

Mathematik IV (für IF, ET, Ph)
Sommersemester 2025

7. Übung: Klassische Wahrscheinlichkeit

Aufgabe 1

Bei einem Wurf mit zwei Würfeln werden folgende Ereignisse betrachtet:

- A: Die Augensumme ist größer als 7.
- B: Genau eine der beiden Augenzahlen ist eine 5.
- C: Es wird keine 1 gewürfelt.

- a) Bestimmen Sie zunächst die Grundgesamtheit von Elementarereignissen Ω und überzeugen Sie sich davon, dass A, B, C Elemente der σ -Algebra sind. Definiere außerdem eine Zufallsvariable, mit der A beschrieben werden kann.
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten
 $P(A), P(B), P(C), P(A \cap B), P(A \cap C), P(B \cap C), P(A \cup B), P(A|B), P(A|C), P(C|A), P(B|C)$.
- c) Sind die Ereignisse A und B unabhängig bzw. disjunkt?

Aufgabe 2

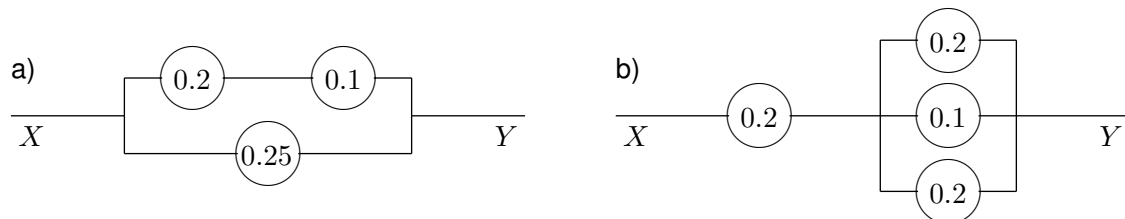
In einer Halle befinden sich vier unabhängig voneinander arbeitende Maschinen, die in einem bestimmten Zeitraum mit den Wahrscheinlichkeiten 0.9, 0.95, 0.8 bzw. 0.85 nicht ausfallen.

Man berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in diesem Zeitraum

- a) alle vier Maschinen arbeiten
- b) keine Maschine arbeitet
- c) genau eine Maschine arbeitet
- d) genau zwei Maschinen arbeiten
- e) genau drei Maschinen arbeiten
- f) wenigstens eine Maschine arbeitet!

Aufgabe 3

Bei den Schaltungen a) und b) können die jeweiligen Bauelemente (in der Gesamtheit) unabhängig mit den angegebenen Wahrscheinlichkeiten ausfallen, wobei der Ausfall eines Bauelements die Unterbrechung des Stromes an der betreffenden Stelle zur Folge habe. Man gebe die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass jeweils zwischen den Punkten X und Y Strom fließen kann!



Aufgabe 4

Ein Gerät besteht aus 100 unabhängigen Baugruppen gleicher Funktionstüchtigkeit. Z_k sei das Ereignis, dass die k -te Gruppe zuverlässig arbeitet.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Gerät zuverlässig arbeitet bei $P(Z_k) = 99\%$?

b) Wie groß muss $P(Z_k)$ sein, damit $P(Z_{Gerät}) = 90\%$ ist?

Aufgabe 5

Von einem Krebstest sind gegeben:

Ereignisse: T : Testergebnis positiv, d.h. Verdacht auf Krebs

K : Testperson krebskrank

Wahrscheinlichkeits-Werte: $P(T|K) = P(T^c|K^c) = 0.95$, $P(K) = \frac{1}{200}$

Berechnen Sie $P(T)$ und $P(K|T)$ und interpretieren Sie die Ergebnisse!