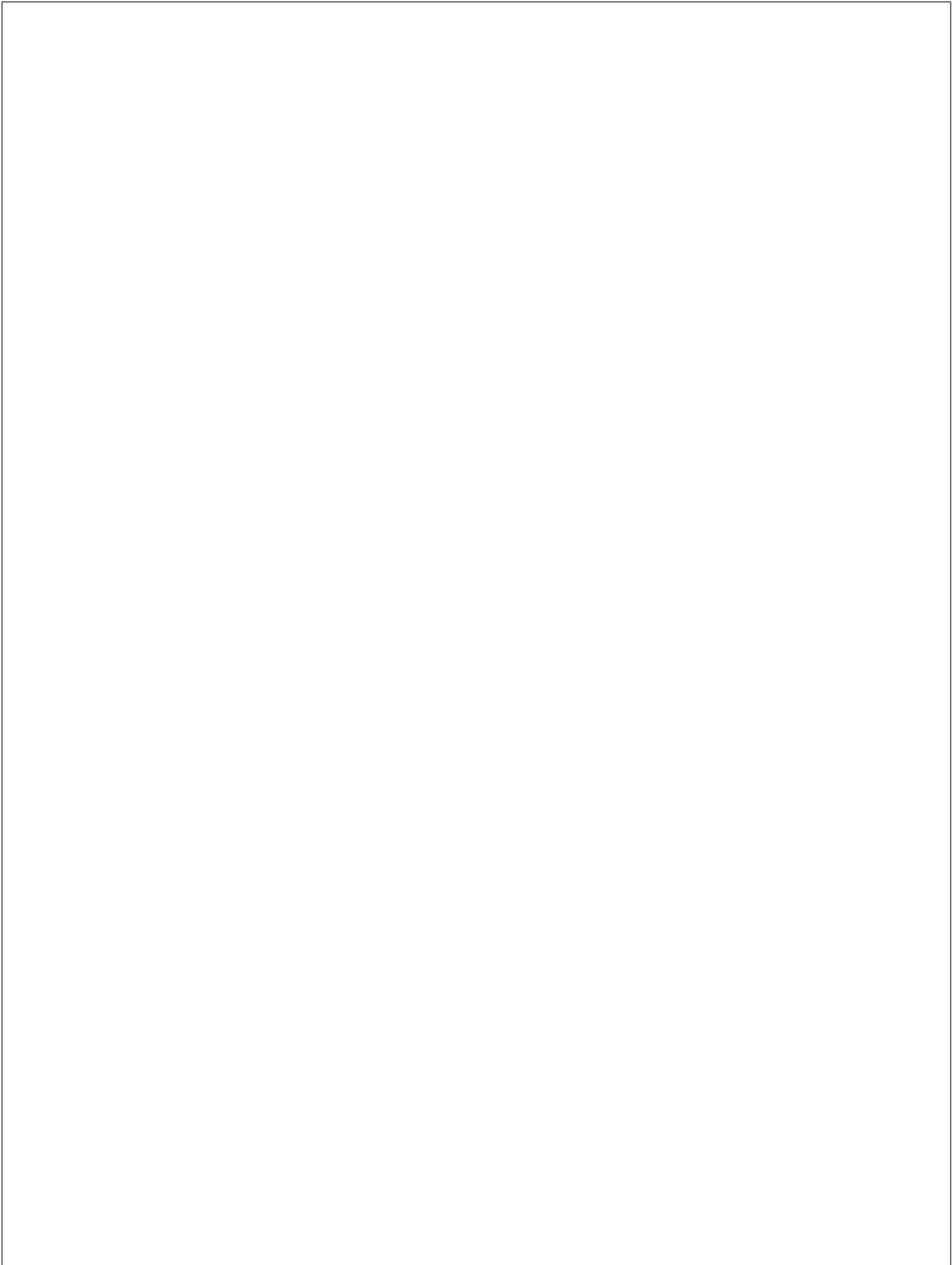


3.1.6 Berechnung der Lagerreaktionen bei Linienlasten

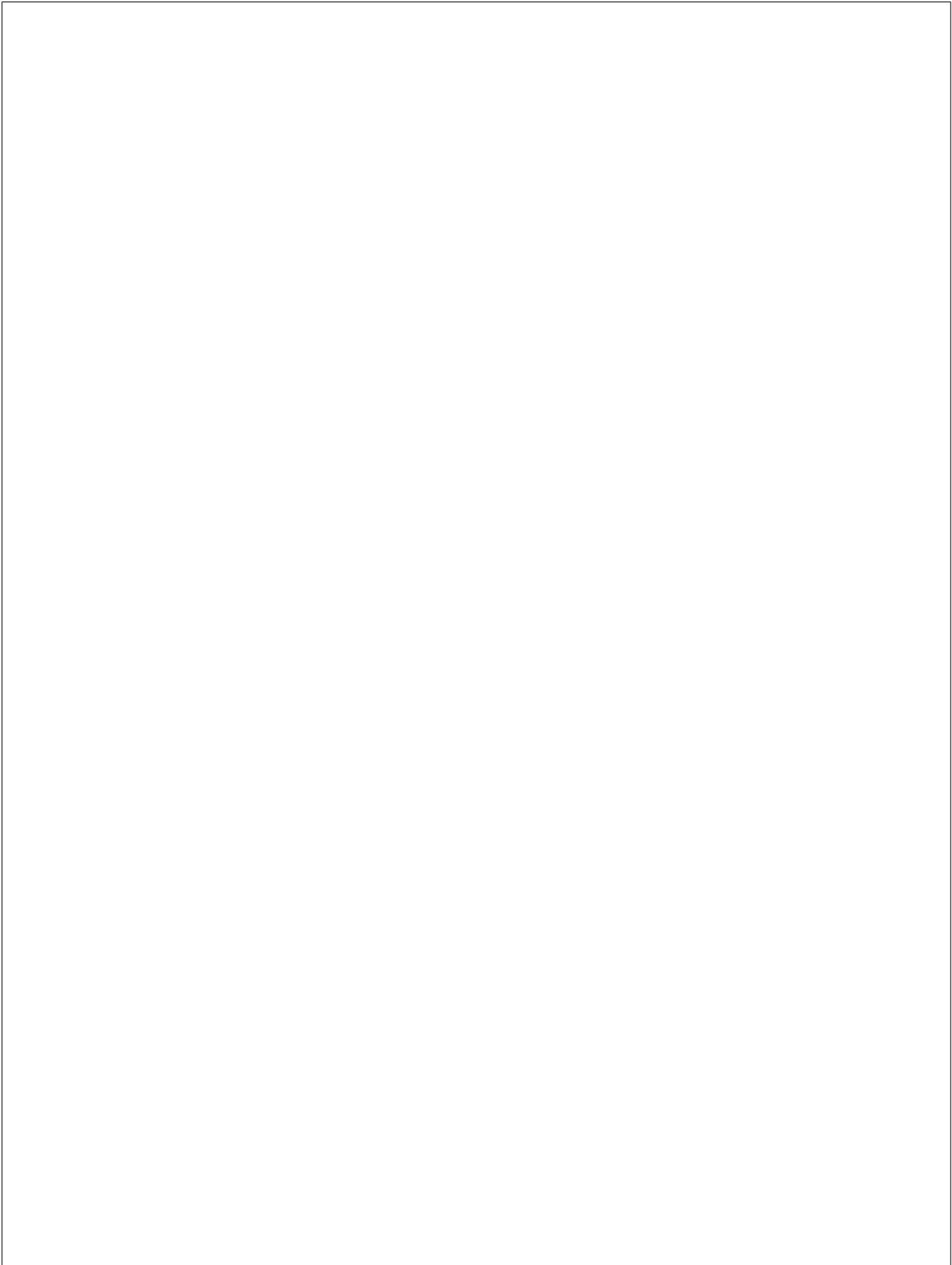
Zur Bestimmung der Lagerreaktionen bei Linien- bzw. Streckenlasten werden Ersatzschaubilder entwickelt, um die Lagerreaktionen einfach bestimmen zu können. Dafür wird die resultierende Kraft F_R der Streckenlast gebildet. Um neben der Kräfte- auch die Momentenwirkung der Streckenlast richtig darstellen zu können, muss der Angriffspunkt der Resultierenden korrekt bestimmt werden. Dieser liegt im Flächenschwerpunkt der Streckenlast. Die Resultierende selbst ist der Flächeninhalt der Streckenlast.

