

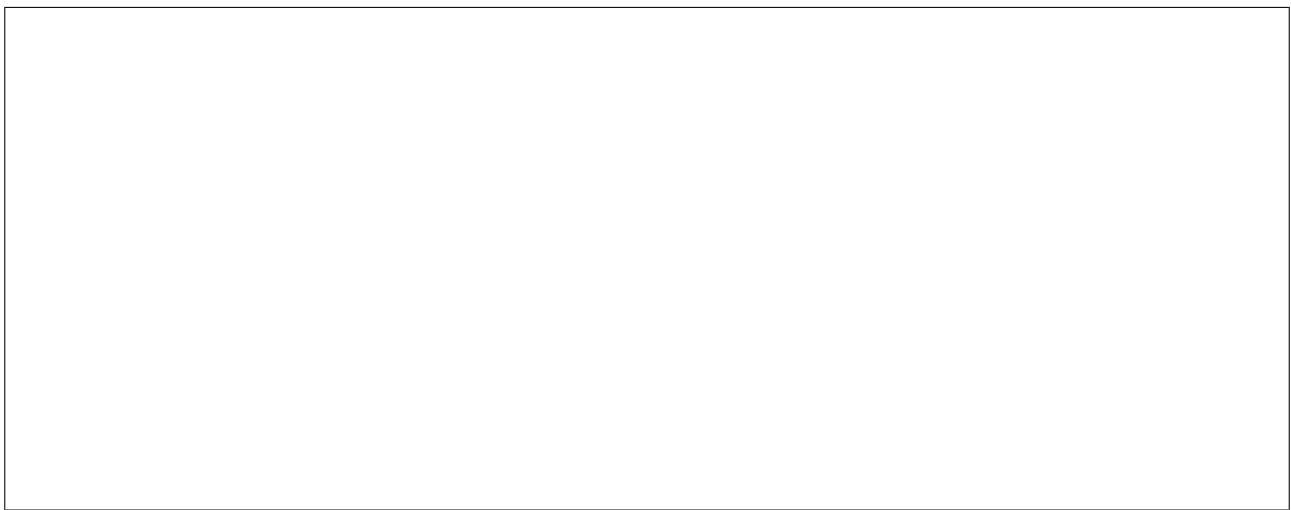
5 Fachwerke

5.1 Definition

Unter einem Fachwerk wird ein zusammengesetztes System aus mehreren Stäben verstanden, die über Momentengelenke miteinander verbunden sind. Die Stäbe können dabei nur Längskräfte übertragen. Momente und Querkräfte sind in Stäben immer null. Für Fachwerkstäbe gilt:

$$F_L \neq 0, F_Q = 0, M_b = 0 \quad (1)$$

In der Praxis werden die Momentengelenke, z.B. an Fachwerkbrücken, durch geschweißte oder geschraubte Verbindungselemente realisiert. Bilden drei miteinander verbundene Stäbe ein Dreieck, so kann dieses idealisiert als starrer Körper betrachtet werden.



Momentengelenke, an denen Stäbe angebracht sind, werden als **Knoten** bezeichnet. Knoten entstehen auch, wenn ein oder mehrere Stäbe durch Gelenke mit einem oder mehreren Lagern verbunden sind. Ausnahmen sind Momentengelenke, die einen Stab mit einem Balken verbinden, diese werden nicht als Knoten bezeichnet. An jedem Knoten können 2 Gleichgewichtsbedingungen aufgestellt werden (kein Momentengleichgewicht!). Die Gleichung für den Grad der statischen Bestimmtheit n des Systems wird entsprechend erweitert.

