

Hausaufgabe Nr. 13

Dennis P. Kliem

16.12.2021

Aufgabe 21b

→ siehe Hausaufgabe Nr. 12 vom 14.12.2021

Aufgabe 21c

Ein (an)geordneter Körper ist ein Körper, der eine totale Ordnung (z.B. durch " \geq ") aufweist, die Addition und Multiplikation gestattet. Die reellen Zahlen bilden einen solchen Körper, da stets eindeutig das Größenverhältnis zweier reeller Zahlen bestimmt werden kann (entweder " $>$ ", " $=$ " oder " $<$ "). Die komplexen Zahlen hingegen können nicht generell auf diese Weise angeordnet werden, da sie in der Essenz zweidimensional sind, eine (totale) Ordnung jedoch nur eindimensional abbildet.

Berechnung komplexe Zahlen

$$\begin{aligned}\overline{(7 + 8i)} &= \sqrt{(\overline{7})^2 + (\overline{8i})^2} \\ &= \sqrt{7^2 + 8^2} \\ &= \sqrt{49 + 64} \\ &= \sqrt{113} \\ &\approx 10,63\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3 - 2i) \cdot (5 + 3i) &= 3 \cdot 5 + 3 \cdot 3i + (-2i) \cdot 5 + (-2i) \cdot 3i \\ &= 15 + 9i - 10i - 6i^2 \\ &= 15 + 9i - 10i + 6 \\ &= 23 + i\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{4 + 7i} &= \frac{(4 - 7i)}{(4 + 7i) \cdot (4 - 7i)} \\ &= \frac{4 - 7i}{16 + 49} \\ &= \frac{4 - 7i}{65} \\ &= \frac{4}{65} - \frac{7}{65}i\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{\left(\frac{1}{4 + 7i}\right)} &= \overline{\left(\frac{4}{65} - \frac{7}{65}i\right)} \\ &= \sqrt{\left(\frac{4}{65}\right)^2 + \left(-\frac{7}{65}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{16}{4225} + \frac{49}{4225}} \\ &= \sqrt{\frac{65}{4225}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{65}} \\ &\approx 0,125\end{aligned}$$