Nachbereitungsaufgabe N1

Egan Spencer

TU Dresden — October 2024

N 1
(a)

Behauptung: Für $A, B, C \subseteq U$ gilt:

$$(A \setminus B) \cap (A \setminus C) = A \setminus (B \cup C)$$

Beweis:

$$\text{Differenz und Mengenkomplement (A } \setminus B = A \cap \overline{B}) : A \setminus (B \cup C) = A \cap (\overline{B \cup C})$$

$$\text{De Morgan Regeln } (\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}) : A \cap (\overline{B \cup C}) = A \cap (\overline{B} \cap \overline{C})$$

$$\text{Schnitte sind assoziativ} : A \cap (\overline{B} \cap \overline{C}) = (A \cap \overline{B}) \cap (A \cap \overline{C})$$

$$\text{Differenz und Mengenkomplement} (A \cap \overline{B} = A \setminus B) : (A \cap \overline{B}) \cap (A \cap \overline{C}) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$$

■

(b)

$$A_m = \{n \in \mathbb{N} \mid m < n \leq 4m\} \textit{ für } m = 0, 1, 2, ...$$

$$A_0 = \emptyset$$

$$A_1 = \{2, 3, 4\}$$

$$A_2 = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$\mathcal{P}(A_0) = \{\emptyset\}$$

$$\mathcal{P}(A_1) = \{\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{2, 3, 4\}\}$$

$$|\mathcal{P}(A_m)| \text{ für } m \in \mathbb{N} :$$

$$|\mathcal{P}(A_m)| = 2^{|A_m|}$$

$$|A_0| = 0$$

$$|A_1| = 3$$

$$|A_2| = 6$$

$$\implies |A_m| = 3 \cdot m$$

$$\underline{|\mathcal{P}(A_m)| = 2^{3m}}$$