$$n = c + g + s - b - k \quad (2)$$

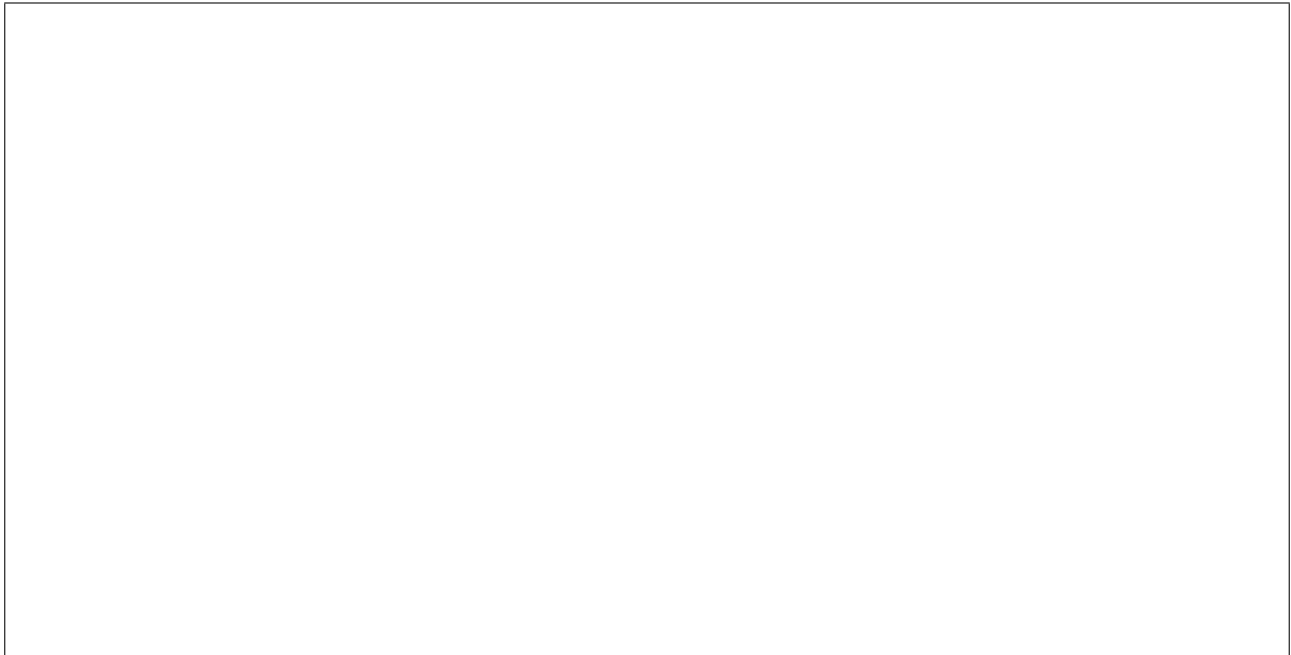
mit c der Anzahl an Lagerreaktionen, g der Anzahl an Gelenkreaktionen, s der Anzahl an Stäben, b der Anzahl an Gleichgewichtsbedingungen der starren Körper und k der Anzahl an Gleichgewichtsbedingungen der Knoten.

Achtung:

1. Ist ein Gelenk ein Knoten, so geht es nur als Knoten in die statische Unbestimmtheit ein.
 $k = 2, g = 0$
2. Bei einem reinen Fachwerk gilt $b = 0$.

Es gilt dann

$$n = \begin{cases} = 0 & \text{das System ist statisch bestimmt} \rightarrow \text{lösbar} \\ > 0 & \text{das System ist statisch unbestimmt} \rightarrow \text{weitere Gleichungen notwendig} \\ < 0 & \text{das System ist ein beweglicher Mechanismus} \end{cases} \quad (3)$$



Innerhalb dieses Kapitels werden keine zusammengesetzten Tragwerke, sondern nur reine Fachwerke behandelt. Sind diese statisch bestimmt und das System somit lösbar, so kann die Bestimmung der Stabkräfte auf 4 Arten erfolgen:

1. Numerisch z.B. mit der Finite-Elemente-Methode (FEM)
2. Knotenpunktverfahren
3. Ritter'sches Schnittprinzip
4. Cremona-Plan (veraltet, wird hier nicht behandelt)

5.2 Knotenpunktverfahren

Beim Knotenpunktverfahren wird folgendes Vorgehen empfohlen

1. Lagerreaktionen des Systems bestimmen. Fachwerk wird dafür als einzelner, starrer Körper betrachtet.
2. Nummerierung der Knoten und der Stäbe. Knoten mit I, II, ... und Stäbe mit 1, 2, 3, ...
3. Freischnitt an jedem Knoten, Stäbe werden als Zugkräfte angetragen
4. Aufstellen der Gleichgewichtsbedingungen an jedem Knoten
5. Lösen des Gleichungssystems und Bestimmung der unbekanntenen Stabkräfte

Beispiel





5.3 Ritter'sches Schnittprinzip

Der Grundgedanke hinter dem Ritter'schen Schnittprinzip ist das geschickte Setzen von Freischnitten am Fachwerksystem, so dass bei jedem gesetzten Freischnitt maximal 3 Unbekannte entstehen, die über die Gleichgewichtsbedingungen eindeutig bestimmt werden können. Dieses Verfahren wird vor allem dann empfohlen, wenn ausgewählte Stabkräfte, z.B. bei der Dimensionierung, bestimmt werden müssen.

Beim Ritter'schen Schnittprinzip wird folgendes Vorgehen empfohlen

1. Lagerreaktionen des Systems bestimmen. Fachwerk wird dafür als einzelner, starrer Körper betrachtet.
2. Freischnitt von maximal 3 unbekanntem Stabkräften
3. Aufstellen der Bilanzgleichungen für den freigeschnittenen Teilkörper
4. Lösen des Gleichungssystems und Bestimmung der unbekanntem Stabkräfte
5. Weitere Freischnitte setzen, bis alle unbekanntem Stabkräfte bestimmt wurden

Beispiel