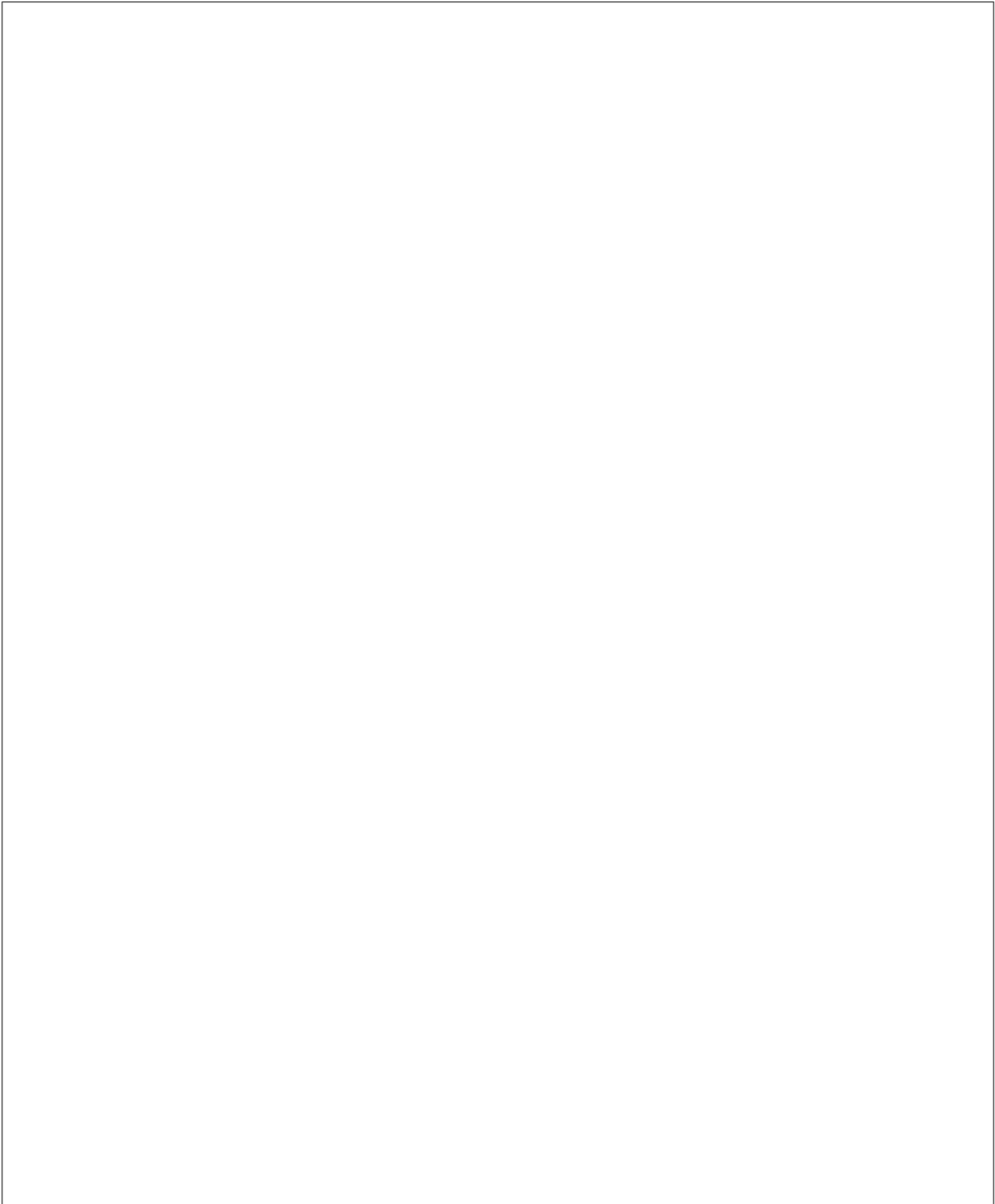
Verlauf	Streckenlast	Ersatzschaubild	Resultierende F_R
konstant			
linear			
quadratisch			
Wurzel			
Allgemein			

Beispiel 1



Beispiel 2





Merke:

1. Durch Gelenke können Körper in Teilkörper geteilt werden.
2. An jedem Teilkörper können in der Ebene je 3 Gleichgewichtsbedingungen aufgestellt werden.